TALOUDELLINEN KASVU JA SUHDANNEVAIHTELUT DYNAAMISEN MAKROTARKASTELUN VALOSSA

J.J. Paunio

Suomen Pankin taloustieteellinen tutkimuslaitos
Sarja D:6 Monistettuja tutkimuksia
Maaliskuu 1965

Suomen Pankin taloustieteellisen tutkimuslaitoksen julkaisuja

Sarja:D. Monistettuja tutkimuksia

1. PERTTI KUKKONEN On the Measurement of Seasonal Variations. 1963. 11 sivua.
2. The Index Clause System in the Finnish Money and Capital Markets. 1964. 15 sivua.
3. J.J. PAUNIO Adjustment of Price to Wages. 1964. 15 sivua.
4. HEIKKI VALVANNE and JAAKKO LASSILA The Taxation of Business Enterprises and the Development of Financial Markets in Finland. 1965. 26 sivua.
5. MARKKU PUNTILA Likvidien varojen kysyntä ja yleisön likviditeetin kehitys Suomessa vuosina 1948 - 1962. 1965. 110 sivua.
6. J.J. PAUNIO Taloudellinen kasvu ja suhdannevaihtelut dynaamisen makrotarkastelun valossa. 1965. 117 sivua.

TALOUDELLINEN KASVU JA SUHDANNEVAIHTELUT
DYNAAMISEN MAKROTARKASTELUN VALOSSA

S I S Ä L L Y S

ESIPUHE

Tämän tutkimuksen ideat ovat vuosien mittaan muotoutuneet joutuessani käsittelemään monia makrotaloudellisia kysymyksiä sekä teoreettiselta että käytännölliseltä kannalta. Ajatusteni kehitysprosessiin on merkittävällä tavalla vaikuttanut Suomen Pankin taloustieteellisessä tutkimuslaitoksessa vallinnut tieteelliselle keskustelulle myönteinen ilmapiiri. Virikkeiden kannalta muodostui tärkeäksi työskentelyni lukuvuonna 1962-63 Kalifornian yliopistossa, Berkeleyssä, jonka Yrjö Jahnssonin säätiön myöntämä apuraha teki mahdolliseksi. Lausun tästä parhaat kiitokseni Yrjö Jahnssonin säätiölle.

Tutkimuksen loppuvaiheissa saamastani rohkaisevasta tuesta olen kiitollinen kolleegalleni valtiot. tri Timo Helelälle. Erityisesti haluan kiittää maisteri Lea Honkasta sekä luonnont. kand. Raimo Heiskasta saamastani arvokkaasta avusta.

Helsingissä maaliskuussa 1965.

J.J. Paunio

JOHDANTO

Taloudellista kasvua koskevat ongelmat ovat parin vuosikymmenen ajan olleet etualalla makroteoreettisen tutkimuksen piirissä. Yhä harvemmin on esitetty uusia merkittäviä suhdanneteorioita; sitä vastoin on kasvuaiheista kirjallisuutta julkaistu runsaasti. Mutta suhdanneilmiö ei ole hävinnyt. Vaikka markkinatalouden toimintamekanismi onkin kesytetty puitetaloudeksi, esiintyy taloudellisessa toiminnassa yhä edelleen suhdannevaihteluja, olkoonkin, että ne ovat entisaikojen suhdanteita huomattavasti vaimeampia.

Viimeisten vuosikymmenien aikana tapahtuneet institutionaaliset muutokset pakottavat luonnollisesti muuttamaan suhdanneteorian näkökulmaa. Suhdanneilmiötä lieneekin tarkoituksenmukaisinta lähestyä taloudellisen kasvun suunnalta. Tällainen makroteorian painopisteen siirtyminen on ollut tapahtumassa jo jonkin aikaa. Teorian perusteita on myös syytä tarkastella muuttuneiden olosuhteiden kannalta. Voidaan näet kysyä, eikö puitetalouden talouspolitiikka muovaa markkinataloudellisessa sektorissa toimivien taloudenpitäjien odotuksia ja toimintapäätöksiä.

Jos analyysin tarkoituksena on, kuten esillä olevassa tutkimuksessa, pyrkiä näkemään kasvu- ja suhdanneilmiöt taloudellisen kehitystapahtuman samanaikaisina piirteinä, ei analyysia voida rakentaa sellaisten olettamusten varaan, jotka rajaavat sen lyhyttähtäimiseksi. Tällöin on välttämätöntä suorittaa analyysin tähtäimen ainakin jonkinmääräinen pidentäminen. Ensimmäisenä askelena tähän suuntaan on, että luovutaan olettamuksesta, jonka mukaan pääomakannan muutokset ovat suhteellisesti katsoen siksi vähäisiä, ettei niitä tarvitse ottaa analyysissa huomioon. Pääomakanta on alusta pitäen sisällytettävä malliin sekä selittävänä että selitettävänä ilmiönä. Muilta osin ei tähtäintä tässä tutkimuksessa pidennetä.

Pääomakannan eksplisiittinen käsitteleminen saattaa olla tärkeätä toiseltakin kannalta. Monetääriset kehitystapahtumat saavat ilmeisesti merkittävimmät impulssinsa taloudenpitäjien varallisuutta koskevista päätöksistä. Näin ollen teoreettisen analyysin laventaminen raha- sekä reaalitaloudelliset tapahtumat integroivaksi kokonaisuudeksi näyttäisi edellyttävän, että jo reaalitaloudellisen tarkastelun yhteydessä - jota esillä oleva tutkimus on - käsitellään tärkeintä varallisuuden sijoituskohdetta, nimittäin reaalipääomaa.

Kun esillä olevassa tutkimuksessa on tarkoitus kehittää eräs makrodynaamisen teorian perusmalli, tarvitaan aluksi esitystä, jossa käsitellään yleisesti kvantitatiivisen dynaamisen teorian käsitteiden muodostusta ja sen metodeja. Tällainen katsaus esitetään tutkimuksen ensimmäisessä luvussa.

Perusmallia kehitetään toisessa luvussa. Tähän malliin pyritään sisällyttämään sekä taloudelliselle kasvulle että suhdannevaihteluille ominaisia piirteitä. Näiden pyrkimysten kannalta on keskeinen merkitys kehitetyllä investointifunktiolla. Vaikka mallia koskevat olettamukset ovat analyysia voimakkaasti yksinkertaistavia, malli on lopullisessa muodossa sekä rakenteeltaan että matemaattiselta ratkaisultaan varsin monimutkainen.

Kolmannessa luvussa ryhdytään soveltamaan kehitettyä perusmallia. Sen avulla tutkitaan eräitä viime vuosien aikana kasvuteorian piirissä runsaasti keskustelua aiheuttaneita kysymyksiä. Keskeisenä teemana on etenkin ns. Harrod-Domarin mallin virittämä kysymys tasaisen kasvun edellytyksistä.

Perusmallin avulla suoritettua kasvuanalyysia käytetään hyväksi, kun tutkimuksen viimeisessä luvussa perusmallia joustavasti käyttäen eritellään taloudellisen toiminnan suhdannevaihteluita.

I DYNAAMISEN TEORIAN PERUSTEISTA

Seuraavassa käsitellään eräitä sellaisia talousteorian peruskysymyksiä, jotka ovat kasvu- ja suhdanneteoriassa merkityksellisiä. Lähestymistavan yleisluonteisuudesta seuraa, ettei kuitenkaan kaikissa yhteyksissä katsota välttämättömäksi sitoa esitystä nimenomaan kasvu- ja suhdanneteoriaan.

1. Taloustieteen käsitteet ja aika

Nykyaikaisen taloustieteellisen tutkimuksen mielenkiinto näyttää samanaikaisesti levittäytyvän kahteen eri suuntaan.[1] Yhtäältä se pyrkii selittämään taloudellista käyttäytymistä ts. taloudellista päätöksentekoa ja siitä aiheutuvaa toimintaa. Hyvänä esimerkkinä suhdanneteorian piiristä voidaan mainita SCHUMPETERin teoria.[2] Mutta toisaalta tutkimus on myös kiinnostunut tämän toiminnan aineellisista ja aineettomista edellytyksistä ja tuloksista kuten tuotannon määrästä, työvoimasta, pääomasta, työvoiman ammattitaidosta, koneiden suorituskyvystä, kulutustavaroista jne. Tutkimuksen painopiste on kieltämättä usein jälkimmäisellä puolella silloinkin, kun tarkoituksena on loppujen lopuksi analysoida varsinaista taloudellista käyttäytymistä. Ilmeisesti juuri keynesiläisellä makroteorialla on tällainen näkökulma. Viimeksi mainittu suuntaus on luultavasti

---

1. Vrt. J.J. PAUNIO Kansantaloustieteen näköaloista; eräs subjektiivinen arviointi, Kansantaloudellinen Aikakauskirja 1961, Nide 3, s. 213.

2. Ks. JOSEPH A. SCHUMPETER Business Cycles, Vol. I, New York 1939, Ch.III. B-C.

seuraus mm. kvantitatiivisuuden vaatimuksen korostamisesta taloustieteessä.

Kvantitatiivisuuden tähdentäminen selittää myös, miksi taloudellisessa analyysissa 'muuttuja'- käsitteellä on keskeinen merkitys. Matematiikassahan 'muuttujalla' tarkoitetaan muuttuvaa suuretta,[1] joka määritelmällisesti sisältää mitattavuuden ja joka näin ollen toimii käsitteellisenä välikappaleena pyrittäessä mittaamaan taloudellisia 'ilmiöitä'. Monesti tyydytäänkin puhumaan yksinomaan taloudellisista 'muuttujista' taloudellisten 'ilmiöiden' asemesta.[2]

Mutta ennenkuin 'ilmiö' voidaan mitata, se on määriteltävä. Taloudellisesta 'ilmiöstä', esimerkiksi jostakin hyödykkeestä, voidaan täsmällisesti puhua vasta sitten, kun on selvitetty <u>mitä</u> se on, <u>missä</u> se on olemassa ja <u>milloin</u>.[3] Joskaan ei ole läheskään aina tarpeellista erottaa 'ilmiöitä' käsitteellisesti toisistaan näiden kaikkien kriteerioiden perusteella, niin on kuitenkin ilmeistä, että 'aika' on relevantti jo tässä määritelmävaiheessa. Tällaisessa melkeinpä triviaalissa mielessä 'aika' on olennainen osa taloustieteen käsitteitä; sen perusteellahan 'ilmiö' sijoittuu johonkin tiettyyn kohtaan tai jol-

---

1. Ks. esim. P.J. MYRBERG Differentiaali- ja integraalilaskennan oppikirja, Helsinki 1944, s. 69.

2. Ehkä on silti aihetta mahdollisuuksien mukaan käyttää termiä 'ilmiö', jotta säilyisi mielikuva siitä, etteivät kaikki taloustieteellisesti mielenkiintoiset seikat ole mitattavissa.

3. Ks. edelleen GERARD DEBREU Theory of Value, An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium, Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph 17, New York 1959, s. 28-32.

lekin tietylle välille aikaulottuvuudessa.

Silloin kun 'ilmiö' ilmaistaan 'muuttujana', ja siis periaatteessa sovitaan sen mitattavuudesta, joudutaan samalla määrittelemään, minkä ulottuvuuden avulla mittaus ajatellaan tapahtuvaksi ja missä yksiköissä.[1] Jos pysytään vielä hyödykeesimerkissä, niin hyödykkeen fyysillinen määrä voidaan ilmaista painon, pituuden, tilavuuden jne. perusteella, jolloin jokin näistä katsotaan sopivaksi fyysillisen määrän ulottuvuudeksi. Taloustieteessä ei tavallisesti kuitenkaan riitä vain fyysillinen määrä, vaan mittaus suoritetaan myös 'raha'-ulottuvuudessa siten, että hyödykkeen hinnalla - hyödykeyksikön (fyysillisin termein ilmaistun) rahahinnalla - kerrotaan hyödykkeen fyysillinen määrä. Taloustieteessä ei itse asiassa huomattavalla osalla ilmiöitä ole lainkaan fyysillistä ulottuvuutta, vaan ainoastaan 'raha'-ulottuvuus; tämä pitää paikkansa mm. kokonaistaloudellisten ilmiöiden kohdalla. - Siitä kärsii tietenkin mittauksen täsmällisyys, sillä rahahintahan ei ole mikään ilmiöihin kuuluva muuttumaton ominaisuus.

Joka tapauksessa on ilmeistä, että relevantti mittaus voi käydä päinsä ilman aikaulottuvuutta, vaikkakin aika-aspekti kuuluu itse ilmiön määritelmään, kuten edellä todettiin. Sellaista ilmiötä, jota kuvaavan muuttujan käsitteeseen ei ole sisällytetty aikaulottuvuutta, nimitetään 'varannoksi' ja vastaavaa muuttujaa 'varantomuuttujaksi'.

Tuotanto, kulutus, säästäminen jne. ovat niitä ilmiöitä,

---

1. Ks. erityisesti J. PARRY LEWIS Dimensions in Economic Theory, The Manchester School of Economic and Social Studies, September 1963.

jotka taloudellisina 'tapahtumina' eivät voi olla ajattomia, vaan jotka toteutuakseen edellyttävät ajan kulumista.[1] Sen vuoksi on näiden ilmiöiden suuruutta (nopeutta, voimakkuutta, vilkkautta) fyysillisin tai monetäärisin termein mitattaessa oltava selvillä siitä, missä aikayksikössä mittaus suoritetaan. Tarkasteltakoon hiukan lähemmin taloudellisten 'tapahtumien' - taloudellisen toiminnan - mittausta.

Esityksen helpottamiseksi analyysi suoritetaan kansantulokäsitteen avulla. Merkittäköön kansantulon arvoa - rahaulottuvuudessa mitattuna - tiettynä vuonna Y_T:llä. Tämä suure voidaan käsittää varannoksi, jolloin vuotta osoittava merkintä (T) ilmoittaa, minkä vuoden kansantulo se on. Toisaalta voidaan lisäksi kysyä, millä nopeudella kansantulo muodostuu ao. vuoden aikana. Kuviossa I merkitään ordinaatta-akselilla T-vuoden alusta lukien muodostunutta kansantuloa ja abskissa-akselilla aikaa (t) T-vuoden alusta lukien. Ajatellaan vuosi jaetuksi ääreelliseen määrään (n) yksikköajanjaksoja. Funktio $Y = f(t)$ osoittaa kansantulon "kertymistä" ajan kuluessa niin, että n:nnen ajanjakson päättyessä funktio ilmaisee koko vuoden kansantulon arvon.

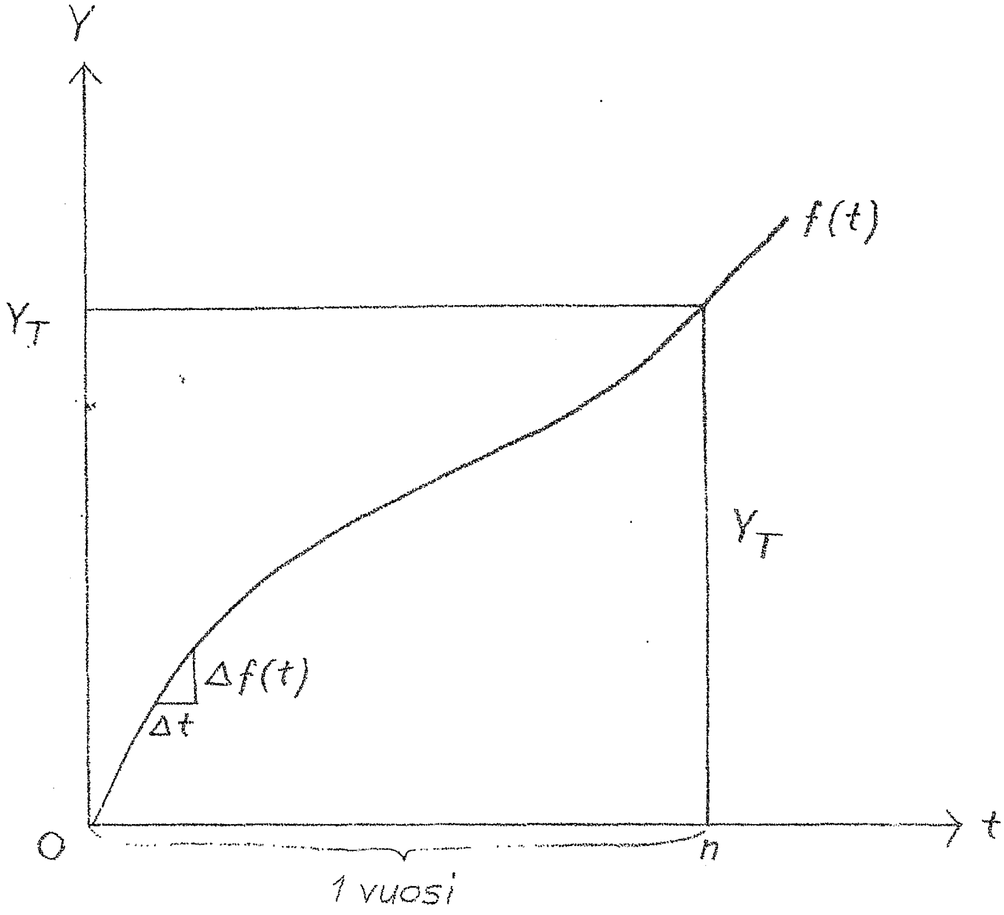
Jos kansantuloa kertyy yhden yksikköajanjakson kuluessa $\Delta f(t)$, voidaan tulonmuodostuksen keskimääräiseksi nopeudeksi Δt pituisen yksikköajanjakson kuluessa määritellä $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$ (ks. kuviota), jos itse tulonmuodostuksen voimakkuus on $f'(t)$, ts. $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t}$:n arvo, kun Δt lähestyy raja-arvoa 0.[2] Yksikköajanjakso

---

1. Ks. G.L.S. SHACKLEn lennokasta kuvausta teoksessa Time in Economics, Professor Dr. F. de Vries Lectures, Amsterdam 1958, s. 14.

2. Vrt. nopeuden määritelmään mekaniikassa.

Kuvio I.



voidaan luonnollisesti määritellä myös vuoden mittaiseksi; silloin $\frac{Y_T}{\Delta t}$ ilmaisee tulonmuodostuksen keskimääräistä voimakkuutta vuoden T aikana, jos $\Delta t = 1$ vuosi (ks. kuviota) ja siis $\Delta f(t) = Y_T$.[1]

Samalla tavalla voidaan tulkita mikä tahansa taloudellinen 'tapahtuminen' erään apukäsitteeksi katsottavan varannon muodostumisprosessina, jolloin vastaavat käsitteet tavallisesti määritellään ao. varannon muutossuunnan perusteella. Niinpä tulonmuodostus käsitetään edellä 'tulo'- varannon <u>kasvuksi</u>. Formaalisesti aikaisemmin sanottuun liittyen on siis edellytettävä, että $f'(t) \geqq 0$ analyysin koko aikavälillä tai differensseissä ilmaistuna $\frac{\Delta f(t)}{\Delta t} \geqq 0$ kaikissa tutkittavan ajanjakson aikayksiköissä. Mutta f-funktion korkeammat derivaatat esimerkiksi toinen ja kolmas derivaatta (sekä vastaavasti $\frac{\Delta^2 f(t)}{\Delta t}$ ja $\frac{\Delta^3 f(t)}{\Delta t}$) voivat silti vaihdella nollan kummallakin puolella.

Tavanomaisessa taloustieteellisessä kielenkäytössä ei yleensä puhuta tulonmuodostuksen nopeudesta, vaikka siitä onkin kysymys. Niinpä sanonnalla "kansantulo pysyy muuttumattomana" tarkoitettaneen, että

$$\frac{\Delta f(t)}{\Delta t} > 0 \quad \text{ja} \quad \frac{\Delta^2 f(t)}{\Delta t} = 0 ,$$

sanonnalla "kansantulo kasvaa", että

$$\frac{\Delta f(t)}{\Delta t} > 0 \quad \text{ja} \quad \frac{\Delta^2 f(t)}{\Delta t} : \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} > 0$$

---

1. Ks. J. PARRY LEWIS mt. s. 245.

sekä sanonnalla "kansantulon kasvu voimistuu", että

$$\frac{\Delta f(t)}{\Delta t} > 0, \quad \frac{\Delta^2 f(t)}{\Delta t} : \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} > 0 \text{ ja } \frac{\Delta^3 f(t)}{\Delta t} : \frac{\Delta^2 f(t)}{\Delta t} > 0$$

Kun 'ilmiötä' kuvaavan muuttujan määritelmä sisältää aikaulottuvuuden (edellä esitetyllä tavalla), on kysymys 'virtailmiöstä' ja vastaavasti 'virtamuuttujasta'.

Saman analyysin puitteissa voidaan tietenkin käsitellä sekä virta- että varantosuureita.[1] Sitä paitsi on tähdennettävä, että virtojen ja varantojen käytön määrää analyysinäkökulma, eikä niinkään se, että jotkut ilmiöt olisivat sinänsä virtoja tai varantoja.[2] Kuitenkin voidaan virtailmiöksi silti vain kelpuuttaa taloudellinen 'tapahtuminen' eri ilmenemismuodoissaan,[3] kun sen sijaan 'tapahtumia' voidaan muuntaa varannoiksi, kuten edellä todettiin.

Miten aikaulottuvuus ilmenee taloudelliseen analyysiin sisältyvissä <u>suhdeluvuissa</u>? Kun suhdeluku ilmaisee kahden varannon välistä suhdetta, esimerkiksi valtion obligaatioiden osuutta taloudenpitäjien koko arvopaperisalkun arvosta, ei suhdeluvun arvo sisällä aikaulottuvuutta. Tällainen suhdeluku on tie-

---

1. Esimerkkinä voidaan mainita korkoteoria. Ks. WILLIAM J. BAUMOL Stocks, Flows and Monetary Theory, Quarterly Journal of Economics, February 1962. Vrt. myös ERKKI LAATTO ja J.J. PAUNIO Likviditeetti- ja luottokorkoteoria; vertaileva tarkastelu, Kansantaloudellinen Aikakauskirja 1955, Nide 3.

2. D.W. BUSHAW and CLOVER Introduction to Mathematical Economics, Homewood Illinois 1957, s. 10.

3. "Commodities must be newly produced or currently used up in a physical sense to qualify as flow supplies or flow demands" BUSHAW and CLOVER mt. s. 12.

tenkin "päivätty" kuten vastaavat varannotkin. Jos taas suhdeluku kuvaa virran ja varannon välistä suhdetta - esimerkiksi taloudellisen aktiviteetin voimakkuutta suhteessa rahamäärään - on suhdeluvun arvo riippuvainen virran suuruuteen vaikuttavan yksikköajanjakson pituudesta ja siitä, mitä rahamäärää yksikköajanjakson sisällä käytetään vertailussa. Suhdeluvun arvo määrittyy tällöin aikaulottuvuudessa. Kun suhdeluku kohdistuu kahteen virtaan,[1] jotka mitataan samassa aikayksikössä, niin suhdeluku on "ajaton", mikäli virrat ovat samaa kertalukua. Esimerkkinä tämäntyyppisestä suhdeluvusta on keskimääräinen kulutusalttius, jota vastaavat virrat ovat ensimmäisen kertaluvun differenssejä (tai ensimmäisiä derivaattoja) ajan suhteen. Jos suhdeluku koskee kahta eri kertalukua olevaa virtaa, niin suhdeluvun arvo on riippuvainen kummankin virran mittauksessa käytetyistä aikayksiköistä. Akseleraattori on esimerkki tämänkaltaisesta suhdeluvusta; se suhteuttaa esimerkiksi toisiinsa ajan suhteen ensimmäisen kertaluvun differenssillä (tai ensimmäisellä derivaatalla) ilmaistun investoinnin ja toisen kertaluvun differenssillä (tai toisella derivaatalla) määritellyn kansantulon kasvun.

Yhteenvetona tämän jakson osalta todetaan vielä, että ilmiöt sijoittuvat aina johonkin kohtaan tai jollekin välille aikaulottuvuudessa. Lisäksi tässä jaksossa on korostettu, että 'varanto'-ilmiöiden mittaus tapahtuu ilman aikaulottuvuutta, mutta kun on kysymys 'virrasta' aikaulottuvuudessa. 'Virta'-muuttujan määritteleminen suoritetaan 'varanto'-apukäsitteeseen nojautuen.

---

1. J. PARRY LEWIS mt. s. 247-248.

2. Taloudelliset ilmiöt aikaulottuvuudessa

Kuten edellisessä jaksossa todettiin, niin taloudellisia ilmiöitä koskevat käsitteet huolellisesti määriteltyinä sisältävät "päiväyksen". Tämä on varsin ilmeistä ajallisesti sidottujen empiiristen tutkimusten käyttämien käsitteiden osalta, mutta sama koskee itse asiassa myös teorian käsitteitä, joskaan "päiväys" ei tällöin sijoita ilmiöitä "historialliseen" kalenteriin, vaan noudattaa kulloinkin kysymyksessä olevan teorian omaa, yleensä melko joustavaa ajanlaskua.

Aikaulottuvuuden kannalta katsottuna analyysi voidaan kohdistaa joko yhtä tiettyä "päiväystä" koskeviin ilmiöihin tai ilmiöiden kehitykseen ajan (so. useiden perättäisten "päiväysten") kuluessa. Seuraavassa keskitytään käsittelemään jälkimmäistä ns. kehitysnäkökulmaa, ts. dynaamisen teorian näkökulmaan; tosin ei edellistä ns. poikkileikkausnäkökulmaa voida kokonaan sivuuttaa.[1]

Taloudellisen muuttujan ajallisesti perättäisistä - ja siis "päivätyistä" - arvoista muodostuu aikasarja, jonka voidaan tulkita kuvastavan erään satunnaisilmiön kehitystä ajan kuluessa. Kun kuhunkin hetkeen liittyvää aikasarjan teoreettista arvoa pidetään eri satunnaismuuttujana, niin kunakin hetkenä havaittu aikasarjan arvo on samaan hetkeen liittyvän satunnaismuuttujan toteutunut arvo. Itse näiden satunnaismuuttujien joukko muodostaa stokastisen prosessin, joten empiirinen aikasarja on tältä kannalta katsottuna tällaisen prosessin eräs toteutuminen. Stokastinen prosessi voidaan katsoa tunnetuksi,

---

1. Ks. erityisesti seuraavassa 6. jaksoa.

jos muuttujien joukon jakautumafunktio on tiedossa.

On monenlaisia prosesseja. Yhtäältä on puhtaasti stokastisia prosesseja, joissa jokainen satunnaismuuttuja on täysin riippumaton toisista prosessin satunnaismuuttujista, ts. toteutunut prosessi on täysin satunnainen. Toisaalta on deterministisiä prosesseja, joiden toteutuneet prosessit ovat säännönmukaisia ja joita voidaan näin ollen kuvata funktionaalien (tai funktioiden) avulla. Tässä yhteydessä ei tämän pitemmälti käsitellä stokastisia prosesseja koskevia varsinaisesti tilastotieteen piiriin kuuluvia kysymyksiä.[1]

Dynaamisessa talousteoriassa käsitellään taloudellisten ilmiöiden kehityksen erilaisia ominaispiirteitä. Ilmiöiden kohdalla on periaatteessa kysymys kaikista mahdollisista taloudellisista prosesseista sekä puhtaasti stokastisista että deterministisistä prosesseista. Mutta tosiasiallisesti on talousteoriassa kiinnitetty huomiota sellaisiin kehitysilmiöihin, joiden kohdalla deterministiset piirteet ovat merkittäviä.

Niinpä suhdanneteoriassa käsitellään taloudellisen toiminnan periodisia heilahteluja, kun taas inflaationteoriassa on viime kädessä ilmeisesti kysymys rahanarvon ei-heilahtelevista, suunnaltaan kohoavista räjähtävistä prosesseista.[2] Kasvunteoria on sen sijaan kiinnostunut taloudellisen toiminnan yleisestä kehityssuunnasta. Säännönmukaisuuksien havaitseminen aikasarjoissa riippuu olennaisesti siitä, kuinka paljon havaintoja

---

1. Ks. stokastisista prosesseista esim. HERMAN WOLD Demand Analysis, 10. luku, New York 1953.

2. Tähdensin tätä inflaationteorian erikoispiirrettä väitöskirjassani Tutkimus avoimen inflaation teoriasta, Helsinki 1959, s. 32.

on käytettävissä ja millä tiheydellä aikaulottuvuudessa. Tässä mielessä on esimerkiksi kasvunteorian perspektiivi erilainen kuin suhdanneteorian; edellisen teorian relevantit muuttujat ovat suhteellisen "hitaasti" muuttuvia, ja sen kannalta relevantti yksikköperiodi lienee - "historiallisessa" kalenterissa mitaten - varsin pitkä, kun taas suhdanneteorian kohdalla muuttujat ovat "nopeasti" muuttuvia, ja yksikköperiodi on vastaavasti lyhyt.

Vaikuttaa sinänsä oudolta, että sellainen taloudelliseen kehitykseen kuuluva oleellinen piirre kuin lyhytaikainen kausivaihteluilmiö on talousteoriassa sen sijaan jäänyt varsin vähälle huomiolle. Johtuuko tämä ehkä siitä, että kausivaihtelun primääriset aiheuttajat kuuluvat siihen ryhmään ilmiöitä, jotka taloudellisessa analyysissa tavallisesti katsotaan eksogeenisiksi tekijöiksi?[1] Jos tämä on selitys, niin SAMUELSONiin yhtyen[2] voidaan hiukan "moralisoiden" todeta, ettei taloustieteen perinteellisissä rajoissa ole mitään sinänsä pyhää ja muuttumatonta, jota taloustieteilijä ei saisi tutkimuksillaan loukata.[3]

3. Dynaamisen teorian mallit: Endogeeniset ja eksogeeniset tekijät

Dynaamisen teorian mallit[4] laaditaan yleensä eksaktiin

---

1. Ks. kuitenkin esim. PERTTI KUKKONEN Teollisuustuotannon lyhytaikaiset vaihtelut suhdanneanalyysin kannalta, Suomen Pankin taloustieteellisen tutkimuslaitoksen julkaisuja, Sarja A:24, Helsinki 1962.

2. PAUL ANTHONY SAMUELSON Foundations of Economic Analysis, Cambridge (USA) 1963, s. 316.

3. Kirjoittajan näkemys ilmenee siinä, ettei tässä esityksessä pyritä määrittelemään taloudellisia ilmiöitä: "Economics is what economists do."

4. Ks. RAGNAR FRISCHin määritelmää artikkelissa On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium, Review of Economic Studies III (1935-36), s. 100.

muotoon ilman stokastisia elementtejä. Ne eivät näin ollen kelpaa tilastollisesti testattaviksi ilman edelleen käsittelyä. Mutta eksaktit mallit ovat silti osoittautuneet tarpeellisiksi. On esitetty useita varteen otettavia näkökohtia eksaktien mallien konstruoimisen puolesta.[1] Niinpä eksaktien mallien voidaan yhtäältä katsoa olevan realististen teorioiden eräänlaisia ensimmäisiä approksimaatioita[2] ja toisaalta niiden avulla voidaan "syventää näkemystämme" taloudellisesta prosessista.

Dynaamisen teorian keskeisen alueen, suhdanneteorian mallit voidaan jakaa kolmeen ryhmään SAMUELSONin tunnetun jaon mukaisesti:[3]

- Endogeeniset mallit: Näissä malleissa tarkasteltavan ilmiön suhdannevaihtelu kuvastaa malliin endogeenisesti kuuluvien ilmiöiden välisten (dynaamisten yhtälöiden avulla kuvattujen) riippuvuussuhteiden luonnetta;

- Endogeenis-eksogeeniset mallit: Endogeenisen vaihtelun ohella vaikuttaa suhdannevaihteluun jokin eksogeenisesti (mutta systemaattisesti) vaikuttava tekijä;

- Endogeenis-stokastiset mallit: Endogeeniseen systeemiin vaikuttavat eksogeeniset stokastiset sysäykset myötävaikuttavat suhdannevaihtelujen muotoutumiseen.

---

1. Ks. TRYGVE HAAVELMO A Study in the Theory of Investment, Chicago 1960, s. 17-21.

2. HAAVELMO varoittaa mainitussa teoksessa (s. 17): "Some simple "errors-of-measurement" scheme loosely added to an exact theory is very far from representing a satisfactory procedure. The stochastic nature of economic behavior is certainly something that the economist has to take very seriously."

3. SAMUELSON mt. s. 335-349.

Korostettakoon, että viimeisen ryhmän mallit voidaan myös katsoa eksakteiksi, sillä stokastisuus esiintyy niissä vain jonkinlaisena "häiriötekijänä".

Puhtaasti "puristisesta" näkökulmasta katsottuna voitaisiin väittää, että malli, joka ei endogeenisesti täysin selitä tutkittavaa ilmiötä, ei ole ilmiön riittävä selitys. Joskin "puristinen" kannanotto vaikuttaa liian jyrkältä, niin kuitenkin voitanee lähteä siitä, että mallin endogeenisen osan pitäisi kuvata analysoitavan ilmiön oleelliset piirteet. Tässä mielessä 2- ja 3-ryhmän mallien olemassaolo tavallaan viittaa siihen, ettei täysin tyydyttäviä suhdannemalleja ole vielä onnistuttu laatimaan. On kuitenkin muistettava, että mallien ulkopuolelle jäävä maailma - mallien määritelmällisestä partiaalisuudesta johtuen - aiheuttaa parametrien siirtymistä sekä eksogeenisia shokkeja,[1] jotka eivät suinkaan jää mallissa analysoidun taloudellisen kehityksen ulkopuolelle, vaan osaltaan vaikuttavat prosessin kulkuun. Näin ollen ei paraskaan malli pysty kertomaan kuin osan totuutta.

Kun teoreettiset mallit tulkitaan paitsi "näkemystä syventäviksi" myös kvalitatiiviseen empiiriseen analyysiin suoranaisesti kelpaaviksi työvälineiksi, niin partiaalisuuden aiheuttamat edellä mainitut vaikeudet voidaan suurelta osalta välttää DUESENBERRYn ehdottamalla joustavalla "order-of-magnitude"-menettelyllä.[2] Se soveltuu nimenomaan sellaisen historiallisen

---

1. Ks. F.M. FISHER A Priori Information and Time Series Analysis: Essays in Economic Theory and Measurement, Amsterdam 1962, s. 4-6.

2. JAMES S. DUESENBERRY Business Cycles and Economic Growth, New York 1958, s. 199-203.

kehityksen analyysiin, jossa voidaan otaksua parametrien muutosten tapahtuvan verrattain tasaisesti. Jos tällöin voidaan katsoa parametrien suuruusluokat annetuiksi tietyn ajanjakson aikana, voidaan siltä pohjalta yrittää analysoida ao. ajanjakson taloudellista kehitystä. Kun sitten todetaan eräiden parametrien suuruusluokan muuttuneen myöhemmän ajanjakson kuluessa, on näiden parametrien muutoksien avulla selitettävissä taloudelliseen kehitykseen jälkimmäisen ajanjakson kuluessa ilmaantuneet uudet piirteet. Jos parametrit muuttuvat nopeasti, ovat mallit laajennettavissa käsittämään myös nopeasti muuttuvien parametrien muutosnopeuksien suuruusluokat. Shokkeja ei tietenkään DUESENBERRYn joustava mallien käyttö pysty sen paremmin haarukoimaan kuin mitä tapahtuu parametriarvoiltaan muuttumattomalla mallilla kehitystä analysoitaessa. Mutta niiden aiheuttama ongelma ei ole DUESENBERRYn mielestä kovinkaan vakava, sillä shokkeja esiintyy hänen käsityksensä mukaan sittenkin melko harvoin.[1] Tämän yllättävän väitteen ainoana järkevänä perusteluna voi olla, että on aina käytettävissä tosiaankin "hyvä" malli.

4. Dynaamisen teorian näkökulma

Vaikka tässä kappaleessa käsitellään eksplisiittisesti vain suhdanneteorian problematiikkaa, pätevät seuraavassa esitettävät yleisluonteiset näkökohdat ilmeisesti yhtä hyvin muillakin dynaamisen teorian alueilla.

Taloudellisen toiminnan tietyntyyppinen, periodisia vaih-

---

2. DUESENBERRY mt. s. 200.

teluja osoittavan kehityksen selittäminen on suhdanneteorian päätehtävä, kuten edellä jo todettiin.[1] Miten 'taloudellinen toiminta' määritelläänkin, niin kvantitatiivisen analyysin ensisijaisena kohteena ei ole niinkään taloudellinen käyttäytyminen, vaan pikemminkin taloudellisen käyttäytymisen eräät ulkoiset ilmenemismuodot.[2] Modernissa suhdanneteoriassa tyydytäänkin etupäässä selittämään suhdannevaihteluja näiden ulkoisten ilmenemismuotojen kuten tuotannon, kulutustavaroiden ostojen jne. välillä vallitsevien riippuvuussuhteiden avulla, joskin tällöinkin katsotaan välttämättömäksi perustella riippuvuussuhteita jonkinlaisilla taloudenpitäjien käyttäytymistä koskevilla olettamuksilla.

Silloin kun tavoitteena on sitoa suhdanneprosessi aukottomasti taloudenpitäjien päätöksentekotapahtumaan, joudutaan erään vaikeasti ratkaistavan teoreettisen lisävaikeuden eteen. Valintatapahtumaa käsittelevä teoria, joka analysoi taloudenpitäjien valintatilanteita ja mahdollisia optimivalintoja yksinkertaisten käyttäytymisnormien avulla, idealisoi näet ceteris paribus-olettamuksella eräänlaiset "laboratoriokoe"-olosuhteet, joissa oletetaan taloudenpitäjien valinta tapahtuvaksi tietyllä hetkellä. Tämä arvoteorian idealisoitu perusasetelma ei ole suoraan yhteensovitettavissa suhdanneteorian tarkoituksiin, jossa tavoitteena on selittää taloudellista toimintaa sellaisenaan a j a n k u l u e s s a . Suhdanneanalyytikolla on näet lähinnä passiivisen sivustakatsojan asema taloudellisiin ilmiöihin, joita hän

1. Ks. edellä s. 5.
2. Ks. edellä s. 6.

ei pyrikään sijoittamaan arvoteorian edellyttämiin koe-olosuhteisiin.[1] Suhdanneteorian kysymyksenasettelun mukaiset dynaamiset mallit ovat näin ollen verraten irrallaan valintateoriasta. Tämä tosiasia on ilmeisesti eräänä syynä, miksi toisaalta suhdanneteorian piirissä toisinaan turvaudutaan - ja tietyllä menestyksellä - staattisiin malleihin.

5. Tasapainon käsite

Tasapaino voidaan analyyttisesti tulkita joko taloudellisen prosessin erääksi formaalis-matemaattiseksi ominaisuudeksi tai joustavaksi teoreettiseksi normiksi. Erityisesti on dynaamisen teorian kannalta relevantilla ns. ´liikkuvan tasapainon´-käsitteellä kirjallisuudessa ollut milloin edellinen, milloin jälkimmäinen merkityssisältö.

Edellisen tulkinnan mukaan voidaan ´liikkuvaksi tasapainoksi´ määritellä mikä tahansa tutkittavan ilmiön stabiili prosessi, olkoonpa se stationäärinen, säännöllisesti heilahteleva tai jokin muu prosessi.[2] Liikkuva tasapaino näin määriteltynä on itse tutkittavan prosessin "objektiivinen" ominaisuus, jonka pitäisi olla ainakin periaatteessa havaittavissa ulkokohtaiselle analyysille.[3]

Kun liikkuva tasapaino käsitetään teoreettiseksi normiksi, on havaittavuuden mahdollisuus yleensä vähäisempi kuin "objektiivisen" käsitteen osalta, samalla kun se kuitenkin "hyvin"

---

1. Ks. tästä kysymyksenasettelujen kahtiajaosta erityisesti TRYGVE HAAVELMO The Probability Approach in Econometrics, Econometrica 1944, Suppl., s. 13-17.

2. P.A. SAMUELSON mt. s. 329-330.

3. Ks. edellä s. 6.

konstruoituna edistää taloudellisen prosessin luonteen "syvällisempää ymmärtämistä".

"Normatiivisen" tasapainokäsitteen johtamisen logiikan eri vaiheet voidaan FRISCHiä[1] seuraten esittää seuraavasti:

- Valitaan n kpl:een muuttujajoukosta m kpl ($<n$) muuttujia tasapainoanalyysin kohteeksi, joiden joukosta taseen tutkittavaan ajankohtaan liittyvät muuttujien arvot katsotaan tasapainomuuttujiksi, ja jäljelle jäävät muuttujat määritellään eksogeenisiksi;
- Konstruoidaan k kpl täydentäviä hypoteettisia yhtälöitä, joissa esiintyy sekä tasapainomuuttujia että eksogeenisiä muuttujia;
- Valitaan joukko käyttäytymisyhtälöitä lukumäärältään (m - k), joissa on sekä edellä määriteltyjä tasapainomuuttujia että eksogeenisiä muuttujia;
- Ratkaistaan siten laadittu staattinen järjestelmä; ja jos ratkaisu on olemassa, niin se determinoi tasapainomuuttujien arvot.

Tällä tavoin johdetut kutakin hetkeä koskevat tasapainomuuttujien arvot ovat näiden muuttujien liikkuvia tasapainoja; silloin kun nämä tasapainoarvot pysyvät ajankohdasta toiseen muuttumattomina, ovat liikkuvat tasapainot stationäärisiä, muuten progressiivisia tai regressiivisiä.

"Normatiivista" tasapainokäsitettä voidaan pitää monessakin mielessä epätyydyttävänä: Tasapaino kuvaa hypoteettista tilannetta, joka ei yleensä vastaa "realistisen" systeemin rat-

---

1. RAGNAR FRISCH mt. s. 102-103. Ks. myös JOSEPH SCHUMPETER mt. II luku.

kaisua, ts. se ei muodosta testattavaa teoriaa; mallin valinta tapahtuu mallin laatijan subjektiivisen näkemyksen pohjalta; mallin staattisuudesta seuraa ettei stabiliteettiehtoja voida malliin soveltaa ilman täydentäviä, ainakin implisiittisesti dynaamisia olettamuksia.[1]

Olkoon näin, mutta vailla merkitystä eivät "normatiiviset" tasapainomallit ole olleet taloustieteessä.[2] Pikemminkin voidaan sanoa, että syvällisin osa talousteoriaa on esitetty tässä muodossa, joten dynaamisen teorian alueella esitetyt "normatiiviset" tasapainomallit parhaimmillaan sitovat taloudellisen kehityksen analyysia taloustieteellisesti katsoen fundamentaaliseen taloudenpitäjien käyttäytymistapahtumaan.

Niinpä kun otetaan huomioon sellaiset dynaamisen makroteorian peruskysymykset kuin

- mitkä tekijät aiheuttavat kapitalistisen talouden taipumuksen suhdannevaihteluihin,
- mitkä tekijät määräävät taloudellisen toiminnan yleisen kehityssuunnan ja nimenomaan kasvun,

niin teoria, joka yrittää vastata näihin kysymyksiin, pyrkii myös määrittelemään tilanteen, jossa yhtäältä ei esiinny suhdannevaihteluja aiheuttavia tekijöitä eikä toisaalta taloudellista kasvua edistäviä tekijöitä.[3] Tähän määrittelyyn tarvitaan "nor-

---

1. Ks. SAMUELSON mt. s. 328. Samuelsonin esittämä Correspondence-periaate koskee komparatiivisen statiikan riippuvuutta dynamiikasta. Ks. erityisesti mt. IX luku.

2. FRISCH korostaa, että mikäli teoreetikko valitsee hyvin mallinsa, niin "he may get a tool of great value in describing and explaining the forces that produce the change from one moment to the next". Mt. s. 104.

3. Ks. esim. J.R. HICKS A Contribution to the Theory of the Trade Cycle, Oxford 1950, s. 58-64 ja SCHUMPETER mt. s. 35-38.

matiivista" tasapainokäsitettä, jolloin progressiivinen tasapaino on relevantti edellisen kysymyksenasettelun kannalta ja stationäärinen jälkimmäisen kannalta.

6. Komparatiivis-staattinen malli ja dynaaminen malli

Edellä on itse asiassa lähdetty siitä, että mallit dynaamisessa muodossa - jolloin niissä esiintyy eri ajankohtiin liittyviä, kehityksen kulkuun vaikuttavia muuttujia - ovat sellaisenaan taloudellista kehitystä selittäviä malleja. Tämä pitää paikkansa sillä periaatteellisella varauksella, ettei analyysi kohdistu puhtaasti stokastiseen taloudelliseen prosessiin.[1] Niin muodoin myös testattaviksi tarkoitetut dynaamisen teorian mallit ovat dynaamisia.

Jaksossa 5. käsitelty staattisen tasapainomallin looginen rakenne valaisee staattisen mallin yhteyttä "realistiseen" dynaamisessa muodossa olevaan malliin, joka mainitussa esityksessä koostuu n kpl:sta muuttujia. - Todellisuudessa teoreetikko ei tietenkään tunne "realistista" mallia, joten staattisen mallin yhteys todellisuuteen jää aina problemaattiseksi. Vaikka staattinen malli on ajallisessa mielessä poikkileikkauskuva vallitsevasta tilanteesta jonkin "päiväyksen" kohdalla, niin komparatiivisen statiikan tavoitteena ei näin ollen voi olla jonkin toisen "päiväyksen" kohdalle osuvan liikkuvan tasapainon kvantitatiivisessa mielessä täsmällinen kuvaus. Staattinen malli näet edellyttää täydentäviä dynaamisia olettamuksia[2] kel-

---

1. Ks. edellä s. 14.
2. Ks. sivun 23 alaviittaa 1 .

vatakseen komparatiivisen statiikan välineeksi, ja tästä dynamiikastahan ei ole tietoa. Komparatiivisen statiikan yhteys todellisuuteen muodostuu sitäkin väljemmäksi, jos dynaamisesti johdettujen stabiliteettiehtojen mukaan vertailtavissa tasapainotilanteissa ilmenee labiilisuutta.

"Hyvän" komparatiivis-staattisen mallin avulla voidaan parhaassa tapauksessa kuvata tietystä "päiväyksestä" eteenpäin tapahtuva taloudellisen kehityksen suunta[1] ja mahdollisesti eräin mallin ulkopuolelta peräisin olevin lisätiedoin - esimerkiksi tasapainopisteiden välistä ajallista etäisyyttä koskien - muutoksen suuruusluokka.

1. Ks. esimerkiksi K.J. LANCASTER The Scope of Qualitative Economics, Review of Economic Studies XXIX (1) ja W.M. GORMAN More Scope for Qualitative Economics XXXI (1).

II MAKRODYNAAMINEN MALLI

Esillä olevassa luvussa on tehtäväksi otettu sellaisen makrotaloudellisen perusmallin kehittäminen, joka voi tarjota mahdollisuuden kuvata samanaikaisesti sekä suhdannevaihteluja että taloudellista kasvua. Mallin rakenne perustuu näkemykseen, että kansantulon rinnalla myös pääomakannan kehitystä on käsiteltävä selitettävänä ilmiönä.

1. Pääomanmuodostuksen taustatekijöistä

Taloudellinen kehitys markkinatalouden piirissä riippuu ratkaisevasti siitä, millä voimalla yrittäjät pyrkivät lisäämään tuotantokapasiteettia sekä muuntamaan tuotannon rakennetta. Kumpaakin tietä etenevä kehitys johtaa yleensä pääomanmuodostukseen. Pääomanmuodostus puolestaan on aikaa vievä tapahtuma, joten yrittäjille vain tulevaisuus - kustakin investointeja koskevasta päätöksenteosta katsottuna - on osoittava, ovatko suoritetut päätökset taloudellisessa mielessä olleet oikeita vai ei. Kansantalouden kehityksen kannalta on sen vuoksi ensiarvoinen merkitys sillä, minkälaiseksi yrittäjät arvioivat tulevaisuuden muodostuvan sekä kunkin yrittäjän omalla erikoisalalla että kansantaloudessa yleensä. Taloudellinen kasvu lepääkin ilmeisesti suuressa määrin sen varassa, uskovatko yrittäjät kansantalouden vastaiseen kasvuun.[1] Kasvulla on toisin sanoen <u>subjektiivinen</u> perustekijänsä.

Tämän subjektiivisen tekijän lisäksi luonnonvarat, väestö

---

1. Ks. erityisesti NICHOLAS KALDOR Hicks on the Trade Cycle, Essays on Economic Stability and Growth, London 1960, s. 203.

ja teknillinen edistys luovat ne objektiiviset puitteet, joissa kansantalous voi kasvaa. Vaikka näitä puitteita voidaankin jossain määrin "manipuloida" ja ne jopa jossain määrin riippuvat itse taloudellisesta prosessista kuten esim. teknillinen edistys, voitaneen näitä puitteita pitää rajattuihin ajanjaksoihin kohdistuvissa analyyseissa taloudellisen prosessin kannalta annettuina.

Seuraavassa suoritettava malliteoreettinen analyysi pyrkii suhdanneilmiötä lähestyessään ottamaan huomioon myös nämä kasvuprosessin ominaispiirteet.

2. Mallin rakenneosat: Tuotantofunktio

Kehiteltävä malli kuvaa suljettua kansantaloutta ilman julkista sektoria. Yrityssektori tuottaa hyödykkeitä, joita voidaan käyttää sekä kulutukseen että investointeihin. Tätä pääoma- ja työpanoksella aikaansaatua kokonaistuotannon arvoa kuvaa seuraava tuotantofunktio[1]

$$Y_t = F\,(K_t,\ N_t), \tag{1}$$

jossa Y = nettokansantuotteen volyymi,[2] K = pääomakanta, N = työpanos sekä alaviitta t tiettyä ajanjaksoa o-ajanjaksosta lukien. HAAVELMOn tulkinnan mukaisesti pääomakannan panos voidaan katsoa syntyvän sen kautta, että pääoma on läsnä on tuotantoprosessissa. Pääoman mittaamisen ongelma oletetaan jollain tavoin ratkaistuksi.

---

1. Ks. tällaisen tuotantofunktion sisältämistä ongelmista HAAVELMO A Study ... s. 78-83.

2. Poistojen ongelmaa ei käsitellä tässä mallissa.

Käytetyn mallin näkökulma presisoituu edelleen, kun katsotaan pääomakannan muutosten selittyvän mallin puitteissa endogeenisesti mutta työvoiman tarjonnan eksogeenisesti mallin ulkopuolelta. Työvoiman tarjontafunktio on seuraavanlainen

(2) $$\bar{L}_t = \bar{L}_o \sqrt{}^{\,t} ,$$

jossa $\bar{L}$ = työvoiman tarjonta ja $\sqrt{}$ = työvoiman kasvukerroin. Eksponenttina esiintyvä ajanjakson merkintä t on laskettu o-ajanjaksosta lukien. Niinpä kasvutekijä $\sqrt{}^{\,t}$ on arvoltaan yksi analyysin lähtökohta-ajanjakson aikana. Keynesiläisen makroteorian hengessä oletetaan, ettei pääoman ja työvoiman substitutiota esiinny.

Tuotannon volyymi voi silti kasvaa, vaikka pääoman ja työvoiman määrät pysyisivätkin muuttumattomina teknillisen kehityksen vuoksi. Se näet lisää sekä pääoman että työvoiman tuotannollista suorituskykyä. Kun teknillisen kehityksen oletetaan sisältyvän sekä työhön että pääomaan yhdenmukaisesti ts. neutraalisti, ei teknillistä kehitystä ole esitetty eksplisiittisesti tuotantofunktiossa (1).

Pääoman ja työn substituoimattomuusolettamuksen vuoksi tuotantofunktio voitaisiin itse asiassa esittää vieläkin yksinkertaisemmin kuin yllä eli että

(1:1) $$Y_t = F_n (N_t) .$$

Jos funktiossa (2) esitetty työvoiman tarjonta tulkitaan vaikkapa työtunneissa mitatuksi, niin silloin voidaan tarjolla olevaa työpanosta - L - kuvata seuraavasti

(2:1) $$L_t = \tau^{t} (\bar{L}_o \sqrt{}^{\,t}) .$$

Tässä yhtälössä kerroin τ kuvastaa yhden ajanjakson kuluessa tapahtuvaa teknillistä kehitystä, joka oletetaan tässä tapauksessa eksogeenisesti määräytyväksi. Eksponentti t on laskettu o-ajanjaksosta lukien.

Maksimituotanto voidaan näin ollen määritellä yhtälön (1:1) avulla. Saadaan, että

(3) $$\bar{\bar{Y}}_t = F_n (L_t),$$

jossa $\bar{\bar{Y}}$ = maksimituotanto.

Edellä jo todettiin, että teknillinen kehitys sisältyy sekä pääomaan että työhön neutraalisti. Tämä merkitsee, että teknillinen kehitys ilmenee samalla voimalla sekä uuden että vanhan pääoman kohdalla. Olettamus vastaa traditionaalista tuotantofunktioanalyysin lähtökohtaa, jota on viime vuosina arvosteltu lähinnä sen perusteella, ettei teknillinen kehitys niinkään ilmene olemassa olevan pääoman kuin uusien investointien kohdalla.[1] Tässä tapahtuvan analyysin kannalta ei todennäköisesti erityisemmin haitanne, vaikka turvaudutaan traditionaaliseen olettamukseen. Analyysin pääpaino ei näet suinkaan ole tuotantofunktiossa. Jos merkitään investointien kautta "aikojen kuluessa" muodostunutta pääomakannan volyymia $\bar{K}$:lla ja pääomakannan panosta tuotantoprosessissa K:lla, voidaan näiden välille määritellä seuraavan yhtälön mukainen yhteys

(4) $$K_t = \gamma^t \bar{K}_t .$$

Vaikka pääomakanta antaakin panoksensa tuotantoprosessissa "läsnäolon" muodossa, asettanee myös se jonkin ylärajan tuotanto-

1. Ks. erityisesti ROBERT M. SOLOW Investment and Technical Progress, Mathematical Methods in the Social Sciences, Editors: Kenneth J. Arrow, Samuel Karlin, and Patrick Suppes, Stanford, California, 1960.

mahdollisuuksille. Nimitettäköön tätä ylärajaa tuotantokapasiteetiksi[1] ja merkittäköön sitä $\bar{Y}$:llä. Tällöin on siis

(5) $$\bar{Y}_t = F_k (K_t).$$

Maksimituotantoa sekä tuotantokapasiteettia koskevia määritelmiä ei tarvitse kuitenkaan jättää niin epämääräiseen muotoon kuin yhtälöissä (3) ja (5), vaan teknillistä kehitystä sekä substituoimattomuutta koskevien olettamusten nojalla voidaan mainitut käsitteet esittää täsmällisemmin eli

(3:1) $$\bar{\bar{Y}}_t = \varphi_1 L_t$$

ja

(5:1) $$\bar{Y}_t = \varphi_2 K_t .$$

Näissä yhtälöissä esiintyvät työvoima- ja pääomakertoimet φ_1 ja φ_2 ovat luonteeltaan jonkin verran erilaisia. Pääomakanta K on aina "läsnä", joten muuttumaton pääomakerroin liittyy vain tuotantokapasiteettia koskevaan määritelmään. Sen sijaan työvoimakerroin on voimassa kaikilla tuotannon tasoilla. Toisin sanoen voidaan tyytyä seuraavaan tuotantofunktioon tuotantoaktiviteettia kuvattaessa yhtälöiden (1) ja (1:1) asemesta

(1:2) $$Y_t = \varphi_1 N_t .$$

Tällöin on kuitenkin muistettava, etteivät N:n - työpanoksen - muutokset yksistään kuvasta työtunneissa lasketun työllisyyden muutoksia vaan analogisesti yhtälön (2:1) kanssa myös teknillistä kehitystä. Kun yhtälö (2) määrittelee työtunneissa ilmaistun työvoiman tarjonnan, niin työvoiman kysyntää työtun-

---

1. Vrt. HAAVELMO A Study ... s. 88-90.

neissa mitattuna - $\bar{N}$ - voidaan merkitä seuraavasti:

(6) $$\bar{N}_t = \frac{1}{\tau t} \cdot N_t$$

Yhtälössä edellytetään, kuten on ilmeistä, että lähtöajanjakson kuluessa $N_o = \bar{N}_o$, mutta sen jälkeen työllisyys saa eri arvon riippuen siitä, mitataanko työllisyyttä tehdyn työn määrän vai työn tuloksen kannalta.

Tuotannon kehityksessä - sen heijastuessa työpanoksen muutoksina yhtälön (1:2) mukaisesti - on otettava huomioon edellä sanotun perusteella nousua rajoittavina tekijöinä olemassa oleva työvoima ja pääomakanta. On kuitenkin pidettävä yhtälön (3:1) mukaista rajoittavaa tekijää primäärisenä, sillä se on kokonaan eksogeenisistä tekijöistä riippuvainen; sitävastoin pääomakannan aiheuttama tuotannon yläraja saattaa merkittävästi siirtyä itse taloudellisen prosessin tuloksena. Saattaa tietenkin syntyä tilanne, jossa maksimituotanto ja tuotantokapasiteetti yhtyvät. Kun kyseessä on teollisuusmaa, muodostunee maksimituotanto kuitenkin ensisijaiseksi rajoittavaksi tekijäksi, asiantilan ollessa kehitysmaan osalta päinvastainen. Kehitysmaalta näet yleensä puuttuu melkeinpä määritelmänomaisesti omia edellytyksiä - ainakaan suhteellisen lyhyen ajanjakson kuluessa - kohottaa tuotantokapasiteettia riittävästi. Joka tapauksessa määritellään nyt <u>pitkäntähtäyksen tasapaino</u> maksimituotannon, tuotantokapasiteetin sekä kokonaistuotannon käsitteiden avulla seuraavalla tavalla

(7) $$Y_t = \bar{Y}_t = \bar{\bar{Y}}_t.$$

Näin kaksiosaisesti määritellyn tasapainon toteutuminen merkitsee tähän asti kehitellyn mallin valossa:

Ensinnäkin se merkitsee, että työvoiman kysyntä ja tarjonta ovat yhtä suuret, ts. $Y_t = \bar{\bar{Y}}_t$; ehto voidaan myös kirjoittaa joko yhtälöiden (2) ja (6) perusteella muotoon

(7:1) $$\bar{N}_t = \bar{L}_t,$$

tai yhtälöiden (2:1) ja (6) nojalla, että

(7:2) $$N_t = L_t ;$$

Toiseksi pääomakannan "läsnäolon" antama panos on samanaikaisesti myös täysin hyväksikäytetty, ts. $Y_t = \bar{Y}_t$. Tässä mielessä pääomakannan kysyntä (pitäisi ehkä sanoa "käyttö") ja tarjonta ovat yhtä suuret.

3. Mallin rakenneosat: Pääomakanta ja investointi

Seuraavana tehtävänä on kehittää mallia edelleen, että sen avulla voidaan analysoida sekä pääoman tarjonnan (ts. $\bar{Y}_t$:n) että kokonaistuotannon (ts. Y_t:n) kehitystä. Mallin painotus on sellainen, että tekijöillä, jotka vaikuttavat pääoman tarjonnan muotoutumiseen, on samalla myös ratkaiseva vaikutus kokonaistuotannon kehitykseen.

Ei ole suinkaan harvinaista, ja tämä koskee erityisesti keynesiläistä makroteoriaa, ettei teoreettisissa esityksissä kovinkaan selvästi oteta kantaa tarjontapuoleen - hyödykkeiden tuotannon erikoisolosuhteisiin - kehitystä muovaavana tekijänä, vaan pitäydytään kysyntätekijöiden erittelyyn. Tähän analyysin ilmeiseen yksipuolisuuteen on ennen muita HAAVELMO kiinnittänyt huomiota.[1]

1. Ks. HAAVELMO A Study ... s. 196.

"Kysyntä-traditiota" edelleenkin seuraten oletetaan kuitenkin tässä esityksessä kulutushyödykkeiden tuotannon reagoivan silmänräpäyksellisesti eli saman yksikköajanjakson kuluessa kulutushyödykkeiden kysyntään. Tällöin näet kysyntä täysin selittää myös tarjonnan ja tuotannon muutokset - tuotannontekijöiden "sallimissa" rajoissa tietenkin.

Sitävastoin ei seuraavassa kokonaan sivuuteta pääomatavaroiden tuotannon ongelmia. Onhan näet ilmeinen tosiasia, että pääomatavaroiden tuottaminen monessakin tapauksessa on - kalendaarisesti ajatellen - melko pitkäaikainen prosessi. Ajateltakoon vain esim. voimalaitoksen rakentamista. Aika investointipäätöksestä projektin lopulliseen valmistumiseen ei koostu pelkästään tuotannon vaatimasta ajasta, vaan on otettava myös lukuun aika, joka tarvitaan projektia koskevien suunnitelmien tekoon; sekin saattaa edellyttää varsin pitkän ajan.

Merkitään $\bar{I}$:lla nettoinvestointien arvoa, joka mitataan ottamatta huomioon teknillistä kehitystä analyysin lähtöajanjaksosta lukien, ja $\bar{K}$:lla samalla tavoin määriteltyä pääomakantaa (ks. yhtälöä (4)). Näiden suureiden välinen yhteys määritellään yhtälöllä

(8) $$\bar{K} = \bar{I}_{t-1} + \bar{K}_{t-1},$$

josta seuraa eräitä koko mallinkin kannalta huomioonotettavia seikkoja.

Ensinnäkin on kiinnitettävä huomiota teknillisen kehityksen rooliin määriteltäessä investointien ja pääomapanoksen välistä yhteyttä. Yhtälöiden (4) ja (8) perusteella saadaan näet

(8:1) $$K_t = \tau^t \bar{I}_{t-1} + K_{t-1},$$

ja jos merkitään, että $I_t = \tau^t \bar{I}_t$, niin silloin

(8:2) $$K_t = I_{t-1} + K_{t-1}.$$

Näin ollen kulloinenkin investointi edustaa "viimeisintä sanaa" teknillisessä mielessä, samalla kun teknillinen kehitys heijastuu yhtäläisesti myös olemassa olevassa pääomakannassa. Viimeksi mainittu olettamus on melko vahva, kuten on jo todettu. Ilmeisesti on kuviteltava, että vanhan pääoman kohdalla teknillinen kehitys on luonteeltaan organisatorista, minkä vuoksi suorituskyvyn paraneminen ei siltä osin vaadi uusia investointeja.

Yhtälössä (8:2) tarkoittaa merkintä K_t pääomakantaa t-ajanjakson alussa. Näin ollen pääomakantaa lisäävä investointi on peräisin edelliseltä ajanjaksolta. Myöhemmin suoritettavan analyysin kannalta on tärkeätä todeta, että alkuperäinen investointipäätös, suunnitelmien laatiminen sekä pääomatavaroiden tuottaminen tapahtuvat yhden ja saman ajanjakson kuluessa. Mallin yksikköajanjakso joudutaankin määrittelemään tämän mukaisesti niin pitkäksi, että investointitapahtuma kokonaisuudessaan mahtuu yhteen ajanjaksoon. Kun analyysi koskee koko kansantaloutta eikä yksittäistä yritystä, on tällöin pidettävä kansantalouden investointien keskimääräistä kestoaikaa mittapuuna.

4. Mallin rakenneosat: Investointifunktio

Tämän luvun alussa katsottiin taloudellisella kasvulla olevan taloudenpitäjien odotuksiin liittyvä subjektiivinen perustekijänsä. Seuraavana tehtävänä onkin investointikomponentin välityksellä sisällyttää malliin tätä subjektiivista ainesta.

Yritysten investointipäätösten kannalta relevantit odotukset koskevat tuotantoon vaikuttavia kysyntä- sekä tarjontatekijöitä. Ensinnä käsitellään investointeja kysyntätekijöiden kannalta, ja analyysivälineenä käytetään kuviota II.

Kuviossa II tarkastellaan "edustavan" monopolistisessa asemassa olevan yrityksen toimintaa sen pyrkiessä maksimoimaan voittonsa.[1] Pystysuoralla akselilla mitataan tuotteen hintaa ja vaakasuoralla akselilla tuotannon volyymia. Kun kysyntä on tasolla D_1, rajakustannukset MC_1 [2] ja rajatuottokäyrä MR_1, oletetaan yrityksen sopeuttaneen pääomakapasiteettinsa näitä vastaavalle tasolle, ts. tuotantoa Y_1 silmälläpitäen. Pääomakapasiteetin <u>sopeuttamisella</u> tarkoitetaan, että keskimääräiset kokonaiskustannukset ovat tuotannolla Y_1 minimissä. Tällöin "edustavan" yrityksen kokonaistuloista Y_1BCO jää yrityksen voitoksi ABCD, joka määritellään <u>normaalivoitoksi</u>.

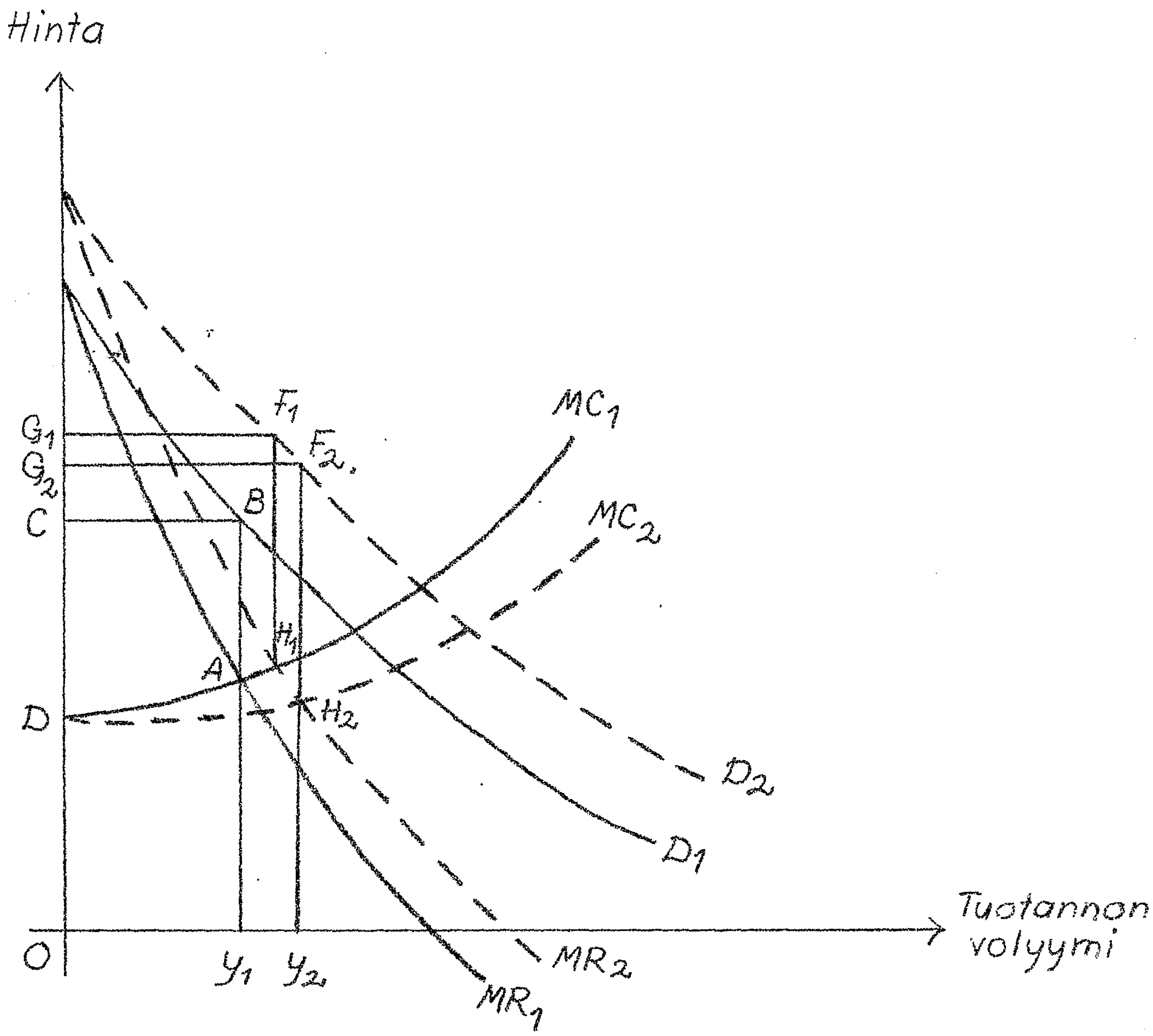
Jos kysyntä kohoaa esimerkiksi D_2:een ja rajatulokäyrä vastaavasti MR_1:stä MR_2:een, lisääntyy yrityksen voitto $DH_1F_1G_1$:een tuotannon noustessa Y_2:een. - On huomattava, että kysynnän kohoaminen tulkitaan tässä yhteydessä kysyntäkäyrän yhdensuuntaisena siirtymisenä. Kysynnän kohoamisen johdosta saa yritys ylinormaalin voiton (rajakustannuskäyrä leikkaa keskimääräisten kokonaiskustannusten käyrän sen nousevassa osassa; kokonaiskustannuskäyrää ei ole piirretty kuvioon). Ylinormaalin voiton oletetaan olevan yritykselle kiihokkeena uusiin investointeihin. Jos kysynnän taso säilyy riittävän kauan muuttumattomana, pääomakapasiteetin sopeutumisen jälkeen rajakustannus-

---

1. Vrt. DUESENBERRY mt. 4. luku; Duesenberryn analyyttinen näkökulma samankaltainen.

2. Muuttuvat kustannukset koostuvat palkoista.

Kuvio II


Hinta
G_1
G_2
C
D
O
F_1
F_2
B
A
H_1
H_2
MC_1
MC_2
D_1
D_2
MR_1
MR_2
y_1
y_2
Tuotannon
volyymi

käyrä siirtyy myös uuteen asemaan MC_2 (MC-käyrän sekä pystysuoran akselin leikkauspiste kuvitellaan rajakustannuskäyrän minimikohdaksi)[1] ja normaalivoitto nousee $DH_2F_2G_2$:een. Voidaankin nyt päätellä, että investointitoiminta jatkuu ainoastaan, mikäli kysyntä jatkuvasti kohoaa.

Suoritettu kuvioanalyysi antaa mahdollisuuden kahteen eri olettamukseen. Ensinnäkin on tietenkin ajateltavissa, että yritykset suorittavat laajennuspäätöksenä vasta silloin, kun voitot ovat tosiaan kohonneet ylinormaaleiksi eli kun toteutunut kysyntä de facto vaatii pääomakannan laajentamista.

Toisena tulkintana olisi, että yrittäjät suorittavat investointipäätöksensä odotusten perusteella, jolloin kuvion käyrät D_2 ja MC_2 kuvastaisivat "edustavan" yrittäjän odotuksia. Jälkimmäinen vaihtoehto tuntuisi olevan lähempänä todellisuutta kasvuhakuisessa kansantaloudessa; sellaisestahan kansantaloudesta on lähinnä nyt kehiteltävässä mallissakin kysymys, niinkuin tämän luvun alussa tähdennettiin.

Sen vuoksi edetään mallin kehittelyssä tästä eteenpäin jälkimmäisestä odotus-olettamuksesta. Oletetaan ensin "edustavan" yrityksen pystyvän sopeuttamaan pääomakantansa ja yrityksen jatkuvasti tuottavan normaalivoittoa. Olettamuksen toteutumisen edellytyksenä on, että kysynnän kasvu pysyy tasaisena. Vain silloin yrityksen johdolle saattaa muodostua jonkinlainen käsitys, ts. suhteellisen varmat odotukset, tietyn suuruisen kysynnän kasvun jatkumisesta, mihin perustaa investointipäätöksensä. Voitaneen katsoa, kun on kysymys "edustavasta" yrityksestä,

---

1. Kuvioanalyysissa on liikuttu jonkin verran mallin ulkopuolelle, sillä tuotantofunktiohan (1:2) on kiinteäkertoiminen.

että yrityksen omaan alaan suuntautuvat kysynnän kasvua koskevat odotukset edustavat samalla yleisesti vallitsevia odotuksia koko kansantalouden kehityksestä.

Seuraavassa lähdetään olettamuksesta, että yrittäjälle näissä olosuhteissa - tasaisen kasvun kokemuksiin nojautuen - muodostuu odotus jatkuvasta tietyn suuruisesta (esim. 3-4 %:n) vuotuisesta kysynnän kasvusta. Nimitettäköön sitä kysynnän kasvuodotukseksi.

Yksikäsitteisen kysynnän kasvuodotuksen mahdollisuus nojautuu olettamukseen tasaisesta kasvusta, jolloin yrittäjä pystyy sopeuttamaan pääomakantansa tuotantoon. Todellisuudessahan kehitys ei ole tasainen, vaan yrittäjä joutuu usein kokemaan odotustensa virheellisyyden ja myös havaitsemaan, että tuotantokapasiteettia on milloin liian vähän, milloin liian paljon. Voitaneen kuitenkin ajatella yrittäjien mielessä realistisissakin olosuhteissa muodostuvan tietyn kysynnän kasvuodotuksen, joka perustuu lähinnä kansantalouden kehitykseen pitkällä tähtäyksellä, ja joka myös sen vuoksi on luonteeltaan tulevaan pitkäntähtäyksen kehitykseen kohdistuva.

Kysynnän kasvuodotus olisi niin muodoin eräänlainen "ydinaines" yrittäjien lyhyen tähtäyksen odotuksissa varsinaisten lyhyen tähtäyksen näkymien muodostaessa epävarmuus-tekijän kysynnän kasvuodotuksen ympärille. Päädytään siis olettamukseen: Kysynnän kasvuodotus yhdessä epävarmuustekijän kanssa vaikuttaa kysyntäpuolelta yritysten investointipäätöksiin; epävarmuuden lisäys vähentää ja sen heikkeneminen puolestaan vahvistaa yrittäjien investointihalukkuutta.

Mihin muuttujiin voidaan yritysten lyhyen tähtäyksen odotukset sitoa? Toisin kuin pitkäntähtäyksen odotusten kohdalla on tässä tapauksessa ilmeisesti lähdettävä siitä, että aktuelli taloudellinen tilanne vaikuttaa ratkaisevasti näiden odotusten muotoutumiseen. Aktuelli tilanne täsmennetysti tulkittuna koskee tuotannontasoa (ja ex post myös kysynnän tasoa) vallitsevan ajanjakson aikana: Tuotannon volyymi saattaa suuruudeltaan vastata olemassaolevaa tuotantokapasiteettia, jolloin epävarmuus lähitulevaisuuden menekin kasvusta on luultavasti varsin vähäinen tai tuotantokapasiteetti voi olla vajaakäyttöinen, jolloin epävarmuus lähiajan kysynnästä lienee taas vastaavasti suurempi. Täsmällisesti sanottuna: Oletetaan epävarmuuden olevan tuotantokapasiteetin vajaakäyttöisyyden kasvava funktio.

Tähän asti sanotun perusteella voidaan nyt konstruoida investointipäätöksiin kysynnän puolelta vaikuttava <u>odotusfunktio</u> ja kirjoittaa se muotoon

(9) $$g_t = \bar{\alpha}\frac{Y_t}{\bar{Y}_t} - \bar{\beta}$$

Yhtälö on tulkittava seuraavalla tavalla: Kysynnän lisäystä koskevaan odotukseen g vaikuttaa yhtäältä kasvuodotus, joka oletetaan vakioksi ja jota merkitään lausekkeella $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$, ja toisaalta tuotantokapasiteetin käyttöaste, mikä ilmenee termissä $\bar{\alpha}\frac{Y_t}{\bar{Y}_t}$. $\bar{Y}_t$ mittaa, kuten yhtälössä (5) määriteltiin, tuotantokapasiteettia. Kun tuotantokapasiteetti on täydessä käytössä eli $\frac{Y_t}{\bar{Y}_t}$ on arvoltaan yksi, on g yhtä suuri kuin kasvuodotus, mutta se on kasvuodotusta pienempi, kun $\frac{Y_t}{\bar{Y}_t}$ on pienempi kuin yksi.

Yhtälön (9) tulkinnassa on pantava merkille, että kasvuodotus ilmaistaan kahden parametrin $\bar{\alpha}$ ja $\bar{\beta}$ avulla. Tämä on seuraus vielä tehtävästä lisäolettamuksesta, jonka mukaan vajaakäyttöisyys ja samalla myös epävarmuus tulevaisuudesta yrittäjien keskuudessa saattaa muodostua niin suureksi, ettei enää esiinny investointeihin johtavia tulevaisuudenodotuksia. Sellainen vaihe saavutetaan, kun

$$(9:1) \qquad \bar{\alpha}\,\frac{Y_t}{\ddot{Y}_t} \lesseqgtr \bar{\beta}$$

Mikäli halutaan keskittää analyysi koskemaan kasvuhakuista kansantaloutta, voidaan käsittely mallin puitteissa rajoittaa tilanteisiin joissa $g \geqq 0$; tällä rajoituksella itse asiassa myös huomattavasti täsmennetään käsitteen 'kasvuhakuisuus' sisältöä. Tästä seuraa silloin epäyhtälön (9:1) mukaan ja aikaisemmin esitetyn perusteella, että

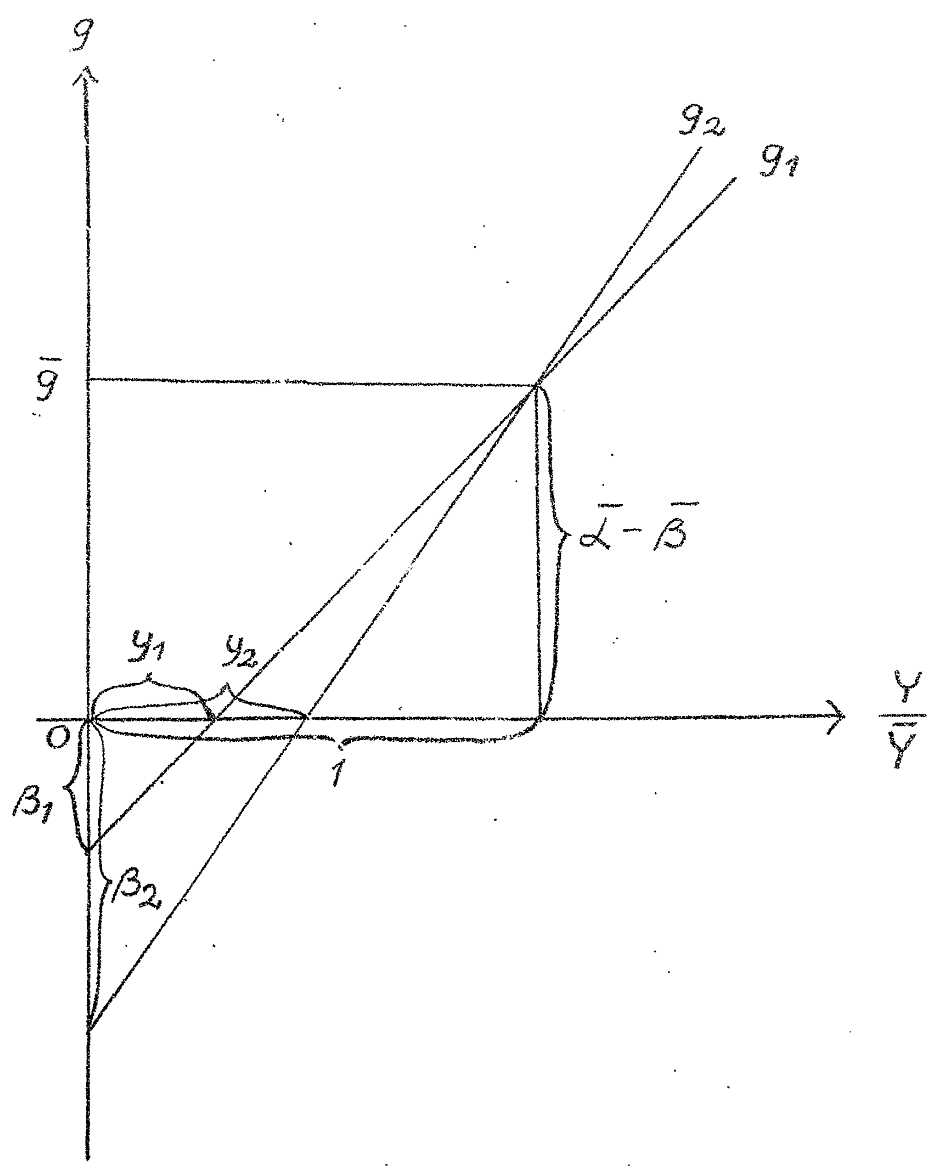
$$(9:2) \qquad 1 \geqq \frac{Y_t}{\ddot{Y}_t} \geqq \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$$

Epäyhtälö määrittelee ne puitteet, joissa kasvuhakuisen kansantalouden tuotanto saattaa vaihdella, kun otetaan huomioon, että $\bar{\alpha} > 0$ ja $\bar{\beta} > 0$ ja että $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$.

Kuviossa III valaistaan yhtälössä (9) määriteltyä lineaarista g-funktiota. Edellisessä kappaleessa esitetty olettamus, että $\bar{\beta} > 0$, tarkoittaa vain, että g on nolla kapasiteetin jollakin positiivisella käyttöasteella, mikä näkyy myös kuviossa g-funktion ja vaakasuoran akselin leikkauspisteen sijainnista. Kun kasvuodotuksen suuruus - kuviossa merkitty $\ddot{g}$:llä - on määrätty, on myös $\ddot{\alpha}$:n ja $\ddot{\beta}$:n välinen riippuvuus yksikäsitteisesti määritelty, nimittäin

$$(9:3) \qquad \ddot{g} = \ddot{\alpha} - \ddot{\beta}\,.$$

Kuvio III



Kuviossa voidaan havainnollistaa $\bar{\alpha}$ - ja $\bar{\beta}$ -parametrien välistä yhteyttä kääntämällä g-funktio esim. asennosta g_1 asentoon g_2, jolloin $\bar{\alpha}$ (funktion kuvaajan kulmakerroin) sekä $\bar{\beta}$ (β_1:stä β_2:een) kasvavat. Taloudellisin termein ilmaistuna funktion tämänsuuntainen kääntyminen tarkoittaa, että käyttöasteen aleneminen vaikuttaa aikaisempaa voimakkaammin odotusten epävarmuuteen, ja että näin ollen odotusten ja investointipäätösten kannalta määritelty tuotantokapasiteetin sallittu minimitaso nousee: Kuviossa y_1:stä y_2:een.

Yhtälössä (9) esitetty odotusfunktio ja sitä koskeva tarkastelu kosketteli yritysten investointeihin kysyntäpuolelta vaikuttavia odotuksia. Nyt on vuorossa tarjontapuolelta - täsmällisesti sanottuna tuotannontekijäpuolelta - tulevien impulssien analysointi.

Kuten aikaisemmin ja tähdennettiin, kehittyvässä yhteiskunnassa tapahtuu henkisten voimavarojen kasvua, mikä puolestaan antaa yrityksille mahdollisuuden nostaa tuotantotoiminnan tuotantotoiminnan suorituskykyä. Edellä lähdettiin siitä, että yhteiskunnan henkiset voimavarat riittävät tuotannon piirissä tapahtuvaan teknilliseen kehitykseen. Tämä esitettiin implisiittisesti siinä yhteydessä, jossa oletettiin teknillisen kehityksen tapahtuvan sekä pääomakannan että työvoiman osalta yhdenmukaisesti ja tasaisella vauhdilla. Kun oletetaan teknillisen kehityksen lisäksi koskevan kaikkia tuotantovoimia yhdenmukaisesti eli sekä "uusia" että "vanhoja" tuotantovoimia, se implisiittisesti sulkee mallista pois mahdollisuuden, että teknillinen kehitys välittömästi lisäisi yrittäjien halua kasvattaa pääomakantaa. - Uuden teknillisen tiedon soveltaminenhan voi tapahtua ilman investointeja.[1]

Yhtälailla kuin yritykset voivat ammentaa teknillistä tietoa yhteiskunnan kasvavasta henkisten voimavarojen varannosta, ne voivat myös käyttää hyväksi kasvavaa työvoimareserviä tuotantotoiminnan laajentamiseen. Ei työvoiman kasvu sinänsä yhtä vähän kuin teknillinen kehityskään ole arvattavasti välittömästi pääomakannan kasvun aiheuttaja.Sen vuoksi nyt onkin yritettävä hahmotella mekanismia, jonka välityksellä teknillinen kehitys sekä työvoiman kasvu voivat vaikuttaa yrittäjien investointihalukkuuteen.

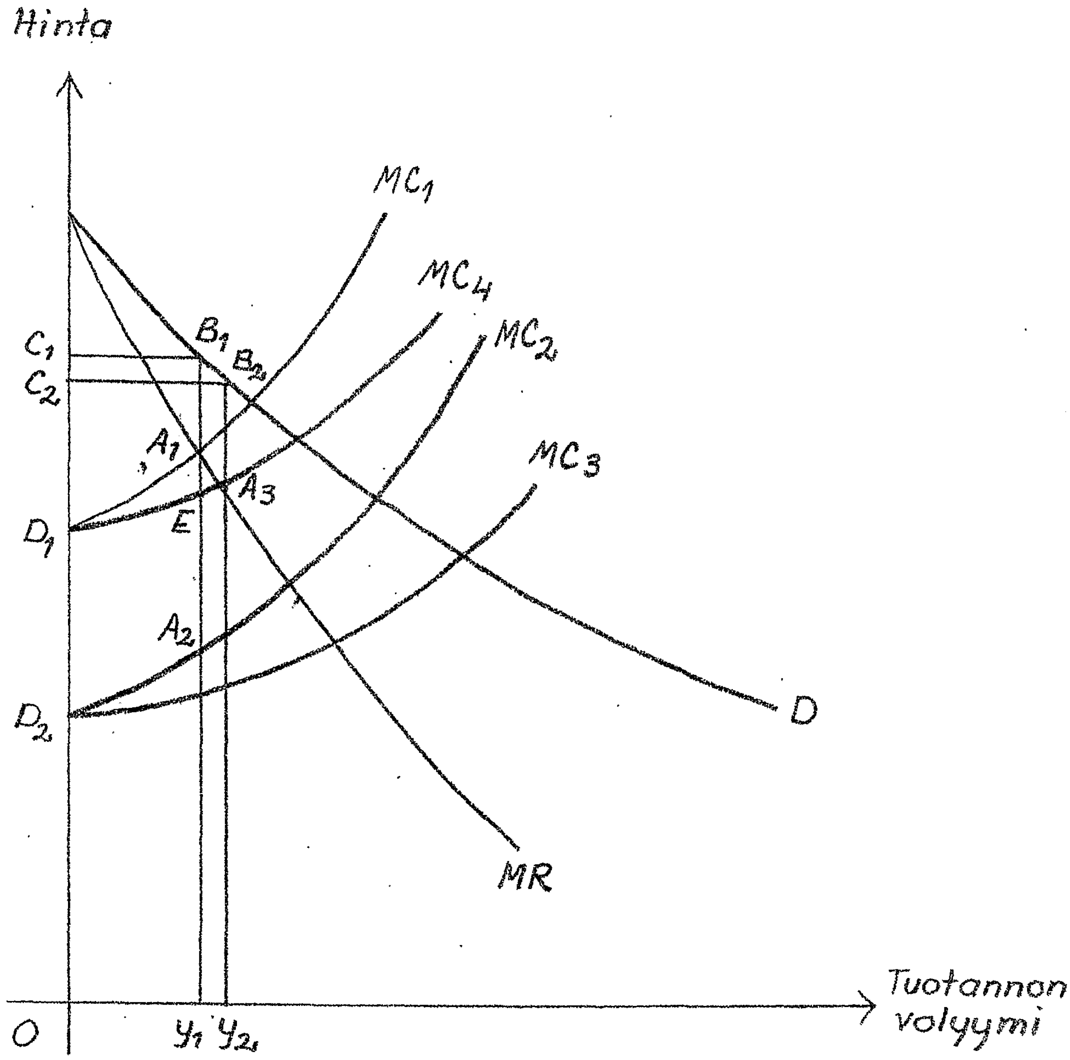
Tehtävään käytetään toistamiseen apukäsitettä "edustava" yritys ja valitaan jälleen lähtökohdaksi tilanne, jossa yritys saa normaalivoiton tuotannostaan. Kuviossa IV on esitetty kysyntäkäyrän D (rajatuottokäyrän MR) ja rajakustannuskäyrän MC_1 mukainen voitto $A_1B_1C_1D_1$ normaalivoittona. Joskaan tässä mallissa ei eksplisiittisesti käsitellä hintoja ja kustannuksia, silti oletetaan hinta- ja kustannusmekanismin toimivan ja vaikuttavan aivan tietyllä tavalla yrittäjän käyttäytymiseen. - Tämä analyyttinen näkökulma oli selvästi nähtävissä jo kysyntäpuolen tarkastelussa (ks. kuviota II).

Jatkuva neutraali teknillinen kehitys aikaansaa tuotantokustannusten alenemisen. Jos palkat reagoivat jollain tietyllä viivästyksellä teknillisen kehityksen myötä kohonneeseen tuottavuuteen, on seurauksena rajakustannuskäyrän siirtyminen alaspäin suuntansa säilyttäen. Mallin olettamusten mukaan, mikäli palkkojen viivästys on yhden yksikköajanjakson mittainen, saadaan rajakustannusten muutokseksi (Δ MC)

---

1. Ks. edellä s. 28.

Kuvio IV


Hinta
MC_1
MC_4
MC_2
MC_3
C_1
C_2
B_1
B_2
A_1
A_3
E
D_1
A_2
D_2
D
MR
O
y_1
y_2
Tuotannon volyymi

$$(10) \qquad \Delta MC_t = \frac{w_{t-1}}{\varphi_1} - \frac{w_{t-1}}{\varphi_1 \tau} = (1 - \frac{1}{\tau}) \frac{1}{\varphi_1} w_{t-1}$$

jossa w = palkka työllisyysyksikköä kohti ja φ_1 = työn rajatuotos. Rajakustannusten muutos on vakio ja tuotannon tasosta riippumaton. Palkkojen viivästystä voidaan perustella sillä, että työvoiman kasvu estää työntekijöiden aseman vahvistumisen työnantajiin nähden, että ne pystyisivät välittömästi kuromaan umpeen palkkojen jälkeen jäämisen tuottavuudesta.

Kuviossa IV on esitetty teknillisen kehityksen vaikutus MC-käyrän siirtymisenä asemasta MC_1 asemaan MC_2. Kun MC-käyrä on asemassa MC_2 on yrityksen voitto lisääntynyt $A_2B_1C_1D_2$:een, jos tuotanto pysyy edelleen tasolla Y_1. Analogisesti aikaisemmin suoritetun kysyntäpuolta koskevan analyysin kanssa oletetaan teknillisestä kehityksestä johtuvan voiton kasvun olevan yritykselle virikkeenä laajentaa pääomakapasiteettia.

Investointien seurauksena rajakustannuskäyrä siirtyy jälleen uuteen asemaan MC_3, mutta tällöin on jo siirrytty uuteen ajanjaksoon - yksikköajanjakson pituushan määräytyy pääomatavaroitten tuotannon mukaan - jolloin palkkataso olettamuksen mukaan nousee. Jos palkat täysin mukautuvat tuottavuuden kehitykseen, tällöin myös rajakustannuskäyrä kohoaa saman verran kuin se aleni edellisen ajanjakson aikana teknillisen kehityksen vuoksi, mutta se ei palaudu enää alkuperäiseen asemaan MC_1 vaan MC_4, joka on yhden suuntainen MC_3:n kanssa. Voittoa maksimoiva yritys nostaa tuotannon Y_2:een. Tällöin yrityksen voitto on $A_3B_2C_2D_1$, ja se on suurempi kuin voitto $A_1B_1C_1D_1$ edellisen ajanjakson alussa. Näin on, sillä ilmeisesti $A_3B_2C_2D_1$ on suurempi kuin $EB_1C_1D_1$, joka puolestaan on suurempi kuin $A_1B_1C_1D$.

Jos yritys pystyy arvioimaan oikein sekä teknillisen kehityksen että sitä seuraavan kustannusten kehityksen, yritys lisää pääomakapasiteettiaan juuri niin paljon, että tuotantokapasiteetti on myös täysin käytössä Y_2- tasolla; näin ollen voitto $A_3B_2C_2D_1$ on tulkittavissa normaalivoitoksi. Siinä tapauksessa on myös rajakustannuskäyrillä MC_2 ja MC_3 kuvattu tapahtumaketjun välivaihe katsottava vain analyysin tarkoitusperiä palvelevaksi täydentäväksi illustraatioksi.

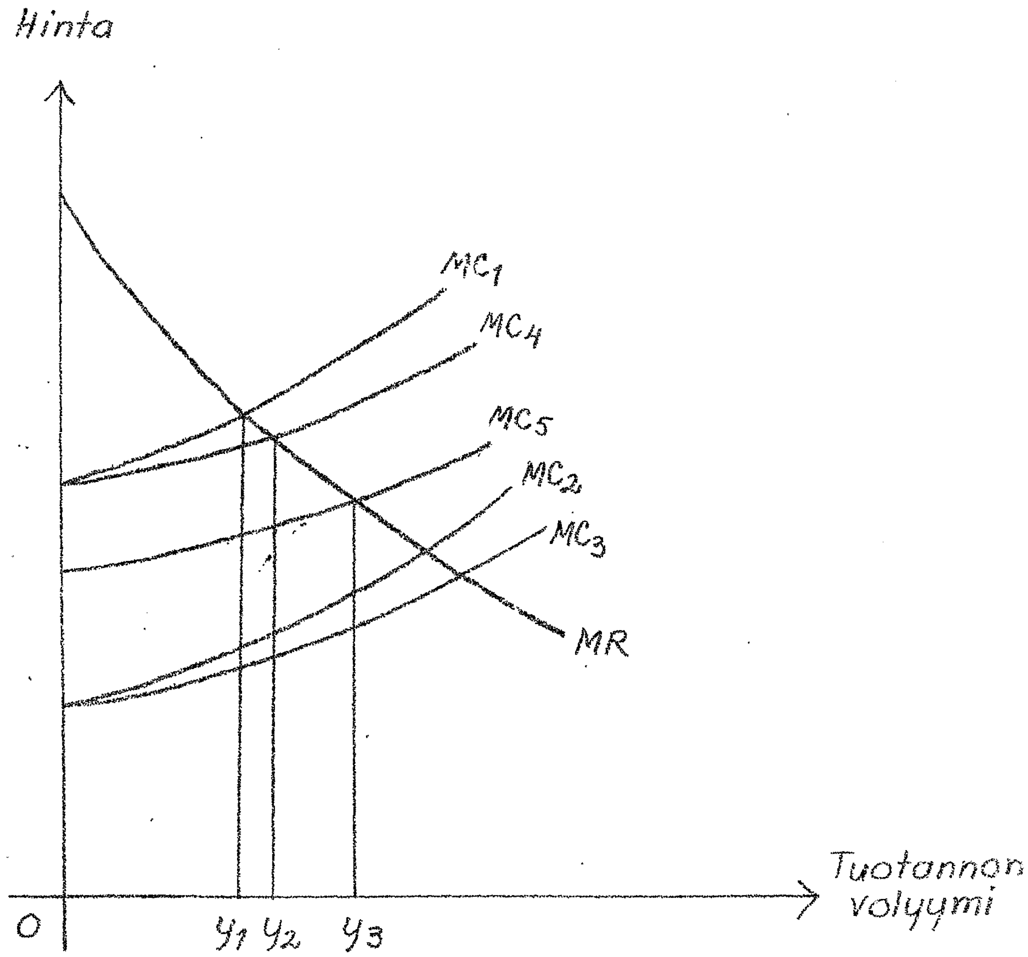
Jo alkuolettamuksista on käynyt selville, että mallin kuvaamassa kansantaloudessa työvoima kasvaa tietyllä nopeudella ajanjaksosta toiseen. Teknillisen kehityksen vaikutuksen analyysissa työvoiman kasvu otettiin sikäli huomioon, että katsottiin siitä aiheutuvan viivästyksen tuottavuuden lisääntymistä seuraavassa palkkojen nousussa. Vaikka tuotannon ollessa Y_1 (ks. kuvio IV) vallitsisikin täystyöllisyys, tarvitaan kuitenkin vielä lisäolettamus, jotta uudessa tasapainossa työvoima olisi edelleen täydessä käytössä. Kuviossa V esitetään sama tilanne kuin kuviossa IV, kysyntäkäyrä D on vain yksinkertaisuuden vuoksi jätetty piirtämättä.

Ennenkuin edetään analyysissa kuvion V avulla, on syytä todeta, että yhtälöiden (2:1), (1:2) ja (7:2) mukaan täystyöllisyyden ehtona on, että

(11) $$Y_t = \varphi_1 \tau^t \nu^t \bar{L}_o.$$

Teknillistä kehitystä koskevan tarkastelun yhteydessä käsiteltiin termiä τ, minkä vuoksi jää jäljelle termin ν huomioonottaminen yhtälön (11) ilmaiseman tasapainoehdon täyttämiseksi.

Kuvio V



Jotta yritys ottaisi investointeja suorittaessaan lukuun työvoiman kasvun tarjoamat mahdollisuudet, työvoiman kasvun tulisi ilmeisesti myös vaikuttaa yrittäjän kalkyyliin kustannuspuolelta. Toisin sanoen on oletettava palkkojen kehityksen heijastavan työvoiman tarjonnan muutoksia. Se tapahtuu siten, että katsotaan palkkojen nousun jäävän vielä viivästyneen korotuksen jälkeenkin mahdollisesti pienemmäksi kuin tuottavuuden nousu. Kuviossa V tätä olettamusta valaisee rajakustannuskäyrän kohoaminen MC_3:sta asemaan MC_5 eikä asemaan MC_4 kuten kuviossa IV esitettiin. Tuotannon volyymi Y_3 turvaisi näin ollen täystyöllisyyden. Teknillisen kehityksen sekä työvoiman kasvun seurauksena tuotanto lisääntyisi Y_1:stä Y_3:een eikä Y_2:een. Viimeksi sanottu ei tietenkään sulje pois mahdollisuutta, että Y_2 toteuttaisi täystyöllisyyden. Lisäolettamuksella vain "turvataan" rajakustannuskäyrän riittävä liikkuvuus myös työvoiman kasvun osalta.

Aikaisemmin on useaan otteeseen tähdennetty odotusten ratkaisevaa vaikutusta investointipäätöksiin mm. investointien toteuttamisen vaatiman verraten suhteellisen pitkän ajan vuoksi. Tarjontapuolelta kehitystä tarkasteltaessa ei ole niinkään selvää, että päätöksiin vaikuttavat tekijät olisivat tulevaisuuden odotuksia. Pikemminkin kuvioanalyysi antaisi tukea käsitykselle, että investointeihin vaikuttaa tapahtunut ja tapahtumassa oleva teknillinen kehitys ja työvoiman kasvu, jotka alentavat yritysten kustannuksia ja siten luovat tilaa uusille tuotantokapasiteetin laajennuksille. Seuraavassa asetutaan tämän hypoteesin kannalle.

Kuvioon V vielä palaten voidaan näin ollen lähteä siitä, että mitä suurempi ero on olemassaolevan tuotantokapasiteetin ja optimaalisen tuotantokapasiteetin välillä ts. Y_1 ja Y_3 välillä, sitä suurempi on myös pääomakapasiteetin laajentamismahdollisuus.[1] Tämä hypoteesi voidaan kirjoittaa analyyttiseen muotoon, jolloin saadaan pääomakapasiteetin <u>kasvumahdollisuus-funktio</u>

$$(12) \qquad k_t = \frac{\bar{\bar{Y}}_t}{\bar{Y}_t} - 1.$$

Yhtälöstä käy selville, että pääomakapasiteetti saattaa muodostua jopa liian suureksi verrattuna kansantalouden ulkoisiin mahdollisuuksiin ($\bar{\bar{Y}}$ verrattuna). Tästä voi aiheutua pääomakapasiteetin supistamishalua; se on kaikessa tapauksessa kuitenkin rajoitettu vain pääoman kulumisen puitteisiin. Tällainen tilanne voi hyvinkin syntyä "kypsässä" kansantaloudessa. Mallin sovellutusaluetta supistetaan nyt kuitenkin, niinkuin edellä aikaisemminkin tehtiin, koskemaan 'kasvuhakuista' kansantaloutta. Tällaisen kansantalouden objektiivisena tunnusmerkkinä katsotaan olevan kasvumahdollisuuksien olemassaolo eli että

$$(12{:}1) \qquad k_t \geqq 0.$$

'Kasvuhakuisuuden' käsitettä on näin täsmennetty aikaisemmassa yhteydessä esitetyn subjektiivisen tuntomerkin täydennyksenä.

Investointipäätöksissä heijastuvien kysyntä- ja tarjontatekijöiden käsittely on näin saatettu päätökseen. Erityisesti on suoritetussa analyysissa merkillepantava <u>hintojen ja palkko-</u>

---

1. Kysyntäfunktion täsmällinen muoto luonnollisesti osaltaan vaikuttaa laajentumismahdollisuuden suuruuteen.

jen joustavuuden edellyttäminen, joskaan niiden muutokset eivät näy varsinaisissa mallin yhtälöissä. Tässä mielessä malli rakenteensa puolesta sijoittuu jonnekin keynesiläisen ja uusklassillisen teorian välimaastoon.

Yhdistettäessä odotus- ja kasvumahdollisuusfunktioihin päätyneet analyysit investointifunktioksi irtaannutaan 'edustavan yrityksen' mallista ja puhutaan yleensä yritysten investointeihin vaikuttavista kahdelta suunnalta - kysyntä- ja tarjontapuolelta - tulevista impulsseista. Näiden vaikutusten oletetaan olevan additiivisia.

Yhtälössä (12) esitetyn funktion nimitys, 'kasvumahdollisuus', saattaa herättää vaikutelman, ettei sillä olisi täysin itsenäistä asemaa odotusfunktion rinnalla, mutta näin ei tietenkään ole asianlaita, kuten 'edustavan yrityksen' tapauksessa nähtiin. Toisaalta lienee kuitenkin näiden tekijöiden paino investointifunktiossa riippuvainen siitä, miten radikaalisia yrittäjät ovat. Jos yrittäjät ovat rohkeita, he varsin herkästi käyttävät hyväksi teknillisen kehityksen sekä työvoiman tarjonnan luomia mahdollisuuksia tuotantotoiminnan lisäämiseksi. Jos yrittäjät sitä vastoin ovat varovaisia ja "kokemuksesta viisastuneita", he kiinnittävät pääasiallisen huomion kysynnän kehitykseen.

Investointifunktio saadaan yhtälöistä (9) ja (12) yhteenpainottamalla

$$(13) \qquad I_t = \left[(1-\mu) g_t + \mu k_t \right] K_t .$$

Funktiossa ilmentää μ-termi yrittäjien radikaalisuutta. Jos merkitään, että $(1-\mu)\bar{\lambda} = \alpha$ ja $(1-\mu)\bar{b} = \beta$, voidaan investointifunktio yhtälön (5:1) nojalla esittää toisessa muodossa eli

(13:1) $$I_t = \frac{\alpha}{\varphi_2} Y_t - (\beta + \mu) K_t + \frac{\mu}{\varphi_2} \bar{\bar{Y}}_t.$$

Yhtälön mukaan tuotantotoiminnan kasvu samoinkuin teknillinen kehitys sekä työvoiman kasvu lisäävät yrittäjien investointihalukkuutta, kun pääomakannan kasvu puolestaan hillitsee investointihalukkuutta. Investointifunktion johtaminen on valaissut niitä tekijöitä, joilla saattaa olla merkitystä investointipäätöksissä. Siten analyysi voi olla myös avuksi arvioitaessa investointifunktion selittävien muuttujien keskinäistä merkitystä.

5. Mallin rakenneosat: Kulutusfunktio

Mallin tähän asti käsitellyt rakenneosat ovat koskeneet yksinomaan yrityksiä ja niiden toimintaa. Kotitaloudet muodostavat mallin toisen sektorin. Kansantulo siirtyy yrityksiltä kotitalouksille disponoitavaksi. Keynesin alkuperäisen kulutusteorian mukaisesti oletetaan kulutuskysynnän olevan yksinomaan kansantulon funktio eli

(14) $$C_t = \lambda Y_{t-1} + \gamma,$$

jossa λ = rajakulutusalttius ja γ = minimikulutustaso.

Viivästyksiä koskeneitten tutkimusten nojalla pitäisi olettaa tulojen muutosten vaikuttavan jakaantuneella viivästyksellä kulutukseen. Mutta kun mallin yksikköajanjakso on melkoisen pitkä, oletetaan silti tulojen muutoksen ehtivän kokonaisuudessaan purkautua kulutuksen muutokseksi yhden ajanjakson kuluessa. Näin ollen tyydytään yhden ajanjakson viivästykseen.

6. Mallin kokoaminen

Edellisessä jaksossa esitetyt keskeiset riippuvuussuhteet ja määritelmät kootaan nyt yhteen kokonaiskuvan saamiseksi kehitetystä mallista. Kun seuraavassa käytetään yhtälöistä uutta numerointia, viitataan kunkin yhtälön kohdalla myös alkuperäiseen numeroon.

Aluksi luetellaan tärkeimmät määritelmäyhtälöt. Kansantulon määritelmää ei ole aikaisemmin esitetty. Se on

(I) $$Y_t = I_t + C_t.$$

Pääomakanta määritellään nettoinvestoinnin avulla seuraavasti (yhtälö (8:2)):

(II) $$K_t = I_{t-1} + K_{t-1}.$$

Tuotantotoimintaa koskevia yhtälöitä ovat tuotantofunktio (yhtälö (1:2))

(III) $$Y_t = \varphi_1 N_t,$$

työvoiman tarjontayhtälö (yhtälö (2:1))

(IV) $$L_t = (\Gamma \nu)^t \bar{L}_o,$$

maksimituotannon sisältämä rajoitus (yhtälö (3:1))

(V) $$\bar{\bar{Y}}_t = \varphi_1 L_t,$$

sekä tuotantokapasiteetin määritelmä (yhtälö (5:1))

(VI) $$\bar{Y}_t = \varphi_2 K_t.$$

Yhtälöistä (V) ja (VI) saadaan kokonaistuotantoa koskevat rajoittavat ehdot

(VII) $$\bar{Y}_t \geqq Y_t \leqq \bar{\bar{Y}}_t.$$

Kun nämä epäyhtälöt ovat yhtälöitä, vallitsee <u>pitkäntähtäyksen</u>

tasapaino (yhtälö (7)).

Investointeja koskeva funktio on esitetty seuraavassa muodossa (yhtälö (13:1))

$$\text{(VIII)} \qquad I_t = \frac{\alpha}{\varphi_2} Y_t - (\beta + \mu) K_t + \frac{\mu}{\varphi_2} \bar{\bar{Y}}_t .$$

Tämän funktion johtamisen yhteydessä esitettiin epäyhtälöitä (VII) täydentäviä rajoittavia ehtoja, nimittäin (yhtälöt (9:2) ja (12:1))

$$\text{(IX)} \qquad Y_t \geqq \frac{\bar{\beta}}{\alpha} \bar{Y}_t$$

ja

$$\text{(X)} \qquad \bar{\bar{Y}}_t \geqq \bar{Y}_t .$$

Tavanomainen kulutusfunktio on (yhtälö (14))

$$\text{(XI)} \qquad C_t = \lambda Y_{t-1} + \gamma .$$

Mallin tarkoitusperien kannalta keskeisten muuttujien, nimittäin kokonaistuotannon (Y_t) ja pääomakannan (K_t) ympärille voidaan mallia edelleen keskittää. Sijoittamalla investointifunktio (VIII) ja kulutusfunktio (XI) määritelmäyhtälöön (I) saadaan

$$\text{(XII)} \quad Y_t = \frac{\lambda}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}} Y_{t-1} - \frac{\beta + \mu}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}} K_t + \frac{\frac{\mu}{\varphi_2}}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}} \bar{\bar{Y}}_t + \frac{\gamma}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}}$$

sekä sijoittamalla investointifunktio (VIII) määritelmäyhtälöön (II) saadaan

$$\text{(XIII)} \quad K_t = \frac{\alpha}{\varphi_2} Y_{t-1} + (1 - \beta - \mu) K_{t-1} + \frac{\mu}{\varphi_2} \bar{\bar{Y}}_{t-1}$$

Jos yhtälö (XIII) sijoitetaan yhtälöön (XII), päädytään kansantulon käyttäytymistä selittävään yhtälöön

$$(\mathrm{XIV})\quad Y_t = \frac{\lambda - (\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\,Y_{t-1} - \frac{(\beta+\mu)(1-\beta-\mu)}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\,K_{t-1} +$$

$$\left(1-\frac{\beta+\mu}{\tau\nu}\right)\frac{\frac{\mu}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\,\bar{\bar{Y}}_t + \frac{\gamma}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\,,$$

kun muistetaan, että $\bar{\bar{Y}}_t = \tau\nu\,\bar{\bar{Y}}_{t-1}$.

Kun yhtälöt (XIII) ja (XIV) näyttävät monimutkaisilta vakioitten lukumäärän tähden, yksinkertaistetaan niiden ulkonäköä seuraavilla merkinnöillä:

$$a = \frac{\lambda - (\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} \qquad G = \tau\nu$$

$$b = -\frac{(\beta+\mu)(1-\beta-\mu)}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} \qquad \bar{\bar{Y}}_t = G^t\bar{\bar{Y}}_o$$

$$c = \frac{\alpha}{\varphi_2} \qquad n = \frac{\mu}{\varphi_2\tau\nu}\,\bar{\bar{Y}}_o$$

$$d = 1-\beta-\mu \qquad T = \frac{\gamma}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}$$

$$m = \left(1-\frac{\beta+\mu}{\tau\nu}\right)\frac{\frac{\mu}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\,\bar{\bar{Y}}_o$$

Näillä merkinnöillä kirjoitetut yhtälöt (XIII) ja (XIV) saavat muodon

$$(\mathrm{XIII{:}1})\quad K_t = cY_{t-1} + dK_{t-1} + nG^t$$

ja

$$(XIV:1) \qquad Y_t = aY_{t-1} + bK_{t-1} + mG^t + T$$

Yhtälöt muodostavat kahden lineaarisen, ensimmäistä kertalukua olevan differenssiyhtälön järjestelmän, jonka dynaamisia ominaisuuksia ryhdytään seuraavassa matemaattisesti analysoimaan.

7. Mallin matemaattinen ratkaiseminen

Ratkaisu suoritetaan kahdessa vaiheessa: ensin käsitellään yhtälöjärjestelmän homogeeninen osa ja vasta sen jälkeen järjestelmä kokonaisuudessaan.

Yhtälöiden (XIV:1) ja (XIII:1) homogeeninen osa on matriisimuodossa ilmaistuna

$$(15) \qquad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{t-1} \\ K_{t-1} \end{pmatrix} .$$

Ratkaiseminen tarkoittaa, että pyritään löytämään kerroinmatriisin t:s potenssi, joka yhdessä Y:n ja K:n alkuarvojen kanssa osoittaa Y:n ja K:n arvon jokaisen ajanjakson aikana seuraavan yhtälöjärjestelmän avulla[1]

$$(16) \qquad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} .$$

Ratkaisumenetelmä perustuu ns. CALEY-HAMILTONin teoreemaan, jonka mukaan jokainen neliömatriisi toteuttaa karakteristisen yhtälönsä.[2]

---

1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

2. Ks. SAMUEL GOLDBERG Introduction to Difference Equations, New York 1958, s. 229. Tätä teosta on tässä matemaattisessa osassa yleensäkin käytetty hyväksi.

Yhtälöjärjestelmän (15) kerroinmatriisi A:n <u>karakteristinen yhtälö</u> on

$$(17)\qquad \begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \lambda(a+d) + ad - bc = 0,$$

jonka juuret ovat kerroinmatriisin <u>karakteristisia juuria</u>. Nämä juuret ovat

$$\lambda_{1,2} = \frac{a+d}{2} \pm \sqrt{\frac{(a-d)^2}{4} + bc}.$$

Olettaen, että $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ratkaistaan seuraavasta simultaanisesta yhtälöjärjestelmästä eräät vakiot s ja u.

$$(18)\qquad \begin{aligned} \lambda_1^t &= s + u\lambda_1 \\ \lambda_2^t &= s + u\lambda_2 \end{aligned}$$

Vakioiden arvot ovat

$$u = \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \text{ja} \quad s = \lambda_1^t - \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}\lambda_1 .$$

Näiden vakioiden avulla voidaan välittömästi CALEY-HAMILTONin teoreeman mukaan[1] määrätä matriisi A^t sijoittamalla vakiot yhtälöön

$$(19)\qquad A^t = sI + uA,$$

jossa I = yksikkömatriisi. Tällöin

---

1. Ks. GOLDBERG mt. s. 230.

$$(20) \qquad A^t = \begin{pmatrix} \lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}(a - \lambda_1) & b\,\frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ c\,\frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1} & \lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}(d - \lambda_1) \end{pmatrix}$$

Yhtälöjärjestelmän (15) ratkaisu saadaan sijoittamalla matriisi (20) yhtälöön (16) huomioonottaen λ_1:n ja λ_2:n arvot yhtälöistä (18).

Ratkaistava yhtälöjärjestelmä kokonaisuudessaan on matriisimuodossa

$$(21) \qquad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} Y_{t-1} \\ K_{t-1} \end{pmatrix} + V^t ,$$

jossa[1]

$$V^t = \begin{pmatrix} mG^t + T \\ nG^t \end{pmatrix}.$$

Järjestelmää (21) analysoitaessa käytetään hyväksi homogeenisen osan ratkaisua. Sijoittamalla yhtälöihin (21) t:n sijalle 1, 2, ... ja r on

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ K_1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} + V$$

$$\begin{pmatrix} Y_r \\ K_r \end{pmatrix} = A^r \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} + A^{r-1}V + A^{r-2}V^2 + \ldots + AV^{r-1} + V^r .$$

Tästä yleistäen ja matriisimerkintää käyttäen saadaan

1. On syytä muistuttaa, että G ja T ovat kertoimia.

$$(22) \quad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} + (A^{t-1}, A^{t-2}, \ldots\ldots A, I) \begin{pmatrix} V \\ V^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V^t \end{pmatrix}.$$

Tämän yhtälön oikean puolen viimeisen termin tarkastelua varten merkitään, että

$$V^t = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} G^t + \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sijoitetaan V^t:n arvo tässä muodossa mainitun viimeisen termin lausekkeeseen, jolloin

$$\sum_{r=o}^{t-1} A^r V^{t-r} = \left[\sum_{o}^{t-1} A^r G^{t-r}\right] \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \left|\sum_{o}^{t-1} A^r\right| \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= G^t \left[\sum_{o}^{t-1} A^r \frac{1}{G^r}\right] \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \left[\sum_{o}^{t-1} A^r\right] \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Kun

$$\left[\sum_{o}^{t-1} \frac{A^r}{G^r}\right] \times \left[I - \frac{A}{G}\right] = I - \frac{A^t}{G^t}$$

ja edellyttäen, että

$$\left| I - A \right| \neq 0,$$

niin

$$\sum_{o}^{t-1} \frac{A^r}{G^r} = \left(I - \frac{A^t}{G^t}\right) \left(I - \frac{A}{G}\right)^{-1}.$$

Tällöin siis

$$(23) \quad \sum_{r=o}^{t-1} A^r V^{t-r} = G^t \left(I - \frac{A^t}{G^t}\right)\left(I - \frac{A}{G}\right)^{-1} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} +$$

$$+ \left(I - A^t\right) \left(I - A\right)^{-1} \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$$

Koko yhtälöjärjestelmän ratkaisu on, kun sijoitetaan yhtälö (23) järjestelmään (22),

$$(24)\qquad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} + G^t \left(I - \frac{A^t}{G^t} \right) \left(I - \frac{A}{G} \right)^{-1} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \left(I - A^t \right) \left(I - A \right)^{-1} \begin{pmatrix} T \\ o \end{pmatrix}$$

Matriisimuodon avulla pyritään nyt valaisemaan tämän ratkaisun eri osakomponentteja.

Siis:

$$A^t \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1^t + \dfrac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1} (a - \lambda_1) & \dfrac{b(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ \dfrac{c(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \lambda_1^t + \dfrac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1} (d - \lambda_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix}$$

$$\left(I - \frac{A^t}{G^t}\right)\left(1 - \frac{A}{G}\right)^{-1}\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{\begin{vmatrix} 1-\frac{a}{G} & -\frac{b}{G} \\ -\frac{c}{G} & 1-\frac{d}{G}\end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \left[1 - \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t-\lambda_1^t}{\lambda_2-\lambda_1}(a-\lambda_1)\right]\frac{1}{G^t}\right]\left[m\left(1-\frac{d}{G}\right)+\frac{bn}{G}\right] + \frac{(-b)(\lambda_2^t-\lambda_1^t)}{(\lambda_2-\lambda_1)G^t}\left[\frac{cm}{G}+n\left(1-\frac{a}{G}\right)\right] \\ \frac{(-c)(\lambda_2^t-\lambda_1^t)}{(\lambda_2-\lambda_1)G^t}\left[m\left(1-\frac{d}{G}\right)+\frac{bn}{G}\right] + \left[1-\left[\lambda_1^t+\frac{\lambda_2^t-\lambda_1^t}{\lambda_2-\lambda_1}(d-\lambda_1)\right]\frac{1}{G^t}\right]\left[\frac{cm}{G}+n\left(1-\frac{a}{G}\right)\right]\end{pmatrix}$$

$$(I - A^t)\,(I - A)^{-1}\binom{T}{0} =$$

$$\frac{1}{\begin{vmatrix} 1-a & -b \\ -c & 1-d\end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \left[1 - \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t-\lambda_1^t}{\lambda_2-\lambda_1}(a-\lambda_1)\right]\right]T(1-d) + \frac{(-b)(\lambda_2^t-\lambda_1^t)}{\lambda_2-\lambda_1}cT \\ \frac{(-c)(\lambda_2^t-\lambda_1^t)}{\lambda_2-\lambda_1}T(1-d) + \left[1-\left[\lambda_1^t+\frac{\lambda_2^t-\lambda_1^t}{\lambda_2-\lambda_1}(d-\lambda_1)\right]\right]cT\end{pmatrix}$$

Yhtälöjärjestelmän ratkaisu kansantulon osalta on

$$(25)\quad Y_t = \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}\,(a - \lambda_1)\right] Y_o + \frac{b(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{\lambda_2 - \lambda_1}\, K_o$$

$$+ \frac{G^t}{\begin{vmatrix} 1-\frac{a}{G} & -\frac{b}{G} \\ -\frac{c}{G} & 1-\frac{d}{G} \end{vmatrix}} \left\{ \left[1 - \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}\,(a - \lambda_1)\right]\frac{1}{G^t}\right]\left[m(1-\frac{d}{G}) + \frac{bn}{G}\right] + \frac{(-b)(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{(\lambda_2 - \lambda_1)G^t}\left[\frac{cm}{G} + n\,(1 - \frac{a}{G})\right]\right\}$$

$$+ \frac{1}{\begin{vmatrix} 1-a & -b \\ -c & 1-d \end{vmatrix}} \left\{ \left[1 - \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}\,(a - \lambda_1)\right]\right] T(1-d) + \frac{(-b)(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{\lambda_2 - \lambda_1}\, cT \right\}$$

ja pääomakannan osalta

$$(26)\quad K_t = \frac{c(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{\lambda_2 - \lambda_1} Y_o + \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}(d - \lambda_1)\right] K_o$$

$$+ \frac{G^t}{\begin{vmatrix} 1-\frac{a}{G} & -\frac{b}{G} \\ -\frac{c}{G} & 1-\frac{d}{G} \end{vmatrix}} \left\{ \frac{(-c)(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{(\lambda_2 - \lambda_1)G^t} \left[m\left(1-\frac{d}{G}\right) + \frac{bn}{G}\right]\right.$$

$$\left. + \left[1 - \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}(d - \lambda_1)\right]\frac{1}{G^t}\right]\left[\frac{cm}{G} + n\left(1-\frac{a}{G}\right)\right]\right\}$$

$$+ \frac{1}{\begin{vmatrix} 1-a & -b \\ -c & 1-d \end{vmatrix}} \left\{ \frac{(-c)(\lambda_2^t - \lambda_1^t)}{\lambda_2 - \lambda_1} T(1-d)\right.$$

$$\left. + \left[1 - \left[\lambda_1^t + \frac{\lambda_2^t - \lambda_1^t}{\lambda_2 - \lambda_1}(d - \lambda_1)\right]\right] cT \right\}$$

III TASAPAINOINEN KASVU

Edellisessä luvussa kehitetyn makroteoreettisen mallin tarkoitusperien mukaisesti tarkastellaan tässä luvussa mallin rakennetta kasvun kannalta.

1. Pitkäntähtäyksen tasapainoa koskevan teorian ongelmista

Keynesin yleisen teorian pohjalta R.F. HARROD jo 1930-luvun lopussa[1] esitti eräitä taloudellista kehitystä koskevia kysymyksiä, jotka ovat olleet sekä 1950- että 1960-luvulla teoreettiselle tutkimukselle suuntaa-antavia. Kun Harrodin (ja DOMARin) mallin näkökulma on tärkeä tämän tutkimuksen kannalta, on syytä lyhyesti selostaa sen rakenne.

Malli sisältää yhden käyttäytymisyhtälön - säästämisfunktion - jonka mukaan säästäminen on kiinteässä suhteessa (s) kansantuloon (proportionaalinen säästämisfunktio). Mallin toisena perusyhtälönä on kiinteäkertoiminen tuotantofunktio, joka sitoo pääomakertoimen (v) välityksellä pääomakannan muutokset (i) kansantulon (y) muutoksiin. Lisäksi oletetaan väestön kasvavan tietyllä nopeudella (n) ei-taloudellisten tekijöiden vaikutuksesta.[2]

---

1. An Essay in Dynamic Theory, Economic Journal, March 1939. Ks. myös R.F. HARROD, Towards a Dynamic Economics, London 1948; E.D. DOMAR, Capital Expansion, Rate of Growth and Employment, Econometrica, April, 1946.

2. Mallissa voidaan olettaa teknillinen kehitys väestön kasvun kaltaiseksi.

Näistä olettamuksista seuraa, että kansantulo voi kasvaa "tasapainoisesti" (the warranted rate of growth) korkeintaan väestönkasvun sallimalla vauhdilla (the natural rate of growth). Kansantulon kasvu on - harrodilaisen terminologian mukaan "tasapainossa" (g), kun

$$i = s$$

ja

$$vi = y,$$

jolloin

$$g = \frac{s}{v} .$$

Pitkäntähtäyksen tasapaino eli harrodilaisen terminologian mukaan <u>tasainen kasvu</u> saavutetaan, kun

$$n = g.$$

Jos $g < n$ ja mallin kertoimet oletetaan annetuiksi, ei malli sisällä mitään joustavaa tekijää, joka myötävaikuttaisi "tasapainoisen" kasvun kohoamiseen pitkäntähtäyksen tasapainon mukaiseksi.

Harrod-Domarin konstruktio on rakenteellisesti lyhyen tähtäyksen malli. "Tasapainoinen" kasvu (g) näet ilmaisee vain hyödykkeiden kysynnän ja tarjonnan yhtäsuuruuden ehdon <u>muutostermein</u>. Tämä näennäisesti pieni käsitteellinen uutuus merkitsi kuitenkin merkittävää askelta suhdanneteoriasta kohti kasvuteoriaa, ja epäilemättä pitkäntähtäyksen tasapainon ongelma on toiminut virikkeen antajana kasvuteorialle.

Äskettäin julkaistussa F.H. HAHNin ja R.C.O. MATTHEWSin kasvuteoriaa käsittelevässä katsausartikkelissa[1] on erinomaisel-

1. The Theory of Economic Growth: A Survey, The Economic Journal, December 1964.

la tavalla esitelty erilaisia ratkaisuja yllämainittuun Harrod-Domar -ongelmaan, joten tässä yhteydessä voidaan tyytyä hyvin lyhyeen teorioiden pääkohtia valaisevaan esitykseen.

Harrod-Domarin ongelman ratkaisu piilee tietenkin siinä, että jokin (tai jotkut) mallissa oletetut parametrit (n, s ja v) katsotaan muuttujiksi.

Cambridgen ekonomisteja on erityisesti askarruttanut kansantalouden säästämisalttiuden probleemi.[1] Tulonjaon on oletettu tämän suunnan teorioissa olevan joustava; tulonjako toimii tasapainottavana, kansantalouden säästämisalttiutta pitkäntähtäyksen tasapainon suuntaan muuttavana tekijänä, kun kapitalistien ja työntekijöiden säästämisalttiudet eroavat toisistaan.[2]

Ns. uusklassillisesta näkökulmasta on useissa tutkimuksissa tarkasteltu myös pitkäntähtäyksen tasapainon ongelmaa. Tällöin huomio on kiinnitetty nimenomaan pääomakertoimeen tasapainottavana muuttujana. SOLOWin ja MEADEn kontributiot ovat ilmeisesti olleet tällä alueella merkittävimpiä.[3] Solowin teoriassa - joka tässä esityksessä edustakoon uusklassillisia teorioita - on lähtökohtana täystyöllisyys. Jos pääomakerroin on

---

1. Ks. mm. N. KALDOR-J.A. MIRRLEES A New Model of Economic Growth, The Review of Economic Studies, Vol. XXIX; J. ROBINSON The Accumulation of Capital, London 1956.

2. Ks. lähemmin HAHN-MATTHEWS mt. s. 793-801 sekä s. 811-812.

3. R.M. SOLOW A Contribution to the Theory of Economic Growth, Quarterly Journal of Economics, February 1956; J.E. MEADE A Neo-Classical Theory of Economic Growth, London 1961.

tällöin liian pieni (pitkäntähtäyksen tasapainon kannalta katsottuna) "tasapainoinen" kasvu (g) ylittää pitkäntähtäyksen tasapainon mukaisen kasvun, mikä toisaalta voi yhtä hyvin tarkoittaa liian suurta säästämisalttiutta. Liian säästämisen ansiosta pääomakanta kasvaa nopeammin kuin väestö, minkä seurauksena pääomakerroin kohoaa. Tämä pääomakertoimen kasvu jatkuu, kunnes pitkäntähtäyksen tasapaino palautuu.[1]

Tämän tutkimuksen näkökulmasta on syytä vielä viitata malleihin, joissa väestön kasvu on oletettu taloudellisista tekijöistä riippuvaiseksi muuttujaksi.[2] Sopeutuminen ei näissä malleissa siis tapahdu "tasapainoisen" kasvun (g) puolella, mikä harrodilaisessa mallissa implisiittisesti merkitsee itse asiassa pitkäaikaista vajaatyöllisyystasapainon mahdollisuutta, sillä väestön kasvun muuttuminen voi tapahtua vain perin hitaasti.

Esillä olevan tutkimuksen mallin perusteista on todettava, että oletetaan pääomakerroin, säästämisalttius sekä väestön kasvu (sekä teknillinen kehitys) annetuiksi. Mallin joustavana rakenneosana toimii investointifunktio[3] ja siitä riippuu, muodostuuko kasvu pitkäntähtäyksen tasapainon mukaiseksi vai ei.

---

1. Ks. Uusklassillisesta kirjallisuudesta yleensä HAHN-MATTHEWS mt. s. 787-793 sekä s. 809.

2. Ks. mm. T. HAAVELMO A Study in the Theory of Economic Evolution, Amsterdam 1954. Muusta kirjallisuudesta HAHN-MATTHEWS mt. s. 801-804.

3. Eksplisiittinen investointifunktio sisältyy myös eräisiin edellä mainittuihin ryhmiin kuuluviin tutkimuksiin. (Näin on esim. KALDOR-MIRRLEESin mallissa.) Painotus on niissä kuitenkin yleensä mallin muissa rakenneosissa.

2. 'Tasapainon' luonteesta

Esillä olevan tutkimuksen perusmallin

(XIV:1) $Y_t = aY_{t-1} + bK_{t-1} + mG^t + T$

(XIII:1) $K_t = cY_{t-1} + dK_{t-1} + nG^t$

avulla tapahtuva tasapainoanalyysi edellyttää - ollakseen sopusoinnussa edellisessä jaksossa esitetyn probleemikentän käsittelyn kanssa - että kulutusfunktio oletetaan proportionaaliseksi (yhtälössä (XI) on silloin $\gamma = 0$)

(XI:1) $C_t = \lambda Y_{t-1}$.

Tämän vuoksi yhtälön (XIV:1) viimeinen termi T häviää, koska

$$T = \frac{\gamma^{\varrho}}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}} .$$

<u>Pitkäntähtäyksen tasapaino</u> määriteltiin seuraavasti:

(VII) $Y_t = \bar{Y}_t = \bar{\bar{Y}}_t$.

Mallin tuotanto-olosuhteita koskevasta olettamuksesta (yhtälöt (III), (V) ja (VII)) seuraa, että pitkäntähtäyksen tasapaino määrittelee tilanteen, jossa kansantalouden kaikki tuotantovarat ovat täydessä käytössä ja jossa kansantulo on käytettävissä oleviin tuotantovaroihin nähden maksimissaan.

Tällä tasapainokäsitteellä on epärealistisuudestaan huolimatta sekä analyyttista käyttöarvoa että talouspoliittista merkitystä. Talouspolitiikan näkökulmasta katsottuna sitä voidaan pitää tehokkuuden normina, joka säätelee - tai jonka ainakin tulisi säädellä - kaikkia talouspoliittisia toimenpiteitä. Seuraavassa tarkastellaan pitkäntähtäyksen tasapainoa kuitenkin pelkästään teoreettisena käsitteenä. Käsitteen vähäinen realistisuussisältö ilmenee sen nimityksessä, joka viittaa johonkin vain pitkällä tähtäyksellä mahdollisesti saavutettavaan tasapainoon.

Tarkoitus on nyt analysoida tämän tasapainokäsitteen sisältöä sekä toteutumisedellytyksiä kehitetyn mallin (yhtälöt (XIII:1) ja (XIV:1)) valossa. Viimeksi mainitussa mielessä käsitteestä tulee <u>teoreettinen normi</u>.[1]

3. Tasapainoratkaisu

Analyysi edellyttää aikaulottuvuudessa tapahtuvaa tarkastelua. Lähtökohdaksi on valittava mallin ratkaisujärjestelmä.[2]

$$(24)\quad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} Y_o \\ K_o \end{pmatrix} + G^t \left(I - \frac{A^t}{G^t} \right) \left(I - \frac{A}{G} \right)^{-1} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \left(I - A^t \right) \left(I - A \right)^{-1} \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$$

Järjestelmä voidaan muuntaa <u>tasapainoratkaisuksi</u> (matemaattisessa mielessä) merkitsemällä matriisi $A^t = 0$. Tällöin saadaan

$$(27)\quad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = G^t \left(I - \frac{A}{G} \right)^{-1} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \left(I - A \right)^{-1} \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}$$

eli

1. Ks. edellä s. 58.

2. T esiintyy järjestelmässä, vaikka se juuri oletettiin arvoltaan nollaksi. Tarkoitus selviää myöhemmin.

$$(27{:}1)\quad \begin{pmatrix} Y_t \\ K_t \end{pmatrix} = \frac{G^t}{\begin{vmatrix} 1-\frac{a}{G} & -\frac{b}{G} \\ -\frac{c}{G} & 1-\frac{d}{G} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} m(1-\frac{d}{G}) + n\frac{b}{G} \\ m\frac{c}{G} + n(1-\frac{a}{G}) \end{pmatrix} + \frac{1}{\begin{vmatrix} 1-a & -b \\ -c & 1-d \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} T(1-d) \\ Tc \end{pmatrix}$$

Koska

$$\begin{vmatrix} 1-\frac{a}{G} & -\frac{b}{G} \\ -\frac{c}{G} & 1-\frac{d}{G} \end{vmatrix} = \left(1 - \frac{a}{G}\right)\left(1 - \frac{d}{G}\right) - \frac{bc}{G^2}$$

ja

$$\begin{vmatrix} 1-a & -b \\ -c & 1-d \end{vmatrix} = (1-a)\,(1-d) - bc$$

niin

$$(28)\qquad Y_t = G^t \frac{m(1-\frac{d}{G}) + n\frac{b}{G}}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} + \frac{T(1-d)}{(1-a)(1-d)-bc}$$

ja

$$(29)\qquad K_t = G^t \frac{m\frac{c}{G} + n(1-\frac{a}{G})}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} + \frac{Tc}{(1-a)(1-d)-bc}$$

Yhtälössä (VII) esitetyn määritelmän mukaan kansantulon ja pääomakannan on oltava sekä keskenään sopusoinnussa että sopusoinnussa maksimituotannon kannalta. Toisin sanoen[1]

1. Yhtälö (29) kerrotaan ρ_2:lla.

$$(30)\quad G^t \frac{m(1-\frac{d}{G})+n\frac{b}{G}}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} + \frac{T(1-d)}{(1-a)(1-d)-bc} = \varphi_2\, G^t \frac{m\frac{c}{G}+n(1-\frac{a}{G})}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} + \frac{\varphi_2 T}{(1-a)(1-d)-bc}$$

$$= G^t \bar{\bar{Y}}_o.$$

On ilmeistä, että kulutusfunktiota koskeva proportionaalisuus-olettamus on tarpeen, jotta tasapaino yleensä voisi toteutua. Se on näin ollen aiheellinen muustakin kuin oppihistoriallisesta syystä. Kun T = 0, saadaan mallin parametreja koskeva tasapainoehto muotoon

$$(30{:}1)\quad \frac{m(1-\frac{d}{G})+n\frac{b}{G}}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} = \frac{\varphi_2\left[m\frac{c}{G}+n(1-\frac{a}{G})\right]}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} = \bar{\bar{Y}}_o.$$

Tämän yhtälön perusteella on vaikea löytää ne parametrien yhdistelmät, joilla tasapaino voisi toteutua. On näet muistettava jokaisen yhtälössä esiintyvän parametrin olevan yhdistelmä useasta mallin todellisesta parametristä.

4. Parametrien tasapainoehdot

Yksikäsitteisten tasapainoehtojen johtamiseksi palataan mallin alkuperäiseen määritelmäyhtälöön (I) ja sijoitetaan Y_t:n paikalle $\bar{\bar{Y}}_t$, jolloin

$$(31)\qquad \bar{\bar{Y}}_t = I_t + C_t.$$

Tarkastellaan I_t:tä tasapainotilanteessa. Investointifunktio on

$$(13)\qquad I_t = \left[(1-\mu)g_t + \mu k_t\right] K_t.$$

Tasapainossa muuttujat g ja k ovat yhtälöiden (9:3) ja (12) mukaan

$$g = \bar{\alpha} - \bar{\beta}$$

$$k = 0 \quad ,$$

joten

(13:2) $$I_t = (1-\mu)\,(\bar{\alpha} - \bar{\beta})\,K_t .$$

Toisaalta on tasapainossa

$$\frac{\Delta K_t}{K_t} = \frac{\bar{\bar{Y}}_{t+1} - \bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\bar{Y}}_t}$$

$$= \frac{\left[(\tilde{\iota}\nu)^{t+1} - (\tilde{\iota}\nu)^t\right]\varphi_1 L_o}{(\tilde{\iota}\nu)^t\,\varphi_1 L_o}$$

$$= \tilde{\iota}\nu - 1 .$$

Kun ΔK_t:n tilalle sijoitetaan yhtälö (13:2), saadaan ensimmäinen parametreja koskeva tasapainoehto[1]

(32) $$(1-\mu)\,(\bar{\alpha} - \bar{\beta}) = \tilde{\iota}\nu - 1 .$$

Tämän investointifunktion parametrejä koskevan ehdon lisäksi on määriteltävä myös kulutusalttiutta sekä pääomakerrointa koskeva ehto. Sijoitetaan sitä varten määritelmäyhtälöön (31) investointifunktio (13:2) sekä kulutusfunktio (XI:1)

(31:1) $$\bar{\bar{Y}}_t = (1-\mu)\,(\bar{\alpha} - \bar{\beta})K_t + \lambda\, Y_{t-1} .$$

Ehdon (32) ja $\bar{\bar{Y}}_t$:n määritelmän perusteella yhtälö (31:1) saadaan muotoon

---

1. $(1-\mu)\,(\bar{\alpha} - \bar{\beta}) = \alpha - \beta .$

(31:2) $$(\bar{\iota}\nu)^t \,\bar{\bar{Y}}_o = (\bar{\iota}\nu - 1)\,\frac{(\bar{\iota}\nu)^t\,\bar{\bar{Y}}_o}{\varphi_2} + \lambda\,\bar{\iota}\nu^{\,t-1}\,\bar{\bar{Y}}_o.$$

Tästä saadaan sieventämällä, että

(33) $$\lambda = \left(1 - \frac{\bar{\iota}\nu - 1}{\varphi_2}\right)\bar{\iota}\nu\ ,$$

joka on tuotantofunktion sekä kulutusfunktion parametrejä koskeva tasapainoehto.

Käyttämällä ehtoja (32) ja (33) on tasapainoyhtälöiden (30:1) osoittajat ja nimittäjät saatettavissa muotoon

(34:1) $$m\left(1-\frac{d}{G}\right) + n\frac{b}{G} = \frac{\mu(\alpha - \beta)}{\bar{\iota}\nu\,(\varphi_2 - \alpha)} \cdot \bar{\bar{Y}}_o,$$

(34:2) $$\varphi_2\left[m\frac{c}{G} + n\cdot\left(1-\frac{a}{G}\right)\right] = \frac{\mu(\alpha - \beta)}{\bar{\iota}\nu\,(\varphi_2 - \alpha)} \cdot \bar{\bar{Y}}_o$$

ja

(34:3) $$\left(1-\frac{a}{G}\right)\left(1-\frac{d}{G}\right) - \frac{bc}{G^2} = \frac{\mu(\alpha - \beta)}{\bar{\iota}\nu\,(\varphi_2 - \alpha)}$$

Näiden lausekkeiden nojalla voidaan todeta, että tasapainoyhtälö (30:1) on voimassa. Ehdot (32) ja (33) ovat niin muodoin riittävät parametrien tasapainoehdot.

5. Parametrien stabiliteettiehdot

Edellä määriteltyjen tasapainoehtojen perusteella voidaan "sijoittaa" mallin kuvaama kansantalous pitkäntähtäyksen tasapainouralle. Mutta pelkästään näiden ehtojen ollessa täytettyjä ei ole takeita siitä, että mainittu tasapainoura tosiaan kuvaa kansantalouden "todellista" tasapainoa, ts. että kansantulo ja pääomakanta aina olisivat liikkeessä kohti tasapainouraa joutuessaan pois siltä.

Parametrien kannalta "todellinen" tasapaino edellyttää, että karakteristisen yhtälön

$$(17)\qquad \begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{vmatrix}$$

juuret λ_1, λ_2 ovat pienempiä kuin yksi.[1]

Stabiliteetin yleisen testin[2] mukaan

$$(35)\qquad \begin{vmatrix} 1 & ad-bc \\ ad-bc & 1 \end{vmatrix} > 0$$

Kehittämällä saadaan, että

$$(35{:}1)\qquad -1 < ad - bc < 1.$$

Saman testin mukaan on lisäksi seuraavan ehdon oltava täytetty

$$(36)\qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 & ad-bc & -a-d \\ -a-d & 1 & 0 & ad-bc \\ ad-bc & 0 & 1 & -a-d \\ -a-d & ad-bc & 0 & 1 \end{vmatrix} > 0$$

eli, että

---

1. Näitä juuria ei pidä sekoittaa kulutusalttiuteen λ.

2. Ks. esim. WILLIAM J. BAUMOL, Economic Dynamics, 2nd Edition, s. 246-248.

(36:1) $\quad (1 + ad - bc)^2 > (a + d)^2.$

On syytä tarkastella, mitä vaatimuksia nämä stabiliteettiehdot asettavat mallin varsinaisille parametreille. Sijoittamalla varsinaiset parametrit epäyhtälöön (35:1) sekä sieventämällä saadaan <u>ensimmäinen stabiliteettiehto</u> muotoon

$$(35:2) \qquad -1 < \frac{\lambda(1-\beta-\mu)}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} < 1.$$

Samalla tavoin sijoittamalla epäyhtälöön (36:1) sekä ottamalla huomioon, että $1-\lambda > 0$ ja $\beta + \mu > 0$, saadaan <u>toinen stabiliteettiehto</u>

$$(36:2) \qquad \beta + \mu < \frac{2(1-\frac{\alpha}{\varphi_2}+\lambda)}{1+\lambda}.$$

On huomattava, että koska $\beta + \mu > 0$, niin epäyhtälön (36:2) perusteella

$$(36:3) \qquad \frac{\alpha}{\varphi_2} < 1.$$

6. <u>Tasapaino- ja stabiliteettiehdot</u>

Jaksoissa 5. ja 6. suoritetun analyysin perusteella pitkäntähtäyksen tasapaino

$$(VII) \qquad Y_t = \bar{Y}_t = \bar{\bar{Y}}_t$$

on saavutettavissa, mikäli

$$(32) \qquad \alpha - \beta = \tau\nu - 1$$

$$(33) \qquad \lambda = \left(1 - \frac{\tau\nu - 1}{\varphi_2}\right)\tau\nu,$$

(35:2) $$-1 < \frac{\lambda(1-\beta-\mu)}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} < 1$$

ja

(36:2) $$\beta + \mu < \frac{2(1-\frac{\alpha}{\varphi_2}+\lambda)}{1+\lambda}$$

sekä täydentävä epäyhtälö

(36:3) $$\frac{\alpha}{\varphi_2} < 1$$

7. Tasapainoehtojen numeerista tarkastelua

Tasapainoehtojen (32) ja (33) merkityssisällön valaisemiseksi on parametreille annettu eräitä numeerisia arvoja, jotka on valittu olettaen yksikköajanjakson pituudeksi yksi vuosi. Seuraava taulukko 1. valaisee tasapainoehdon (33) sisältämien parametrien keskinäistä riippuvuutta.

Taulukko 1.

τ	ν	$\tau\nu$	λ			
			$\varphi_2 = 0.5$	$\varphi_2 = 0.4$	$\varphi_2 = 0.3$	$\varphi_2 = 0.2$
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.005	1.005	0.99495	0.99244	0.98825	0.979875
1.000	1.01	1.010	0.9898	0.98475	0.97633	0.9595
1.005	1.01	1.01505	0.9845	0.97686	0.96413	0.93867
1.01	1.01	1.0201	0.97909	0.96884	0.95175	0.91758
1.02	1.01	1.0302	0.96798	0.95242	0.92649	0.87464
1.02	1.015	1.0353	0.96221	0.94393	0.91348	0.85257
1.03	1.01	1.0403	0.95645	0.93549	0.90055	0.83068
1.03	1.015	1.04545	0.95042	0.92666	0.88706	0.80787
1.04	1.01	1.0504	0.94452	0.91805	0.87393	0.7857
1.04	1.015	1.0556	0.93822	0.90887	0.85996	0.76214
1.05	1.01	1.0605	0.93218	0.90010	0.84663	0.73970
1.05	1.015	1.06575	0.92560	0.89057	0.83217	0.71538

Taulukosta voidaan todeta mm. seuraavaa:

1. Stationäärisessa tasapainossa ($\tau\nu$ = 1.000) on kulutusalttius (λ) yksi, ja pääomakertoimesta ($\frac{1}{\varphi_2}$) riippumaton;

2. Väestön kasvun (ν) ja teknillisen edistyksen (τ) nopeutuminen edellyttää pääomakertoimen ollessa korkea huomattavampaa kulutusalttiuden alentumista kuin alhaisen pääomakertoimen vallitessa. Esimerkiksi $\tau\nu$:n kasvaessa 1.0302:sta 1.0403:een kulutusalttius supistuu 0.96798:sta 0.95645:een, jos pääomakerroin on 2 (φ_2 = 0.5), mutta 0.87464:stä 0.83068:aan pääomakertoimen ollessa 5 (φ_2 = 0.2).

Toisen tasapainoehdon (32) sisältöä valaisee taulukko 2($\bar{g} = \bar{\alpha} - \bar{\beta}$). Parametri μ kuvastaa yrittäjien yleistä asennoitumista yhtäältä kysyntänäkymiin ja toisaalta kustannusten alentumisen tarjoamiin mahdollisuuksiin.

Taulukko 2.

$\tau\nu$ [1]	μ [2]			
	$\bar{g}$=0.03	$\bar{g}$=0.04	$\bar{g}$=0.05	$\bar{g}$=0.06
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.005	0.833	0.875	0.900	0.917
1.010	0.667	0.750	0.800	0.833
1.01505	0.4983	0.624	0.699	0.749
1.0201	0.33	0.498	0.598	0.665
1.0302	-	0.245	0.396	0.497
1.0353	-	0.1175	0.294	0.412
1.0403	-	-	0.194	0.328
1.04545	-	-	0.091	0.243
1.0504	-	-	-	0.16
1.0556	-	-	-	0.073

1. Vrt. taulukko 1:een.

2. Tyhjät kohdat on jätetty niihin kohtiin, joissa $\mu < 0$.

$$(36:2) \quad \beta + \mu < 2 \frac{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2} + \lambda}{1 + \lambda}$$

numeerista tarkastelua varten on nyt määriteltävä $\bar{\alpha}$:n ja $\bar{\beta}$:n absoluuttiset arvot eikä vain niiden erotus. Mallissa sovelletusta odotusfunktiosta

$$(9) \quad g_t = \bar{\alpha} \frac{Y_t}{\bar{Y}_t} - \bar{\beta}$$

määriteltiin kysynnän kasvuodotus

$$(9:3) \quad \bar{g} = \bar{\alpha} - \bar{\beta} .$$

Näistä yhtälöistä saadaan hävittämällä $\bar{\beta}$-termi

$$(37:1) \quad \bar{\alpha} - \bar{g} = \bar{\alpha} \frac{Y_t}{\bar{Y}_t} - g_t ,$$

ja edelleen

$$(37:2) \quad \bar{\alpha} = \frac{\bar{g} - g_t}{1 - \frac{Y_t}{\bar{Y}_t}} .$$

Kun merkitään $g_t = 0$ ja vastaavaa $\frac{Y_t}{\bar{Y}_t}$:n arvoa $\bar{y}$:llä - ts. pääomakapasiteetin vajaakäyttöisyysasteella $\bar{y}$ yrittäjillä ei ole kasvuodotuksia - voidaan $\bar{\alpha}$ määrittää yhtälöstä

$$(37:3) \quad \bar{\alpha} = \frac{\bar{g}}{1 - \bar{y}} .$$

Yhtälön mukaan $\bar{\alpha}$:n arvo heijastaa paitsi kysynnän kasvuodotusta myös yrittäjien odotusten herkkyyttä tuotantopääoman vajaakäyttöisyyden suhteen. Mitä suurempi vajaakäyttöisyyden aste tarvitaan, jotta kysynnän nousuodotukset häviäisivät, sitä suurempi on $\bar{\alpha}$:n arvo.

Taulukossa 3 on esitetty eräitä vaihtoehtoisia $\bar{\alpha}$:n arvoja.

Taulukko 3.

$\bar{y}$ \ $\bar{g}$	0.03	0.04	0.05	0.06
0.6	0.075	0.1	0.125	0.15
0.75	0.12	0.16	0.20	0.24
0.9	0.3	0.4	0.5	0.6

Taulukosta nähdään välittömästi, että $\bar{\alpha}$:n arvo on huomattavasti herkempi $\bar{y}$:n kuin $\bar{g}$:n muutoksille.

$\bar{\beta}$:n arvo määräytyy yhtälöstä (9:3),[1] kun tunnetaan $\bar{\alpha}$:n arvo.

Taulukossa 4 on esitetty eräisiin maksimituotannon kasvuvauhteihin liittyviä parametrien tasapainoarvoja sekä laskettu vastaavat stabiliteettiehdot.

Taulukon perusteella voidaan tehdä seuraavia päätelmiä:

1. Jos pääomakertoimen arvo $(\frac{1}{\varphi_2})$ huomattavasti poikkeaa maksimituotannon kasvuprosentista (joka saadaan seuraavasti: $100 \times (\tau\nu - 1)$),on todennäköistä, että tasapainoprosessi on labiili. Näin on asianlaita, kun $\tau\nu = 1.0302$ ja $\varphi_2 = 0.2$ tai kun $\tau\nu = 1.04545$ ja $\varphi_2 = 0.5$.

2. Toisaalta prosessilla on edellytyksiä olla stabiili, mikäli pääomakerroin ja kasvuprosentti ovat samaa suuruusluokkaa. Se

---

1. Tasapainoehdoissa esiintyy α sekä β , jotka määriteltiin jo aikaisemmin $\bar{\alpha}$:n ja $\bar{\beta}$:n perusteella: $\alpha = (1-\mu)\bar{\alpha}$ ja $\beta = (1-\mu)\bar{\beta}$.

Taulukko 4

Rivin numero	$\bar{\iota}_v$	φ_2	λ	$\bar{g}$	μ	$\bar{\alpha}$ 0.6	$\bar{\alpha}$ 0.75	I stabiliteettiehto[1]	II stabiliteettiehto[1]
1.	1.000	0.5	1.000	0.03	1.000	0.075	-	0	on voimassa
2.	1.005	0.5	0.9945	0.03	0.8333	0.075	-	on voimassa	-"-
3.	1.005	0.5	0.9945	0.03	0.8333	-	0.12	-"-	-"-
4.	1.005	0.3	0.9883	0.03	0.8333	0.075	-	-"-	-"-
5.	1.005	0.3	0.9883	0.04	0.875	0.1	-	-"-	-"-
6.	1.0201	0.5	0.9791	0.03	0.33	0.075	-	-"-	-"-
7.	1.0201	0.5	0.9791	0.03	0.33	-	0.12	-"-	-"-
8.	1.0201	0.3	0.9518	0.03	0.33	0.075	-	-"-	-"-
9.	1.0201	0.3	0.9518	0.03	0.33	-	0.12	-"-	-"-
10.	1.0201	0.3	0.9518	0.04	0.4975	0.1	-	-"-	-"-
11.	1.0201	0.3	0.9518	0.04	0.4975	-	0.16	-"-	-"-
12.	1.0201	0.2	0.9176	0.03	0.33	0.075	-	-"-	-"-
13.	1.0201	0.2	0.9176	0.03	0.33	-	0.12	-"-	-"-
14.	1.0201	0.2	0.9176	0.04	0.4975	0.1	-	-"-	-"-
15.	1.0201	0.2	0.9176	0.04	0.4975	-	0.16	-"-	-"-
16.	1.0302	0.5	0.9680	0.04	0.245	0.1	-	-"-	-"-
17.	1.0302	0.5	0.9680	0.04	0.245	-	0.16	-"-	-"-
18.	1.0302	0.3	0.9265	0.04	0.245	0.1	-	-"-	-"-
19.	1.0302	0.3	0.9265	0.04	0.245	-	0.16	ei ole voimassa	-"-
20.	1.0302	0.3	0.9265	0.05	0.396	0.125	-	on voimassa	-"-
21.	1.0302	0.3	0.9265	0.05	0.396	-	0.2	-"-	-"-
22.	1.0302	0.2	0.8746	0.04	0.245	0.1	-	-"-	-"-
23.	1.0302	0.2	0.8746	0.04	0.245	-	0.16	ei ole voimassa	-"-
24.	1.0302	0.2	0.8746	0.05	0.396	0.125	-	on voimassa	-"-
25.	1.0302	0.2	0.8746	0.05	0.396	-	0.2	ei ole voimassa	-"-
26.	1.0455	0.5	0.9504	0.05	0.091	0.125	-	-"-	-"-
27.	1.0455	0.5	0.9504	0.05	0.091	-	0.2	-"-	-"-
28.	1.0455	0.3	0.8871	0.05	0.091	0.125	-	-"-	-"-
29.	1.0455	0.3	0.8871	0.05	0.091	-	0.2	-"-	-"-
30.	1.0455	0.3	0.8871	0.06	0.2425	0.15	-	on voimassa	-"-
31.	1.0455	0.3	0.8871	0.06	0.2425	-	0.24	ei ole voimassa	-"-
32.	1.0455	0.2	0.8079	0.05	0.091	0.125	-	-"-	-"-
33.	1.0455	0.2	0.8079	0.05	0.091	-	0.2	-"-	-"-
34.	1.0455	0.2	0.8079	0.06	0.2425	0.15	-	-"-	-"-
35.	1.0455	0.2	0.8079	0.06	0.2425	-	0.2	-"-	-"-
36.	1.0455	0.2	0.8079	0.07	0.3507	0.175	-	-"-	-"-
37.	1.0455	0.2	0.8079	0.07	0.3507	-	0.28	-"-	-"-
38.	1.0455	0.2	0.8079	0.08	0.4319	0.2	-	on voimassa	-"-
39.	1.0455	0.2	0.8079	0.08	0.4319	-	0.32	ei ole voimassa	-"-

---

1. I stabiliteettiehto on $-1 < \dfrac{\lambda(1-\beta-\mu)}{1-\dfrac{\alpha}{\varphi_2}} < 1$ ja

II stabiliteettiehto on $\beta + \mu < \dfrac{2\left(1-\dfrac{\alpha}{\varphi_2}+\lambda\right)}{1+\lambda}$

ilmenee tapauksista $\bar{\iota}\nu = 1.0302$ ja $\varphi_2 = 0.3$ sekä $\bar{\iota}\nu = 1.04545$ ja $\varphi_2 = 0.3$.

3. Kun kansantulo voi poiketa maksimituotannon uralta ainoastaan alaspäin, on luonnollista, että riittävän suuri kysynnän kasvuodotus ($\bar{g}$) lisää stabiliteetin mahdollisuuksia. Näin käy esimerkiksi tapauksessa, jossa $\bar{\iota}\nu = 1.0302$, $\varphi_2 = 0.2$ ja $\bar{g} = 0.05$. Samoin käy, kun $\bar{\iota}\nu = 1.04545$, $\varphi_2 = 0.2$ ja $\bar{g} = 0.07$.

4. Jos yrittäjien odotukset ovat herkkiä kysynnän vähentymiselle, mikä ilmenee $\bar{\alpha}$:n arvon korkeudessa, heikkenevät stabiliteetin edellytykset. Tämä ilmenee mm. silloin, kun $\bar{\alpha}$ kohoaa arvosta 0.1 arvoon 0.16 $\bar{\iota}\nu$:n arvolla 1.0302 ja φ_2:n arvolla 0.2.

5. Mitä korkeammaksi maksimituotannon kasvuvauhti muodostuu, sitä pienempi on todennäköisyys, että tasapaino on stabiili, ellei pääomakerroin "seuraa mukana".

9. Pääomakannan täyskäyttöisyydestä

Edellä 'tasapainon' luonteesta puhuttaessa todettiin pitkäntähtäyksen tasapainon kuvaavan vaikeasti saavutettavissa olevaa ideaalista tilannetta. Sen sijaan pääomakannan täyskäyttöisyys, joka vallitsee yhtälön

$$(\text{VII:1}) \qquad Y_t = \bar{Y}_t$$

toteutuessa, sisältää vähemmän vaativan tasapainokäsitteen.

Mikäli pääomakannan täyskäyttöisyys toteutuu ajanjaksosta toiseen yhtälön (VII:1) määrittelemällä tavalla, vallitsee hyödykemarkkinoilla kysynnän ja tarjonnan tasapaino samalla, kun yrittäjien kysyntäodotukset investointipäätöksien yhteydessä toteutuvat. Sensijaan tasapaino työvoimamarkkinoilla saavutetaan periaatteessa ainoastaan, kun

(VII:2) $\quad Y_t = \bar{\bar{Y}}_t.$

Jos analyysi täydellä teholla kohdistettaisiin myös työvoimamarkkinoihin, olisi täystyöllisyys luonnollisesti määriteltävä huomioonottamalla jokin 1-2 %:n suuruinen kitkatyöllisyys. Tässä mallissa tyydytään valitun näkökulman vuoksi määritelmään (VII:2).

10. Pääomakannan täyskäyttöisyyden edellytykset

Seuraavana tehtävänä onkin tutkia, millä edellytyksillä pääomakannan täyskäyttöisyys voi säilyä ajan kuluessa. Tehtävää rajoitetaan olettamalla mallin parametrien täyttävän edellä määritellyt pitkäntähtäyksen tasapaino- ja stabiliteettiehdot. Näin ollen analyysi kohdistuu (pääomakannan täyskäyttöisyyden säilyttävän kansantulon ($Y_t = \bar{Y}_t$):n aikauraan kansantulon ollessa pitkäntähtäyksen tasapainouran ($\bar{\bar{Y}}_t$) alapuolella, mutta lähestyvän sitä raja-arvonaan.

Lisäehtojen määrittelyä varten sijoitetaan yhtälöön ($\gamma = 0$)

$$\text{(XIV)} \quad Y_t = \frac{\lambda-(\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} Y_{t-1} - \frac{(\beta+\mu)(1-\beta-\mu)}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} K_{t-1} +$$

$$+ \left(1-\frac{\beta+\mu}{\tau v}\right)\frac{\frac{\mu}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} \bar{\bar{Y}}_t$$

K_{t-1}:n paikalle $\frac{Y_{t-1}}{\varphi_2}$. Tällöin

$$(38{:}1)\quad Y_t = \frac{\lambda-(\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\,Y_{t-1} - \frac{(\beta+\mu)(1-\beta-\mu)}{(1-\frac{\alpha}{\varphi_2})\,\varphi_2}\,Y_{t-1} + $$

$$+ \left(1-\frac{\beta+\mu}{\bar{\iota}v}\right)\frac{\frac{\mu}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\ \bar{\bar{Y}}_t .$$

Y_t:n ratkaisu tästä yhtälöstä on

$$(38{:}2)\quad Y_t = \left[\frac{1}{\varphi_2-\alpha}\left(\lambda\varphi_2-(\beta+\mu)(1+\alpha-\beta-\mu)\right)\right]^t Y_o +$$

$$+ \frac{1}{\varphi_2-\alpha}\left(\frac{(\bar{\iota}v-\beta-\mu)\mu}{\bar{\iota}v}\,\bar{\bar{Y}}_t\right)\left[\frac{1-\left[\frac{1}{\varphi_2-\alpha}\left(\lambda\varphi_2-(\beta+\mu)(1+\alpha-\beta-\mu)\right)\right]^t}{1-\frac{1}{\varphi_2-\alpha}\left(\lambda\varphi_2-(\beta+\mu)(1+\alpha-\beta-\mu)\right)}\right]$$

Seuraavaksi sijoitetaan yhtälöön (XIII) K_{t-1}:n paikalle $\frac{\bar{Y}_{t-1}}{\varphi_2}$, merkitään Y_t:tä $\bar{Y}_t$:llä sekä $\bar{\bar{Y}}_{t-1}$:tä $\frac{\bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\iota}v}$:lla. Kun kerrotaan näin saadun yhtälön kummatkin puolet φ_2:lla, on ratkaistava yhtälö muotoa

$$(39{:}1)\quad \bar{Y}_t = \alpha\,\bar{Y}_{t-1} + (1-\beta-\mu)Y_{t-1} + \frac{\mu}{\bar{\iota}v}\,\bar{\bar{Y}}_t .$$

$\bar{Y}_t$:n ratkaisu tästä yhtälöstä on

$$(39{:}2)\quad \bar{Y}_t = (1+\alpha-\beta-\mu)^t\bar{Y}_o + \frac{\mu}{\bar{\iota}v}\,\bar{\bar{Y}}_t\left(\frac{1-(1+\alpha-\beta-\mu)^t}{\beta+\mu-\alpha}\right)$$

Pääomakapasiteetin täyskäyttöisyyden määrittelevän yhtälön (VII:1) perusteella ratkaisuyhtälöiden (38:2) ja (39:2) on oltava identtiset. Tämä merkitsee, että

(40:1) $$\frac{1}{\varphi_2 - \alpha}(\lambda\varphi_2 - (\beta+\mu)(1+\alpha-\beta-\mu)) = 1 + \alpha - \beta - \mu$$

ja

(40:2) $$\frac{1}{\varphi_2 - \alpha} \quad \frac{(\bar{T}v - \beta - \mu)\mu}{\bar{T}v} \bar{\bar{Y}}_t = \frac{\mu}{\bar{T}v} \bar{\bar{Y}}_t,$$

sillä Y_o:n ja $\bar{Y}_o$:n sekä $\bar{\bar{Y}}_t$:n (kummassakin yhtälössä) kertoimien tulee vastata toisiaan.

Yhtälöstä (40:2) saadaan kehittämällä, että

(41) $$\varphi_2 = 2\bar{T}v - (1 + \mu).$$

Tämän yhtälön mukaan pääomakertoimen arvo on täysin sidottu teknilliseen kehitykseen ($\bar{T}$), väestön kasvuun (v) sekä yrittäjien investointipäätöksiin vaikuttavien tekijöiden keskinäiseen painotukseen (μ).

Yhtälöä (40:1) kehittämällä ja käyttämällä hyväksi ehtoa (41) sekä aikaisemmin määriteltyjä tasapainoehtoja (yhtälöt (32) ja (33)) päädytään yhtälöön

(42) $$2\bar{T}v - (1+\mu) = 2\bar{T}v - (1+\mu).$$

Tämä merkitsee, että yhtälö (41) on riittävä <u>parametreja koskeva lisäehto</u> pääomakannan täyskäyttöisyyden saavuttamiseksi.

Jotta kansantulo lähestyisi pääomakannan täyskäyttöisyyden säilyttäen raja-arvonaan maksimituotantoa $\bar{\bar{Y}}_t$, on mallin parametrien näin ollen täytettävä seuraavat ehdot:

(32) $$\alpha - \beta = \bar{T}v - 1,$$

(33) $$\lambda = (1 - \frac{\bar{T}v - 1}{\varphi_2})\bar{T}v,$$

(41) $\varphi_2 = 2\bar{\iota}\nu - (1 + \mu)$,

(35:2) $$-1 < \frac{\lambda(1 - \beta - \mu)}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}} < 1$$

(36:2) $$\beta + \mu < \frac{2(1 - \frac{\alpha}{\varphi_2} + \lambda)}{1 + \lambda} .$$

11. Pääomakanta täyskäyttöinen: aikauran muoto

Täyskäyttöisyyden säilyttävän kansantulon aikauran muoto on ei-heilahteleva, mikäli seuraavat ehdot ovat täytetyt:

(43:1) $a + d > 0$,

joka merkitsee, että ratkaisun juurien summa on positiivinen;

(43:2) $ad - bc > 0$,

jolloin ratkaisun juurien tulo on positiivinen;

(43:3) $\frac{(a - d)^2}{4} + bc > 0$,

joka takaa, että ratkaisun juuret eivät ole kompleksilukuja ja että ne ovat eri suuret.

Tarkastellaan ensin parametrien arvoja ehdon (43:1) valossa. Varsinaisilla parametreillä ilmaistuna ehto on

(43:1) $$a + d = \frac{\lambda - (\beta + \mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1 - \frac{\alpha}{\varphi_2}} + (1 - \beta - \mu)$$

Koska aikaisemmin määriteltyjen parametrejä koskevien ehtojen nojalla ei voida päätellä, että (a + d) olisi aina positiivinen, on taulukkoon 5 kerätty taulukon 4 stabiilien proses-

Taulukko 5

Taulukko 4:n rivin numero	$\lambda - (\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}$	$1-\beta-\mu$
2	0.96057	0.15167
3	0.96057	0.15167
4	0.95326	0.15917
5	0.95153	0.11750
6	0.94290	0.63985
7	0.91634	0.60970
8	0.89142	0.63985
9	0.84715	0.6097
10	0.86337	0.47235
11	0.80226	0.4422
12	0.82709	0.63985
13	0.76068	0.6097
14	0.78501	0.47235
15	0.69334	0.4422
16	0.92416	0.70970
17	0.88692	0.66440
18	0.81544	0.55870
20	0.81544	0.55870
21	0.73056	0.51340
22	0.76501	0.70970
24	0.90801	0.55870
30	0.76943	0.68932
38	0.52380	0.49995

sien parametrien arvoista ne parametrien yhdistelmät, joiden nojalla voidaan päätellä juurien summan (a + d) etumerkistä.

Yhdessäkään tapauksessa ei termeillä ole negatiivista arvoa. Taloudellisesti mielekkäillä arvoilla näyttää siis ehto (43:1) olevan täytetty.[1]

Varsinaisilla parametreillä ilmaistuna ehto (43:2) saa muodon

$$(43{:}2)\quad ad-bc = \left(\frac{\lambda-(\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}}\right)(1-\beta-\mu) - \frac{-(\beta+\mu)(1-\beta-\mu)\alpha}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}\cdot\varphi_2} > 0$$

Ehdon (43:1) kohdalla esitettyjen perustelujen nojalla ilmeisesti tämäkin ehto on arvoltaan positiivinen.

Kolmas ehto on

$$(43{:}3)\quad \frac{(a-d)^2}{4} + bc =$$

$$\frac{\left(\frac{\lambda-(\beta+\mu)\frac{\alpha}{\varphi_2}}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} - (1-\beta-\mu)\right)^2}{4} - \frac{(\beta+\mu)(1-\beta-\mu)\alpha}{(1-\frac{\alpha}{\varphi_2})\,\varphi_2} > 0$$

Taulukkoon 6 on laskettu taulukon 4 stabiileista prosesseista tämän ehdon mukaiset arvot.

---

1. Stabiliteetti edellyttää, että $1 - \frac{\alpha}{\varphi_2} > 0$ (yhtälö 36:3)

Taulukko 6

Taulukko 4:n rivin numero	$\frac{(a-d)^2}{4} + bc$	Taulukko 4:n rivin numero	$\frac{(a-d)^2}{4} + bc$
2	0.176266	13	-0.05030
3	0.17481	14	-0.00066
4	0.16871	15	-0.03721
5	0.18707	16	-0.00076
6	0.01595	17	-0.00726
7	0.01253	18	-0.02290
8	0.00006	20	-0.01244
9	-0.01216	21	-0.04238
10	0.02958	24	-0.06580
11	0.01655	30	-0.05515
12	-0.02332	38	-0.20182

Suurin osa stabiileista prosesseista ei täyttänyt kolmatta ehtoa. Tulos ei ole sinänsä yllättävä, sillä koskivathan laskelmat stabiilin pitkäntähtäyksen tasapainon ehdot täyttävien parametrien arvoja. On näin ollen tutkittava kulloinkin analysoitavan täyskäyttöisyyden säilyttävän kansantulon parametrit erikseen ehdon (43:3) osalta.

Vaikka tutkittavan prosessin aikaura ei olekaan heilahteleva, saattaa se silti lähestyä maksimituotantoa ($\bar{\bar{Y}}_t$) yläpuolelta, mikä olisi vastoin maksimituotantoa koskevaa olettamusta. Jos ratkaisuyhtälön toisen derivaatan etumerkki muuttuu prosessin aikana, on mainittu perusolettamuksen vastainen kehitys periaatteessa mahdollinen. Ratkaisuyhtälöstä (39:2) saadaan derivoimalla, että

$$(44)\quad Y_t'' = (1+\alpha-\beta-\mu)^t\,(\log(1+\alpha-\beta-\mu))^2\,Y_0 +$$

$$+\frac{\mu}{\bar{\iota}\nu(\mu-\alpha+\beta)}\left[(\log(\bar{\iota}\nu))^2 - (1+\alpha-\beta-\mu)^t\,(\log(\bar{\iota}\nu)+\log(1+\alpha-\beta-\mu))^2\right]\bar{\bar{Y}}_t\,,$$

Sijoitetaan tähän lausekkeeseen $t = 1$. Jos osoittautuu mahdolliseksi, että $Y_1'' < 0$, esiintyy prosessissa käännepiste, sillä tasapainouran toinen derivaatta $\bar{\bar{Y}}_t'' > 0$.

Lauseke (44) on negatiivinen, mikäli

$$(44{:}1)\quad (1+\alpha-\beta-\mu)\left[\left(\frac{\mu}{\mu-\alpha+\beta}\right)(\log(\bar{\iota}\nu)+\log(1+\alpha-\beta-\mu)^2)\,\bar{\bar{Y}}_0 -\right.$$

$$\left.-(\log(1+\alpha-\beta-\mu))^2\,Y_0\right] > \frac{\mu}{\mu-\alpha+\beta}(\log\bar{\iota}\nu)^2\,\bar{\bar{Y}}_0\,.$$

Kun $\mu-\alpha+\beta>0$, niin epäyhtälö saattaa olla tosi riittävän suurella $(\bar{\bar{Y}} - Y_0)$:n tai $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$:n[1] erotuksella.

12. Pääomakannan täyskäyttöisyys: Numeerinen analyysi

Selvemmän kuvan saamiseksi täyskäyttöisyyden säilyttävän kansantulon prosessista on tutkittu kansantulon ja pääomakannan kehitystä eräillä parametrien arvoilla, jotka täyttävät asetetut ehdot yhtälöstä (32), (33), (41), (35:2), (36:2), (43:1),

---

1. Silloin $(\alpha - \beta)$ kasvaa μ:n kustannuksella.

(43:2) ja (43:3). Numeeriset kokeet suoritettiin tietokoneella.[1]

Yllämainitut ehdot asettavat varsin kapean liikkuma-alan parametrien arvoille. Kokeissa käytetyt parametrien arvot olivat:[2]

	$\bar{\tau}$	ν	$\bar{\alpha} - \bar{\beta}$	$\bar{\alpha}$	μ	φ_2	λ
A_1	1.02	1.01	0.04	0.1	0.245	0.8154	0.9920
A_2	"	"	"	0.16	"	"	"
B_1	"	"	0.05	0.125	0.396	0.6644	0.9834
B_2	"	"	"	0.2	"	"	"
C_1	"	"	0.06	0.15	0.4967	0.5637	0.9750
C_2	"	"	"	0.24	"	"	"

Kun lähtökohtana oli "normaalin" tuntuinen 3 %:n maksimituotannon kasvu ($\bar{\tau}\nu$), voitiin ylläueteltujen ehtojen vuoksi muunnella vain kysynnän kasvuodotusta ($\bar{\alpha}$ - $\bar{\beta}$) sekä yrittäjien kysyntäherkkyyskerrointa $\bar{\alpha}$; jälkimmäisestä käytettiin kahta arvoa: toisessa tapauksessa oletettiin kasvuodotusten nolla-arvo saavutettavan 60 %:n pääomakapasiteetin käyttöasteella (tätä osoittaa kokeen merkinnässä alaviitta 1) ja toisessa 75 %:n käyttöastetta (alaviitta 2). Tarkasteltiin seuraavia

---

1. IBM 1440 -ohjelman laati luonnont. kand. RAIMO HEISKANEN Fortran II -ohjelmointikieltä käyttäen.

2. Suoritettiin myös toinen koesarja $\bar{\tau}$:n arvolla 1.03 ja ν:n arvolla 1.01, mutta tulokset eivät kvalitatiivisesti poikenneet ylläesitetystä kokeesta. Tässä koesarjassa olivat kertoimet

$\bar{\tau}$	ν	$\bar{\alpha}-\bar{\beta}$	$\bar{\alpha}$	μ	φ_2	λ
1.03	1.01	0.05	0.125	0.194	0.8866	0.99301
1.03	1.01	0.06	0.15	0.32833	0.6866	0.97924
1.03	1.01	0.07	0.175	0.42429	0.4866	0.95414

kysymyksiä.

1. Miten kansantulon alkuarvon taso (suhteessa maksimituotannon alkuarvoon (=100)) vaikuttaa prosessin kulkuun?

2. Miten kysynnän kasvuodotusten muuttuminen heijastuu prosessissa?

3. Mikä vaikutus on herkkyyskertoimen muutoksella?

Taulukkoon 7 A on merkitty eri kokeitten osalta kansantulon (Y) sekä maksimituotannon ($\bar{\bar{Y}}_t$) arvot kahdenkymmenen ajanjakson ajalta, kun kansantulon alkuarvo on 95 ts. 5 % maksimituotannon alkuarvon alapuolella. Taulukossa 7 B on esitetty muutamasta kokeesta samat arvot, kun kansantulon alkuarvo on 80. Pääomakantaa ei ole katsottu aiheelliseksi sisällyttää taulukkoihin, sillä pääomakerroin pysyy olettamuksen mukaan kussakin kokeessa muuttumattomana. Ensinnäkin voidaan havaita taulukosta 7 A yrittäjien kysyntäherkkyyden ($\bar{\alpha}$) kohoamisen vain vähäisessä määrin vaikuttavan kansantulon kulkuun. Esim. kokeessa A_1 10. ajanjakson aikana Y = 133.30 ja kokeessa A_2 Y = 133.23. Muissa kokeissa ei $\bar{\alpha}$:n vaikutuksessa ilmene käytännöllisesti katsoen mitään eroja.

Kysynnän kasvuodotusten lisääntyminen (siirtyminen kokeesta A kokeeseen B ja edelleen kokeeseen C) kuvastuu erittäin selvästi kansantulon aikaurassa ensimmäisten ajanjaksojen kuluessa. Näyttää ilmeiseltä, että kysynnän kasvuodotusten voimistuminen lisää tulonmuodostuksen nopeutta kehityksen alussa aina lähelle maksimituotannon tasoa. Tämän jälkeen kasvuodotuksen voimistumisen vaikutus heikkenee melko jyrkästi. Kuvioon VI on taulukosta 7 A piirretty kolmen kokeen mukaiset (A_1, B_1 ja C_1) kansantulon / nopeuksien lisäyksiä

Taulukko 7 A

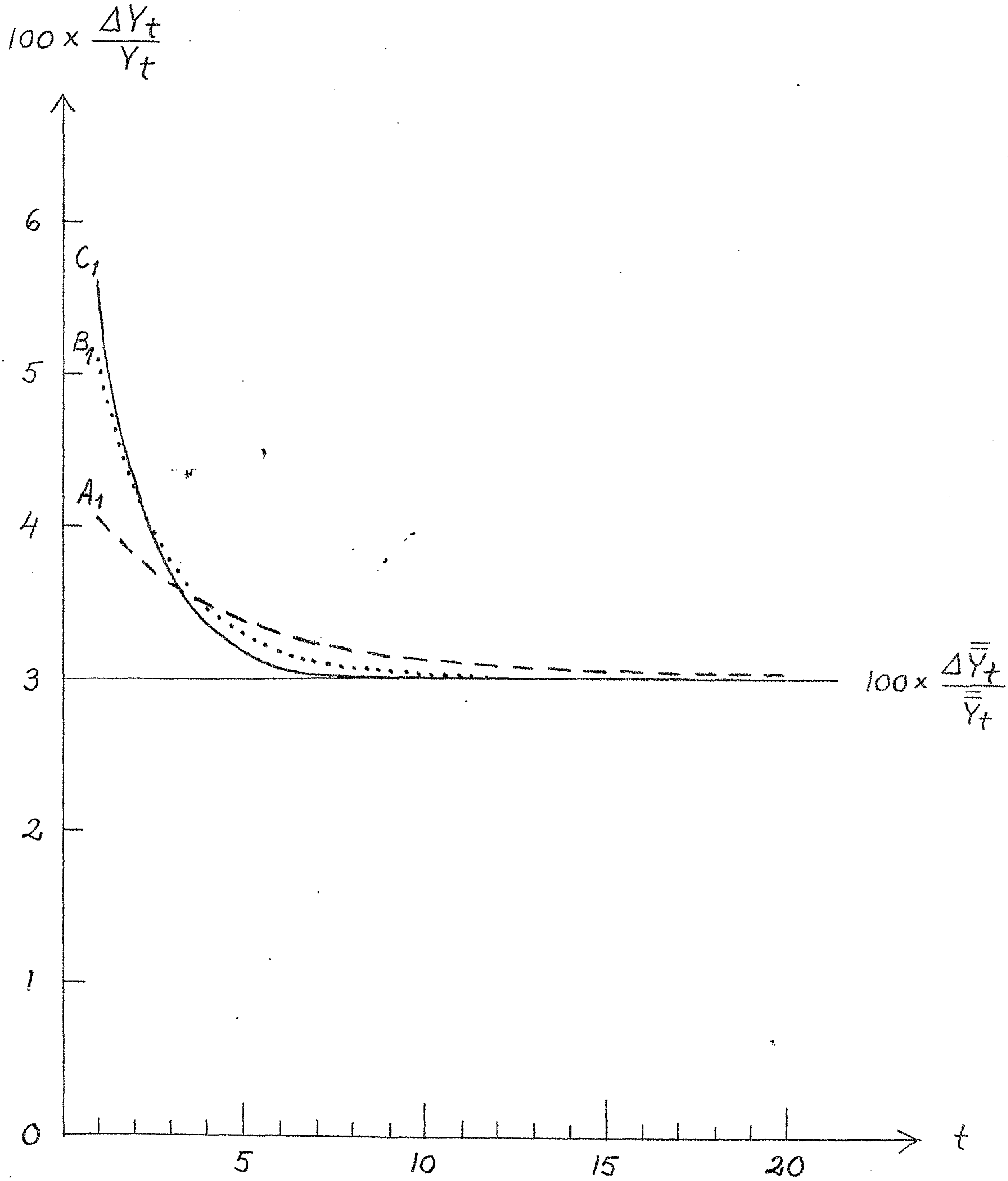
Ajanjakso	Y_t						$\bar{\bar{Y}}_t = 1.0302^t \bar{\bar{Y}}_o$
	A_1	A_2	B_1	B_2	C_1	C_2	
1	98.86	98.83	99.85	99.85	100.35	100.35	103.02
2	102.64	102.58	104.12	104.12	104.70	104.70	106.13
3	106.37	106.30	108.06	108.06	108.57	108.57	109.33
4	110.09	110.00	111.83	111.83	112.22	112.22	112.63
5	113.82	113.73	115.53	115.53	115.81	115.81	116.04
6	117.58	117.49	119.23	119.22	119.42	119.42	119.54
7	121.40	121.31	122.96	122.95	123.08	123.08	123.15
8	125.28	125.20	126.75	126.75	126.82	126.83	126.87
9	129.24	129.17	130.64	130.63	130.67	130.67	130.70
10	133.30	133.23	134.62	134.61	134.62	134.63	134.65
11	137.45	137.39	138.70	138.69	138.69	138.70	138.71
12	141.70	141.66	142.91	142.89	142.88	142.89	142.90
13	146.08	146.04	147.23	147.22	147.20	147.20	147.22
14	150.57	150.54	151.69	151.67	151.64	151.65	151.67
15	155.19	155.17	156.27	156.26	156.22	156.23	156.25
16	159.94	159.93	161.00	160.98	160.94	160.95	160.96
17	164.82	164.84	165.86	165.84	165.80	165.81	165.83
18	169.85	169.88	170.87	170.85	170.81	170.81	170.83
19	175.03	175.07	176.03	176.01	175.97	175.97	175.99
20	180.36	180.42	181.35	181.33	181.28	181.29	181.31

m

Taulukko 7 B

Ajanjakso	Y A_1	B_1	C_1	$\overline{\overline{Y}}_t = 1{,}0302^t\overline{\overline{Y}}_o$
1	87.31	90.33	92.34	103.02
2	93.79	98.09	100.43	106.13
3	99.65	104.24	106.29	109.33
4	105.03	109.41	111.01	112.63
5	110.06	113.99	115.16	116.04
6	114.85	118.25	119.07	119.54
7	119.46	122.34	122.89	123.15
8	123.97	126.36	126.73	126.87
9	128.42	130.39	130.62	130.70
10	132.85	134.46	134.60	134.65
11	137.30	138.60	138.68	138.71
12	141.79	142.84	142.88	142.90
13	146.34	147.19	147.20	147.22
14	150.97	151.66	151.64	151.67
15	155.69	156.26	156.22	156.25
16	160.52	160.98	160.94	160.96
17	165.47	165.85	165.80	165.83
18	170.55	170.87	170.81	170.83
19	175.76	176.03	175.97	175.99
20	181.12	181.30	181.28	181.31

Kuvio VI



$100 \times \frac{\Delta Y_t}{Y_t}$
6
5
4
3
2
1
0
C_1
B_1
A_1
$100 \times \frac{\Delta \bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\bar{Y}}_t}$
5
10
15
20
t

kuvaavat käyrät. Ne valaisevat mainittua kansantulon kehityskuvassa ilmenevää, kasvuodotuksista johtuvaa piirrettä. Todettakoon kuitenkin, että kasvuodotuksista johtuvat erot ovat silti kummankin taulukon viimeisen ajanjakson - 20. ajanjakson - kohdalla jo mitättömän pienet.

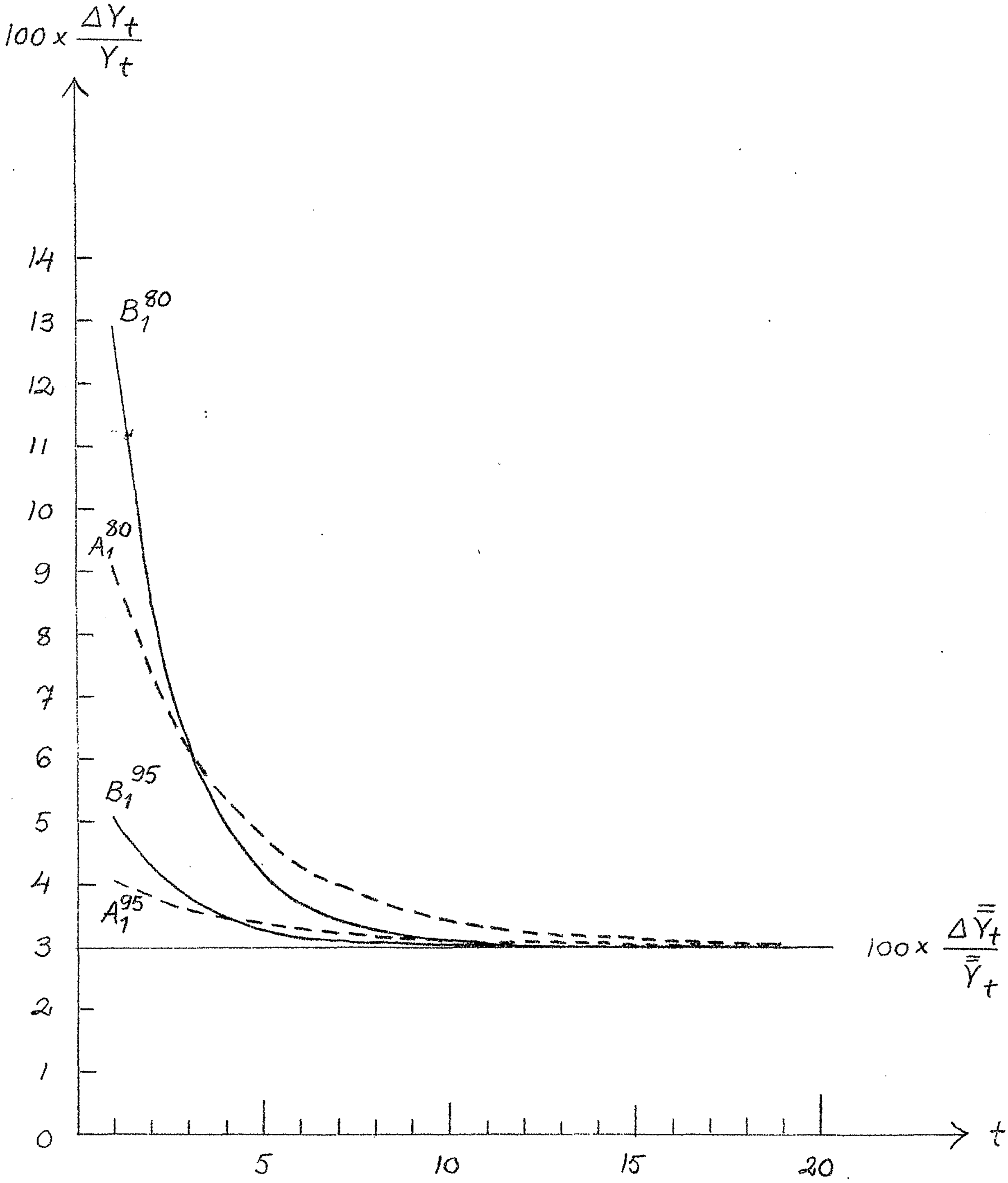
Johtopäätöksenä on: Mallin mukaan kansantulo lähestyy sitä nopeammin maksimituotannon tasoa mitä suuremmat ovat kysynnän kasvuodotukset. - Tämän edellytyksenä tietenkin on, kuten aikaisemminkin on korostettu, että kasvuodotukset ylittävät maksimituotannon kasvun.

Kansantulon alkuarvon merkityksen toteamiseksi on verrattava toisiinsa saman kokeen tuloksia taulukoissa 7 A ja 7 B.

Taulukon 7 B kokeissa kansantulon alkuarvo ($Y_o = 80$) on alhaisempi kuin taulukossa 7 A ($Y_o = 95$). Vertailussa voidaan todeta, että mitä alempi alkuarvo on - tuotantovarojen vajaakäyttöisyys suurempi - sitä voimakkaampi on tulonmuodostuksen nopeuden lisäys prosessin alkupuolella. Tällöin kansantulo kohoaa vähitellen jopa suuremmaksi kuin sellainen kansantulo, jonka prosessi on "lähtenyt liikkeelle" korkeammasta alkuarvosta. Tämä seikka ilmenee tarkasteltaessa mm. kokeessa A_1 Y_t:n arvoa kummassakin taulukossa 15. ajanjakson kohdalla.

Kuvioon VII on piirretty asian valaisemiseksi A_1-kokeen ja B_1-kokeen kansantulon nopeuden lisäykset alkuarvoilla 95 ja 80. Käyristä näkyy selvästi alkuarvon vaikutus. Kuvion VI käyrien valossa näyttää siltä kuin alkuarvosta johtuva nopeuden lisäys supistuisi hitaammin kuin kasvuodotusten muuttumisesta aiheutuva nopeuden lisäys. Sama ilmiö heijastuu myös kansantuloluvuissa.

Kuvio VII


$100 \times \frac{\Delta Y_t}{Y_t}$
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
B_1^{80}
A_1^{80}
B_1^{95}
A_1^{95}
$100 \times \frac{\Delta \bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\bar{Y}}_t}$
5
10
15
20
t

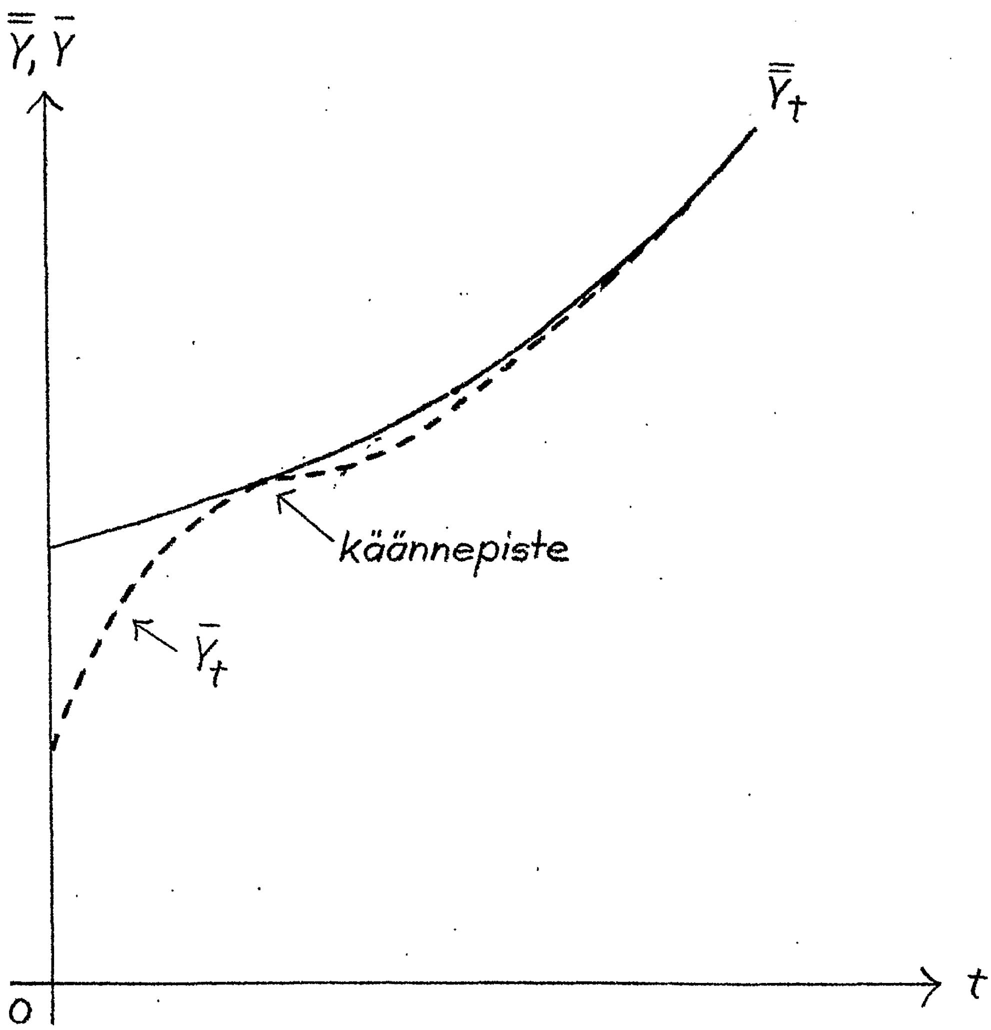
Näin ollen voidaan päätellä, että mitä enemmän kansantulo poikkeaa maksimituotannosta, sitä voimakkaamman sysäyksen saa siitä kansantulon kasvu. Tekijä, joka tässä yhteydessä taustalla vaikuttaa, on tuotantovarojen vajaakäyttöisyyden luoma kasvumahdollisuus, minkä yrittäjät mallin olettamusten mukaan ottavat huomioon investointipäätöksissään. Mitä lähempänä kansantulo on maksimituotannon tasoa, sitä heikompi on tietenkin tämän tekijän tarjoama investointipotentiaali.

Kunkin koesarjan kohdalla prosessin kulku ensimmäisten ajanjaksojen kuluessa viittasi - kuten kuviosta VI ja VII on selvästi havaittavissa - käännepisteen olemassaoloon, mitä mahdollisuutta tarkastettiin jo edellisessä jaksossa. Kun kokeita jatkettiin käännepisteeseen asti, jouduttiin eräissä tapauksissa ulottamaan laskelma aina 200. ajanjaksoon. Kaikissa tutkituissa tapauksissa esiintyi käännepiste kansantulon ollessa hyvin lähellä maksimituotantoa.[1] Käännepisteen jälkeen nousuprosentti oli jonkin aikaa pienempi kuin maksimituotannon nousuprosentti, mutta pian kansantulon nopeuden kasvu jälleen alkoi lähestyä maksimituotannon nousuvauhtia ja samalla myös kansantulo rupesi uudelleen lähestymään maksimituotantoa. Esimerkkinä mainittakoon, että kokeessa A_1 (kun $Y_o = 80$) käännepisteessä, joka saavutettiin 39. ajanjakson aikana, nousuprosentti oli 3.0198 % eli 0.0002 % pienempi kuin maksimituotannon kasvu.

---

1. Tarkastelussa oli otettava huomioon myös pienet desimaaleista johtuvat epätarkkuudet.

Kuvio VIII



13. Analyysin lopputulos

Suoritetun tarkastelun perusteella päädytään yleistäen seuraavaan tulokseen:

Pääomakapasiteetin täyskäyttöisyyden toteuttava kansantulo ($\bar{Y}_t$) lähestyy - mallin parametrien täyttäessä asetetut ehdot - maksimituotantoa $\bar{\bar{Y}}_t$ siten, että aikauran muoto on vaimeneva lähestyessään maksimituotantoa sekä vielä sen saavuttamisen jälkeen joidenkin ajanjaksojen kuluessa. - Maksimituotanto alkaa varsin pian uudelleen "vetää" kansantuloa puoleensa. Kuvio VIII valaisee tätä johtopäätöstä.

x x x

Tässä tutkimuksessa kehitetyn mallin nojalla on voitu osoittaa Harrod-Domarin ongelman olevan ratkaistavissa joustavan investointifunktion avulla; olkoonkin, että ratkaisu edellyttää parametrien täyttävän useita niiden liikkuma-alaa jyrkästi rajoittavia ehtoja.

IV SUHDANNEVAIHTELUISTA

Edellisessä luvussa analysoitiin yksityiskohtaisesti 'tasapainon' luonnetta esillä olevan makrodynaamisen mallin kannalta. Tältä pohjalta on tässä luvussa tarkoitus lähestyä suhdanneilmiötä.

1. Eräs suhdanneteoria

Pitkäntähtäyksen tasapaino teoreettisena normina sekä jo suoritettu analyyttinen esityö lähtökohtana, pyritään nyt mallin avulla tuomaan esille eräitä tekijöitä, jotka voivat aiheuttaa suhdannevaihteluja taloudellisessa toiminnassa.[1]

Suhdanneilmiö on valitun teoreettisen normin vuoksi katsottava erääntyyppiseksi <u>tasapainottomuudeksi</u> kansantaloudessa. Lisäksi tästä normista seuraa, että kansantulon suhdannevaihtelut tapahtuvat <u>pitkäntähtäyksen tasapainon alapuolella</u>.[2] Tasapaino

---

1. Ks. edellä s. 15.

2. Aivan viime aikoihin asti on suhdanneteoriassa yleensä oletettu suhdannevaihtelujen tapahtuvan joko stationäärisen tai evolutionäärisen tasapainon yläpuolella tai ympärillä. Ks. esim. J.A. SCHUMPETER mt. IV luku; J.R. HICKS mt. luvut V ja VI; Paul A. SAMUELSON Interaction between Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration, The Review of Economic Studies XXI (2). Mainittakoon, että eräät teoreetikot esittivät 1930-luvun lopulla malleja, joissa suhdannevaihtelut johtuivat lyhyentähtäyksen tasapainon siirtymisestä: M. KALECKI Essays in the Theory of Economic Fluctuations, London 1939, 6. luku; NICHOLAS KALDOR A Model of the Trade Cycle, Economic Journal, March 1940. Mm. JAMES S. DUESENBERRYn suhdanneteoria vuodelta 1958 perustuu samaan perusnäkökulmaan kuin tässäkin tutkimuksessa käsitelty teoria; ks. erityisesti mt. 9. luku.

oletetaan stabiiliksi.

Tämä analyyttinen näkökulma nojaa mallin ulkopuolelta johdettavaan olettamukseen. Kun ryhdytään tarkastelemaan suhdanneilmiötä nykyaikaisessa puitetaloudessa, ei voida sulkea silmiä tosiasialta, että julkisen vallan toiminta on stabilisointitavoitteiden sävyttämä - ei edes silloin, kun julkinen sektori jätetään analyysin ulkopuolelle. Onhan näet selvää, että yrittäjien ja kotitalouksien tietoisuus harjoitettavan talouspolitiikan tavoitteista on omiaan muovaamaan heidän käyttäytymistään sellaiseksi, että taloudellinen toiminta on yleissuunnaltaan tasapainoon päin kohoava. Olettamus taustalla tietyllä tavalla vaikuttavasta talouspolitiikasta on perusteena tässä jaksossa omaksutulle näkökulmalle.

Kun edellä taulukoissa[1] 5 ja 6 tutkittiin eräiden stabiilien, pitkäntähtäyksen tasapainoon "pyrkivien" aikaurien muotoa, todettiin osan aikaurista olevan heilahtelevia. - Nämä heilahtelevat aikaurat ovat sikäli ongelmallisia, että kansantulo ylittäessään maksimituotannon rikkoo mallin rajoittavia ehtoja. Sen vuoksi heilahtelevat aikaurat eivät sellaisenaan kelpaa suhdannevaihtelujen kuvaajiksi. Suhdannevaihtelujen elementit on etsittävä mallin muista dynaamisista ominaisuuksista.

Tätä tarkoitusta varten tutkittiin tietokoneen avulla taulukossa 4[2] esitettyjen stabiilien tapausten prosesseja. Kansantulon oletetaan ulkosyntyisistä syistä alentuneen tasolle, jossa yrityksillä ei ole enää lisääntyneen epävarmuuden vuoksi kysyntää koskevia nousuodotuksia (g=o).[3] Pääomakanta oletetaan

1. Ks. s. 85 ja s. 87.
2. Ks. s. 79.
3. Ks. yhtälöä (9:2) s. 40.

maksimituotannon kannalta optimaaliseksi ($\varphi_2 K_o = \bar{\bar{Y}}_o$). Nämä olettamukset merkitsevät, että kansantulon lasku tasapainosta on ollut varsin nopea.

Kokeitten tulokset osoittavat, että heilahtelevat prosessit varsin nopeasti saavuttavat ja ylittävät maksimituotannon, kun taas ei-heilahtelevat prosessit suhteellisesti hitaammin alhaalta päin lähestyvät maksimituotantoa ja siis tasapainoa. Lisäksi paljastui toinen piirre: pääomakapasiteetti saavutti täyskäyttöisyyden samalla kertaa (tai yhtä ajanjaksoa ennen) kuin kansantulo ylti maksimituotannon tasolle. Toisin sanoen pääomakapasiteetti ei käytännöllisesti katsoen aseta mitään esteitä kansantulon nousulle aina maksimituotannon tasolle asti. Kuvioon IX on piirretty erään kokeen osalta sekä kansantulon (heilahtelevan) nopeuden suhteellista lisäystä että pääomakerrointa koskevat kuvaajat. Kansantulon saavuttaessa maksimituotannon 25. ajanjakson kohdalla kansantulon nopeuden suhteellinen lisäys ylittää maksimituotannon vastaavan lisäyksen (2.01), kun sitä vastoin pääomakerroin on tällöin alentunut juuri täyskäyttöisyyden edellyttämälle tasolle (4).

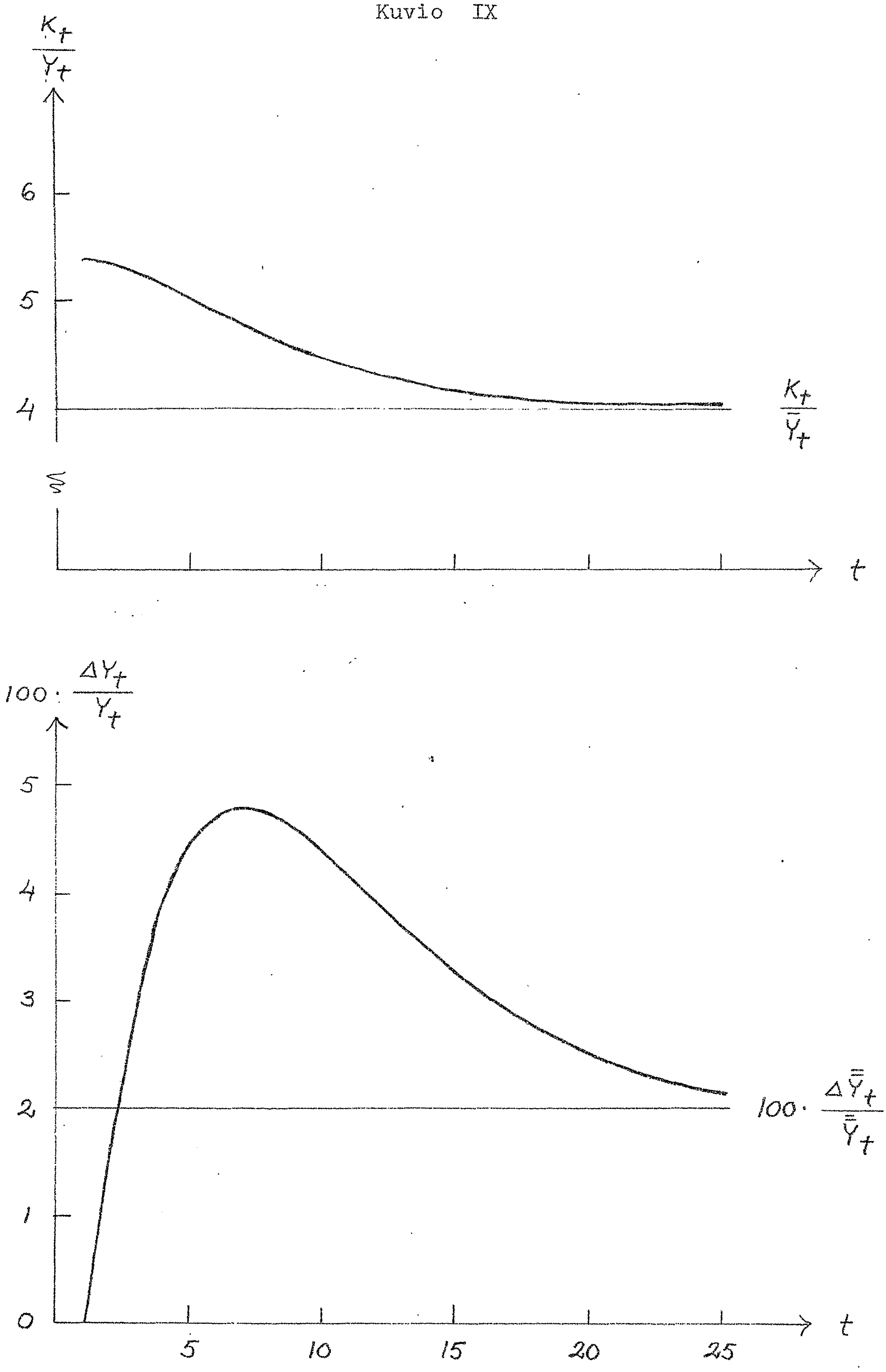
Prosessien alusta todettakoon, että kasvumahdollisuuksien sisältämän investointipotentiaalin vuoksi nousu pääsee vauhtiin olemattomista kysyntäodotuksista huolimatta.[1]

Yksityiskohtaisesti tarkasteltiin prosesseja, joiden parametrit olivat:

---

1. R.A. GORDONin suhdanneteoriassa investointipotentiaalilla on samanlainen suhdannenousua elvyttävä vaikutus. Ks. hänen kirjoitustaan Investment Behavior and Business Cycles, The Review of Economics and Statistics, February 1955.

Kuvio IX


$\frac{K_t}{Y_t}$
6
5
4
$\frac{K_t}{\bar{Y}_t}$
t
$100 \cdot \frac{\Delta Y_t}{Y_t}$
5
4
3
2
1
0
$100 \cdot \frac{\Delta \bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\bar{Y}}_t}$
t
5
10
15
20
25

	$\bar{v}$	φ_2	λ	$\bar{g}$	μ	$\bar{\alpha}_{0.75}$	$\bar{\alpha}_{0.6}$	$\bar{\alpha}_{0.5}$
I	1.0201	0.25	0.93808	0.03	0.33	0.12	-	-
II	1.0201	0.25	0.93808	0.03	0.33	-	0.075	-
III	1.0201	0.3	0.95175	0.03	0.33	-	0.075	-
IV	1.0201	0.3	0.95175	0.03	0.33	-	-	0.06

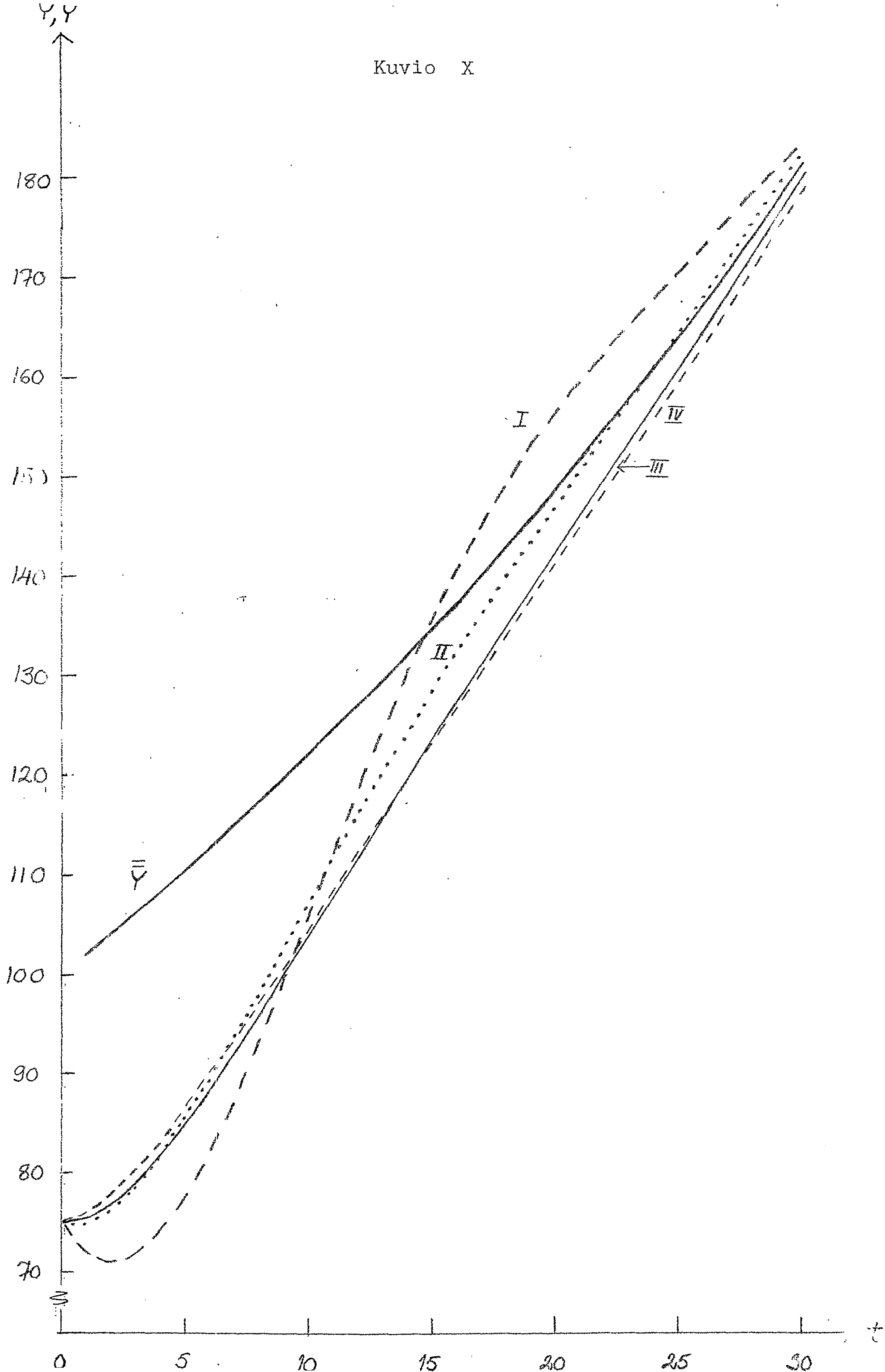
Näistä kansantulon prosesseista ovat I- ja II-prosessi heilahtelevia ja III- ja IV-prosessi ei-heilahtelevia. Prosessit on kuvattu kuviossa X ja muutosvauhdit kuviossa XI.

I-prosessi eroaa II-prosessista vain $\bar{\alpha}$ -kertoimen osalta. Kun odotusten suhdanneherkkyys vähenee $\bar{\alpha}$-kertoimella ilmaisten $\bar{\alpha}_{0.75}$:sta $\bar{\alpha}_{0.6}$:een, prosessi saa selvästi vaimeamman muodon, minkä johdosta kansantulo sivuuttaa maksimituotannon vastaavasti myöhemmin. III-prosessi puolestaan eroaa II-prosessista pääomakertoimen $(\frac{1}{\varphi_2})$ osalta. Kertoimen supistuminen 4:stä 3.3:een on muuntanut prosessin heilahtelevasta ei-heilahtelevaksi samalla, kun maksimituotannon saavuttaminen siirtyy myöhemmäksi. IV-prosessi on taas suhdanneherkempi kuin III-prosessi - $\bar{\alpha}$ on alentunut $\bar{\alpha}_{0.6}$:sta $\bar{\alpha}_{0.5}$:een - ja on sen vuoksi myös muodoltaan vaimeampi. Prosessien alkuosasta pantakoon merkille, että järjestys prosessien osalta on päinvastainen.

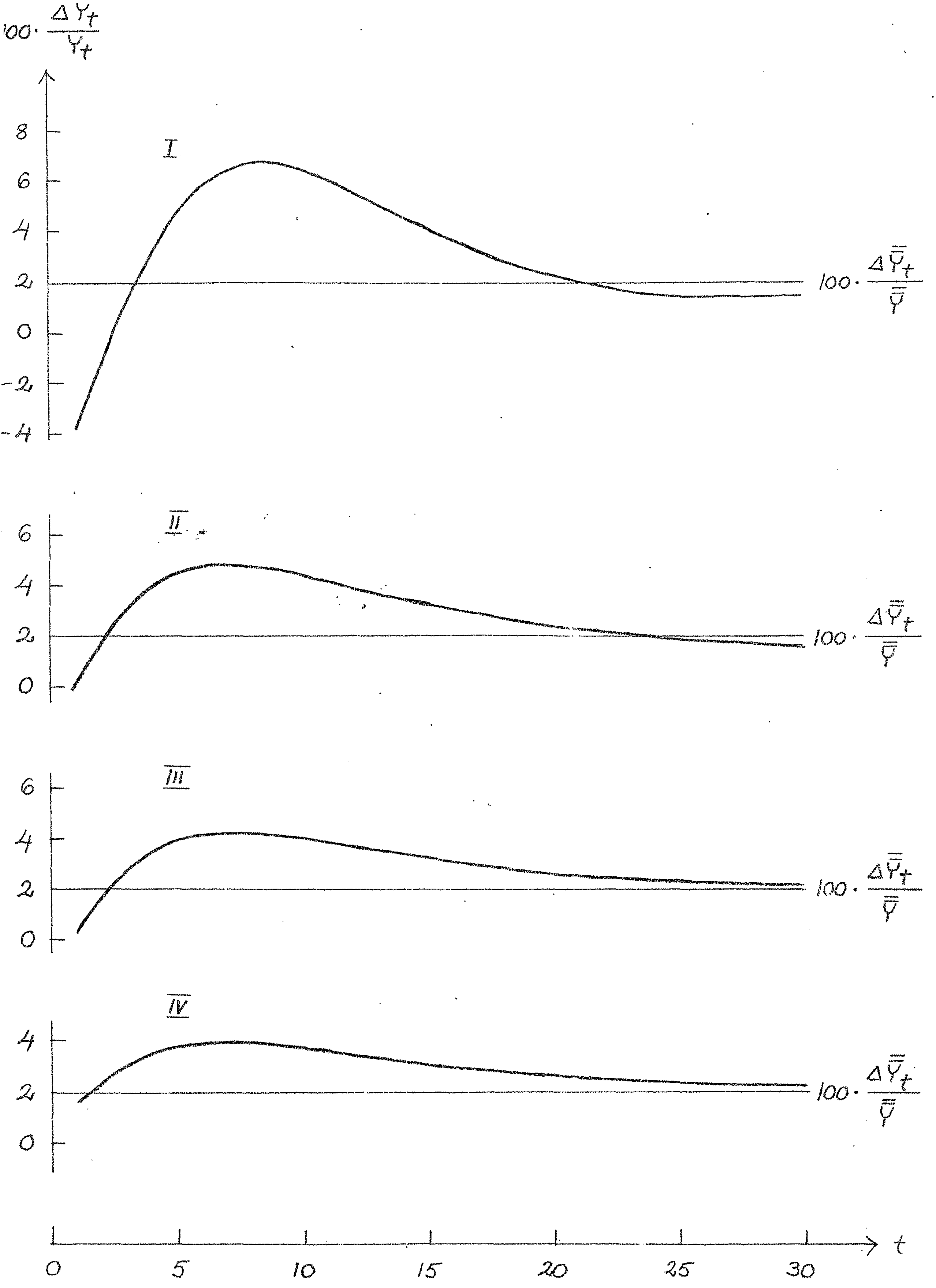
Jotta näistä aineksista voitaisiin hahmotella suhdanneselitys, on perusmallia tulkittava joustavasti. Tämä edellyttää, juuri esitettyjen prosessien valossa, sekä teknillisen pääomakertoimen $(\frac{1}{\varphi_2})$ että psykologisen suhdanneherkkyyskertoimen $(\bar{\alpha})$ jonkinmääräistä vaihtelua.

Perusajatuksena on, että kansantalouden rakenteen vuoksi kansantulo lähestyy tasaisesti pitkäntähtäyksen tasapainoa; mutta kertoimien vaihteluista aiheutuu heilahteluja tuotannolli-

Kuvio X


$\bar{\bar{Y}}, Y$
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
I
II
III
IV
$\bar{\bar{Y}}$
0
5
10
15
20
25
30
t

Kuvio XI


$100 \cdot \frac{\Delta Y_t}{Y_t}$
I
II
III
IV
$100 \cdot \frac{\Delta \bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\bar{Y}}}$
8
6
4
2
0
-2
-4
0
5
10
15
20
25
30
t

sessa toiminnassa.

Pääomakertoimen heilahtelu oletetaan johtuvaksi siitä, että pääomaintensiiviset (pääomakerroin suuri) sektorit saattavat kasvaa ajoittain eri tahdissa kuin työintensiiviset (pääomakerroin alhainen) sektorit; tästä seuraa luonnollisesti koko kansantalouden pääomakertoimen vaihtelut.

Suhdanneherkkyyskertoimen muutoksien oletetaan kuvastavan yrittäjien odotuksien epäsymmetriaa taloudellisen toiminnan kohotessa ja laskiessa: Nousukauden aikana yrittäjien epävarmuus tulevaisuudesta ei vähene yhtä nopeasti kuin se lisääntyy suhdannelaskun aikana. Kuvio III:n mukaan[1] odotusfunktio g_2 voisi olla laskukauden funktio ja g_1:n kanssa yhdensuuntainen funktio g_2-funktion nollakohdasta nousukauden funktio, joka jälleen yhtyy g_1:een täyskäyttöisyystasolla.

Taloudellisen kehityksen kulku kohti pitkäntähtäyksen tasapainoa voidaan käytettävissä olevilla rakenneosilla kuvata seuraavaan tapaan:

Taloudellisen toiminnan elpyminen alkaa silloin, kun teknillisen kehityksen ja väestön kasvun seurauksena syntyy investointipotentiaalia. Ennen kuin käänne tapahtuu on pääomakannan laskukauden aikana sopeuduttava näihin primäärisiin kasvutekijöihin eli yhtälön (12) ja ehdon (12:1) perusteella[2]

$$\bar{\bar{Y}}_t = \bar{Y}_t.$$

Kun elpyminen lähtee käyntiin, oletetaan kansantulon seuraa-

---

1. Ks. s. 41.
2. Ks. s. 49.

van ei-heilahtelevaa aikauraa (esim. III-prosessin mukaan). "Häiriö" tässä kohoavassa kehityksessä saattaa tapahtua, kun yrittäjien odotukset ovat niin vahvasti voimistuneet ja mahdollisesti $\bar{\alpha}$ -kerroin on kohonnut, että nimenomaan pääomaintensiiviset yritykset ryhtyvät aikaa vaativiin investointeihin. Tämä merkitsee, että investointifunktiossa

$$\text{(VIII)} \qquad I_t = \frac{\alpha}{\varphi_2} Y_t - (\beta + \mu) K_t + \frac{\mu}{\varphi_2} \bar{\bar{Y}}_t$$

pääomakerroin $(\frac{1}{\varphi_2})$ nousee. Investointiboomi saa alkunsa. Kansantulon nopeus lisääntyy (ja muuttuu esim. I-prosessin kaltaiseksi).

Vaikka pääomakapasiteetin käyttöaste nyt reippaassa tahdissa nousee, ei yrittäjien odotusten vahvistuminen tapahdu ehkä aivan samalla vauhdilla, sillä tulevaisuutta koskeva epävarmuus ei enää nousun myöhemmissä vaiheissa heikkene yhtä suurella voimalla kuin investointiboomin alussa: $\bar{\alpha}$ -kerroin laskee. Se heikentää investointihalukkuutta ($\bar{\alpha}$-kertoimen supistumisen vaikutus investointifunktiossa on ilmeisesti suurempi α:n kuin β:n välityksellä ja siten hidastaa kansantulon kehitystä (aikaura muuntautuu II-prosessin kaltaiseksi).

Vaiheessa, jolloin pääomaintensiivisten tuotannonalojen investoinnit pääosiltaan kypsyvät, supistuu investointifunktion pääomakerroin. Voidaan olettaa nousukehityksen tähän pisteeseen sujuneen joustavasti. Mutta nyt tapahtuva muutos pääomakertoimessa on varsin jyrkkä - sen jyrkkyys riippuu investointiboomin voimakkuudesta - minkä vuoksi kehityskulku ei voine sujua ilman ainakin lievää putoamista alemmalle tasolle. Putoamisen voimakkuus riippuu siitä, miten paljon "liikaa" pääomakapasiteettia on investointiboomin aikana syntynyt. - Liikakapasiteetti tulkitaan nyt sen käyttöasteella mitattuna $(\frac{Y_t}{\bar{Y}_t})$.

Uuden nousun edellytykset ovat olemassa - kuten edellä todettiin - silloin kun teknillisestä kehityksestä ja väestön kasvusta johtuvaa investointipotentiaalia syntyy. Se voi kuitenkin tapahtua vasta sen jälkeen,kun pääomakapasiteetin kasvu on ollut heikompaa kuin maksimituotannon kasvu ($\bar{I}v$). Uusi nousuprosessi lähtee liikkeelle ja on ominaisuuksiltaan mahdollisesti edellisen kaltainen.

Jos nousun alku on suhteellisen lähellä pitkäntähtäyksen tasapainoa, saattaa investointiboomi kuitenkin jäädä syntymättä teknillisen kehityksen sekä väestönkasvun tarjoamien varsin vähäisten kasvumahdollisuuksien vuoksi.[1] Vaikka kansantulon muodostusnopeutuminen jatkuisikin ilman "nousuhyppäystä", saattaa odotuksia koskevasta olettamuksesta johtuen hidastumista tapahtua (III-prosessi voi aikaa myöden muuntautua IV-prosessiksi).

Kun kansantulo saavuttaa pitkäntähtäyksen tasapainon joko sitä lähestyen tai siihen "iskien", saattaa kaikkien tuotantovoimien täyskäyttöisyys säilyä jonkin aikaa. Mutta tämän jakson alussa mainitusta nykyaikaisen talouspolitiikan luonteesta myös seuraa, että se toisaalta pyrkii myös stabilisoimaan rahanarvon, joka yleensä järkkyy jossain määrin täyskäyttöisyyden olosuhteissa. Julkisen sektorin taholta on tällöin odotettavissa talouspoliittisia toimenpiteitä, joiden vaikutuksesta (reaali-)kansantulo saattaa alentua maksimituotannon tasolta.

---

1. Ks. s. 49.

Jos taloudenpitäjät kokemuksensa perusteella odottavat tämän suuntaista julkisen vallan talouspolitiikkaa, tämä seikka voi olla omiaan heikentämään heidän kasvuodotuksiaan ($\bar{g} = \bar{\alpha} - \bar{\beta}$). Näin kansantulo saattaa myös osittain sisäsyntyisesti alentua tasapainotasolta. Vasta ennen pitkää tapahtuva talouspolitiikan suunnan muutos palauttanee odotukset ennalleen. - Tämä viimeisin vaihe suhdanneselityksessä edellytti siis vielä mallin yhden kertoimen - $\bar{g}$:n - ajoittaista joustavuutta.

x x x

Makrodynaamista perusmallia joustavasti soveltaen päädyttiin edellä suhdanneselitykseen, joka perustui näkemykseen, että kansantaloudessa on tekijöitä - joskin mallin kannalta eksogeenisiä - jotka aika ajoin painavat kansantulon tasapainotason alapuolelle. Suhdannevaihtelut syntyvät, kun tasapainoon suuntautuvassa, kohoavassa prosessissa tapahtuu investoinneista johtuvia "nousuhyppäyksiä". Suhdannelaskun aikana kansantulo ei palautune kuitenkaan samalle tasolle kuin edellisen suhdannenousun alussa, koska teknillisen kehityksen sekä väestön kasvun aikaansaama investointipotentiaali kääntää kansantulon kasvuun ennen kuin se ehtii alentua edellisen nousun alkukohdan tasolle.

2. Vaihtoehtoisia lähtökohtia

Edellisessä jaksossa esitetty suhdanneteoria nojautui pitkäntähtäyksen tasapainokäsitteeseen. Tässä jaksossa tarkastellaan lyhyesti kahta muuta mahdollista suhdanneanalyysin teoreettista normia. Niiden perustalle ei kuitenkaan kehitellä uusia teorioita.

Teorian lähtökohtana voisi mahdollisesti olla pääomakannan täyskäyttöisyys eli

(VII:1) $Y_t = \bar{Y}_t.$

Tämän "tasapainoisen" kehityksen ehdot voidaan selvittää samalla tapaa kuin edellisessä luvussa. Ensinnä tarkastellaan proportionaalista tapausta ($\gamma = 0$).

Pitkäntähtäyksen tasapainon ehdot eivät nyt välttämättä ole voimassa. Yhtälöihin (XIII) ja (XIV) sijoitetaan K_t:n paikalle $\frac{Y_t}{\varphi_2}$ ja merkitään $\bar{\bar{Y}}_{t-1} = \frac{\bar{\bar{Y}}_t}{\bar{\iota}v}$. "Tasapainoinen" kehitys vallitsee, kun näiden yhtälöiden ratkaisuyhtälöt (38:2) ja (39:2) ovat identtiset.[1] Identtisyysvaatimuksesta seuraa, että

(45:1) $\varphi_2 = \bar{\iota}v + \alpha - \beta - \mu$

ja

(45:2) $\lambda = \frac{1 + \alpha - \beta - \mu}{\bar{\iota}v + \alpha - \beta - \mu}\,\bar{\iota}v$

Nämä ehdot voidaan ilmaista myös yhden yhtälön avulla:

(45:3) $\lambda = \frac{1 + \alpha - \beta - \mu}{\varphi_2} \cdot \bar{\iota}v$

Tasapainoehtoja on nyt yksi vähemmän kuin pitkäntähtäyksen tasapainoehtojen ollessa voimassa (yhtälöt (32), (33) ja (41)).

Yhtälön (45:2) perusteella ja olettaen kulutusalttius (λ) pienemmäksi kuin yksi on seuraava epäyhtälö voimassa:

(46:1) $\frac{1 + (\alpha - \beta - \mu)}{\bar{\iota}v + (\alpha - \beta - \mu)} \cdot \bar{\iota}v < 1$

Kehittämällä saadaan tästä, että

1. Ks. edellä s. 82.

(46:2) $(\alpha - \beta - \mu)\,\bar{l}v < \alpha - \beta - \mu$,

joten

(46:3) $\alpha - \beta - \mu < 0$,

jos $\bar{l}v > 1$.

"Tasapainoisen" kehityksen aikauraa voidaan tutkia ehdon (45:3) ollessa täytetty yhtälön

$$(39{:}2)\quad \bar{Y}_t = (1 + \alpha - \beta - \mu)^t\, Y_o + \frac{\mu}{\bar{l}v}\, \bar{\bar{Y}}_t \left(\frac{1 - (1 + \alpha - \beta - \mu)^t}{\beta + \mu - \alpha}\right)$$

avulla. Epäyhtälön (46:3) perusteella voidaan päätellä, että $\bar{Y}_t$ lähenee t:n kasvaessa seuraavaa raja-arvoa

$$(47{:}1)\quad \bar{Y}_\infty = \frac{\mu}{\bar{l}v(\beta + \mu - \alpha)}\ \bar{\bar{Y}}_\infty .$$

Tästä yhtälöstä nähdään, että

$$(46{:}2)\qquad \bar{Y}_\infty \gtreqless \bar{\bar{Y}}_\infty$$

riippuen siitä, onko

$$\frac{\mu}{\bar{l}v(\beta + \mu \alpha)} \gtreqless 1$$

eli

$$(46{:}3)\qquad \frac{\mu}{\beta + \mu - \alpha} \gtreqless \bar{l}v .$$

<u>Voimakkaasti kasvuhakuisesta</u> kansantaloudesta voidaan puhua, kun

$$\frac{\mu}{\beta + \mu - \alpha} > \bar{l}v .$$

ja heikosti kasvuvoimaisesta kansantaloudesta, kun

$$\frac{\mu}{\beta+\mu-\alpha} < \bar{\iota}v .$$

Näissä ehdoissa on erityisesti pantava merkille, että vain investointifunktioiden parametrit näyttävät olevan kansantalouden kasvuvoiman kannalta relevantteja.

Koska $(1-\mu)\bar{g} = \alpha - \beta$, voidaan kasvuvoimakerroin kirjoittaa muotoon

$$\frac{\mu}{\mu - (1-\mu)\bar{g}} ,$$

josta ilmenee, miten kysynnän kasvuodotusten kohoaminen lisää kasvuvoimaa. Kun kerroin kirjoitetaan muotoon

$$\frac{\mu}{\mu(1+\bar{g})-\bar{g}}$$

voidaan päätellä, että :n suureneminen heikentää kasvuvoimaa.[1]

Stabiliteettiehtojen ollessa samat kuin ennenkin "tasapainoisen" kasvun ehdot ovat

(44:3) $$\lambda = \frac{1+\alpha-\beta-\mu}{\varphi_2} \cdot \bar{\iota}v$$

(35:2) $$-1 < \frac{\lambda(1-\beta-\mu)}{1-\frac{\alpha}{\varphi_2}} < 1$$

(36:2) $$\beta+\mu < \frac{2\left(1-\frac{\alpha}{\varphi_2}+\lambda\right)}{1+\lambda} .$$

Lopuksi palataan perusmalliin sen alkuperäisessä muodossa, eikä kulutusfunktiota näin ollen enää oleteta proportionaaliseksi (ts. $\gamma^{\ell} \neq 0$). Yhtälöistä (28) ja (29)[2] saadaan "tasapainoisen" kehityksen määritelmäksi

---

1. On syytä korostaa, että $\mu(1+\bar{g}) - \bar{g} > 0$ ehdon (46:3) perusteella.
2. Ks. edellä s. 68.

$$(48)\quad G^t \frac{m(1-\frac{d}{G})+n\frac{b}{G}}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} + \frac{T(1-d)}{(1-a)(1-d)-bc} = \varphi_2 G^t \frac{m\frac{c}{G}+n(1-\frac{a}{G})}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} + \frac{T\varphi_2 c}{(1-a)(1-d)-bc}\,.$$

Tasapainoehto on voimassa, kun

$$(48{:}1)\quad m(1-\tfrac{d}{G})+ n\tfrac{b}{G} = \varphi_2 \left[m\tfrac{c}{G} + n(1-\tfrac{a}{G})\right]$$

ja

$$(48{:}2)\quad 1 - d = \varphi_2 c\,.$$

Sijoittamalla yhtälöön (48:2) mallin varsinaiset parametrit saadaan välittömästi ensimmäinen tasapainoehto

$$(48{:}3)\quad \alpha = \beta + \mu\,.$$

Käyttämällä hyväksi ehtoa (48:3) saadaan yhtälöstä (48:1) varsinaisilla parametreillä ilmaistuna toinen tasapainoehto

$$(48{:}4)\quad \varphi_2 = \frac{\bar{\iota}\nu\,(\bar{\iota}\nu - 1)}{\bar{\iota}\nu - \lambda}\,.$$

Stabiliteettiehdot ovat samat kuin aikaisemminkin (35:2) ja (36:2).

Yhtälöstä (30) ja (48) nähdään, että kansantalouden kasvuvoima viime kädessä riippuu siitä, onko

$$(48)\quad \frac{m(1-\frac{d}{G}) + n\frac{b}{G}}{(1-\frac{a}{G})(1-\frac{d}{G})-\frac{bc}{G^2}} \gtreqless \bar{\bar{Y}}_o\,.$$

eli - varsinaisilla parametreillä ilmaistuna ja käyttäen hyväksi tasapainoehtoja (48:3) ja (48:4) - onko

(49) $$\frac{\mu}{(\bar{\tau}\nu - 1)(\bar{\tau}\nu - \lambda)} \gtreqless 1.$$

x x x

On ilmeistä, että näistäkin lähtökohdista voidaan periaatteessa kehitellä suhdanneselitystä, joskin puhtaasti mallitekniset vaikeudet ovat huomattavasti suuremmat kuin edellisessä jaksossa tarkastellussa tapauksessa.

LOPPUSANAT

Perusmalliin kehitetty investointifunktio, jonka mukaan suhdannevaihteluille herkät odotukset sekä teknillisen kehityksen ja väestön kasvun aikaansaamat kasvumahdollisuudet vaikuttavat yrittäjien investointipäätöksiin, osoittautui sellaiseksi makromallin rakenneosaksi, jonka avulla oli mahdollista ratkaista ns. Harrod-Domarin ongelma. Tässä pääomakannan täyskäyttöisyyttä koskevassa ratkaisussa kansantulon kehityskulku sisälsi itse asiassa suhdannevaihtelujen idun. Varsinaisen suhdanneteoreettisen analyysin mukaan kansantulon aikauran muoto vain jyrkentyy heilahtelevammaksi kuin mainitussa Harrod-Domarin ongelman edellyttämässä ratkaisussa.

Tutkimuksen metodologista puolta koskevana lopputoteamuksena on, että kokeileva numeerinen analyysi nyt osoittautuu teoreettisen tutkimuksen tehokkaaksi apuvälineeksi. Tämän välineen käyttö on käynyt mahdolliseksi vasta tietokoneiden avulla.

KIRJALLISUUSLUETTELO

BAUMOL, WILLIAM J.	Stocks, Flows and Monetary Theory, Quarterly Journal of Economics, February 1962.
BUSHAW, D.W. and CLOWER	Introduction to Mathematical Economics, Homewood Illinois, 1957.
DEBREU, GERARD	Theory of Value, An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium, Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph 17, New York 1959.
DOMAR, E.D.	Capital Expansion, Rate of Growth and Employment, Econometrica, April 1946.
DUESENBERRY, JAMES S.	Business Cycles and Economic Growth, New York 1958.
FISCHER, F.M.	A Priori Information and Time Series Analysis: Essays in Economic Theory and Measurement, Amsterdam 1962.
FRISCH, RAGNAR	On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium, The Review of Economic Studies III (1935-36).
GOLDBERG, SAMUEL	Introduction to Difference Equations, New York 1958.
GORDON, R.A.	Investment Behavior and Business Cycles, The Review of Economics and Statistics, February 1955.
GORMAN, W.M.	More Scope for Qualitative Economics, The Review of Economic Studies, XXXI (1).
HAAVELMO, TRYGVE	The Probability Approach in Econometrics, Econometrica 1944, Suppl.
" "	A Study in the Theory of Economic Evolution, Amsterdam 1954.

HAAVELMO, TRYGVE — A Study in the Theory of Investment, Chicago 1960.

HAHN, F.H. ja MATTHEWS, R.C.O. — The Theory of Economic Growth: A Survey, The Economic Journal, December 1964.

HARROD, R.F. — An Essay in Dynamic Theory, Economic Journal, March 1939.

" " — Towards a Dynamic Economics, London 1948.

HICKS, J.R. — A Contribution to the Theory of the Trade Cycle, Oxford 1950.

KALDOR, NICHOLAS — Hicks on the Trade Cycle, Essays on Economic Stability and Growth, London 1960.

" " — A Model of the Trade Cycle, Economic Journal, March 1940.

KALDOR, N. - MIRRLEES, J.A. — A New Model of Economic Growth, The Review of Economic Studies, Vol. XXIX (3).

KALECKI, M. — Essays in the Theory of Economic Fluctuations, London 1939.

KUKKONEN, PERTTI — Teollisuustuotannon lyhytaikaiset vaihtelut suhdanneanalyysin kannalta, Suomen Pankin taloustieteellisen tutkimuslaitoksen julkaisuja, Sarja A:24, Helsinki 1962.

LAATTO, ERKKI ja PAUNIO, J.J. — Likviditeetti- ja luottokorkoteoria; vertaileva tarkastelu, Kansantaloudellinen Aikakauskirja 1955, Nide 3.

LANCASTER, K.J. — The Scope of Qualitative Economics, The Review of Economic Studies XXIX (1).

LEWIS, J. PARRY — Dimensions in Economic Theory, The Manchester School of Economic and Social Studies, September 1963.

MEADE, J.E. — A Neo-Classical Theory of Economic Growth, London 1961.

MYRBERG, P.J. — Differentiaali- ja integraalilaskennan oppikirja, Helsinki 1944.

PAUNIO, J.J. — Kansantaloustieteen näköaloista; eräs subjektiivinen arviointi, Kansantaloudellinen Aikakauskirja 1961, Nide 3.

" " — Tutkimus avoimen inflaation teoriasta, Helsinki 1959.

ROBINSON, J. — The Accumulation of Capital, London 1956.

SAMUELSON, PAUL ANTHONY — Foundations of Economic Analysis, Cambridge (USA) 1963.

" " " — Interaction between Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration, The Review of Economic Studies XXI (2).

SCHUMPETER, JOSEPH A. — Business Cycles, Vol.I, New York 1939.

SHACKLE, G.L.S. — Time in Economics, Professor Dr. F de Vries Lectures, Amsterdam 1958.

SOLOW, ROBERT M. — Investment and Technical Progress, Mathematical Methods in the Social Sciences, Editors: KENNETH J. ARROW, SAMUEL KARLIN, and PATRICK SUPPES, Stanford, California, 1960.

" " — A Contribution to the Theory of Economic Growth, Quarterly Journal of Economics, February 1956.

WOLD, HERMAN — Demand Analysis, New York 1953.