

Jarmo Kontulainen  
Suomen Pankin keskuspankkipolitiikan osasto  
19.1.1989

7/89

VALUUTTAKURSSIEN MÄÄRÄYTYMINEN YLEISEN TASAPAINON MALLISSA

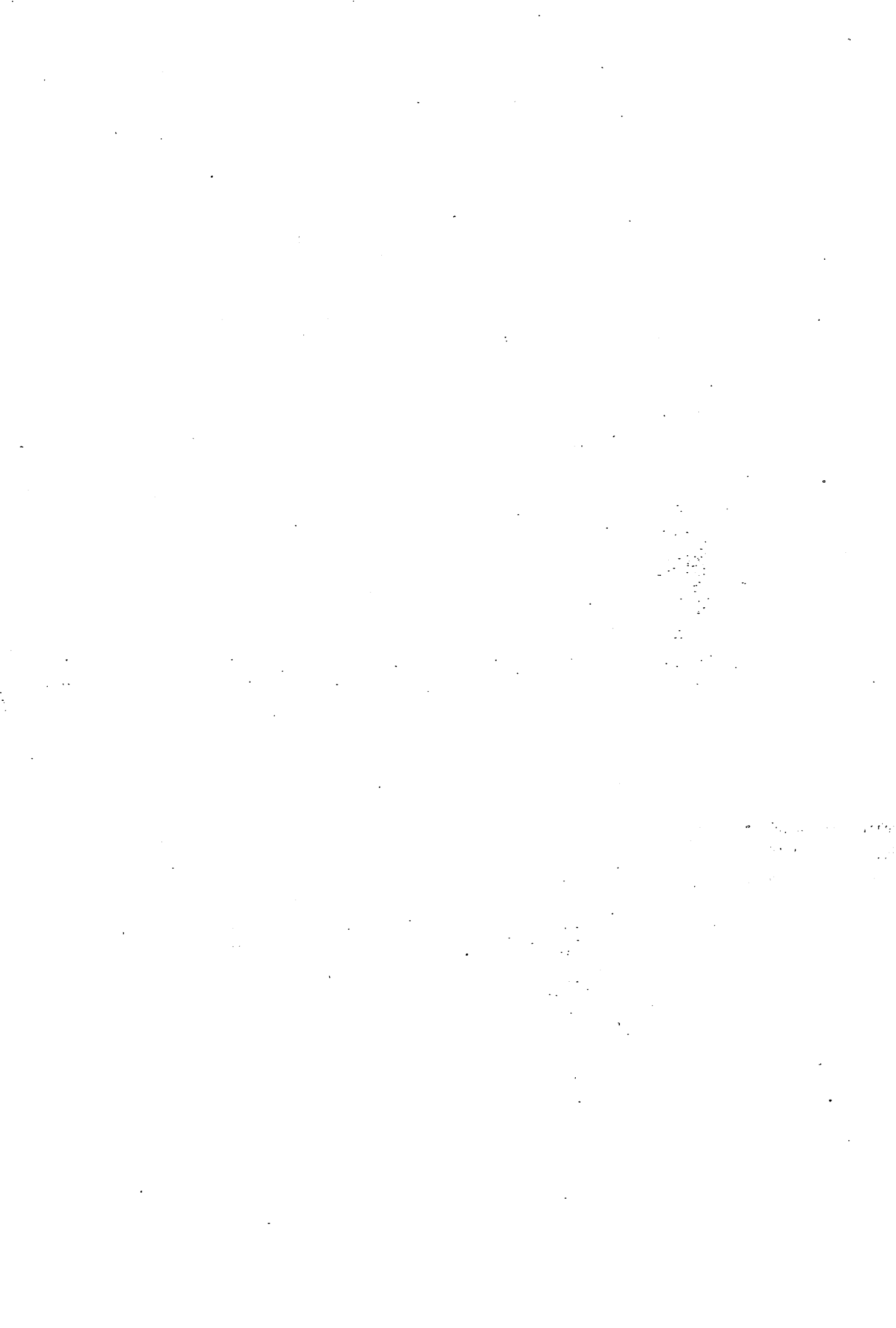
Suomen Pankin monistuskeskus  
Helsinki 1989  
ISBN 951-686-188-1  
ISSN 0785-3572

## TIIVISTELMÄ

Tutkimuksessa, joka on osa Helsingin Yliopistossa Kansantaloustieteen laitoksella 7.9.1988 hyväksytystä Pro-gradu tutkielmasta, tarkastellaan valuuttakurssin määräytymistä yleisen tasapainon mallissa. Sovellettava malli liittyy siihen rahateorian kehitykseen, jossa on ollut tavoitteena yhdistää yleinen tasapainoteoria, rahoitusmarkkinoiden teoria ja rahateoria kehittämällä yleisen tasapainon kehikkoon sovellettuja varallisuusesineiden hinnoittelumalleja. Tämä tutkimussuunta perustuu pääosin Lucasin 1978 kehittämään vaihtotalouden malliin ja sen monetaarisiin sovellutuksiin.

Tarkasteltava teoria perustuu stokastiseen talousyksiköiden intertemporaalisen valinnan malleihin. Kulutusfunktio ja varallisuusesineiden kysyntäfunktiot johdetaan yksilöiden preferensseistä suhteessa vaihtoehtoiseen kulutuskäyttäytymiseen tulevaisuudessa. Siten mallit ovat herkkiä sille miten makutottumukset muuttuvat tulevaisuudessa. Valuuttakurssiteoriassa ne ovat kuitenkin hyödyllisiä ainakin seuraavan kolmen päämäärän kannalta: Ensiksi niiden avulla voidaan osoittaa yleisesti aikaisemmin valuuttakurssiteoriassa käytettyjen makrotaloudellisten aggregaatti-käyttäytymisyhtälöiden mahdollisia heikkoja kohtia. Toiseksi ne mahdollistavat talouspolitiikan ja erilaisten valuuttakurssijärjestelmien hyvinvointivaikutusten tarkastelun. Kolmanneksi, koska ne perustuvat yksilöiden preferensseistä johdettuun optimikäyttäytymiseen, ne ovat vähemmän alttiita ns. Lucas-kritiikille.

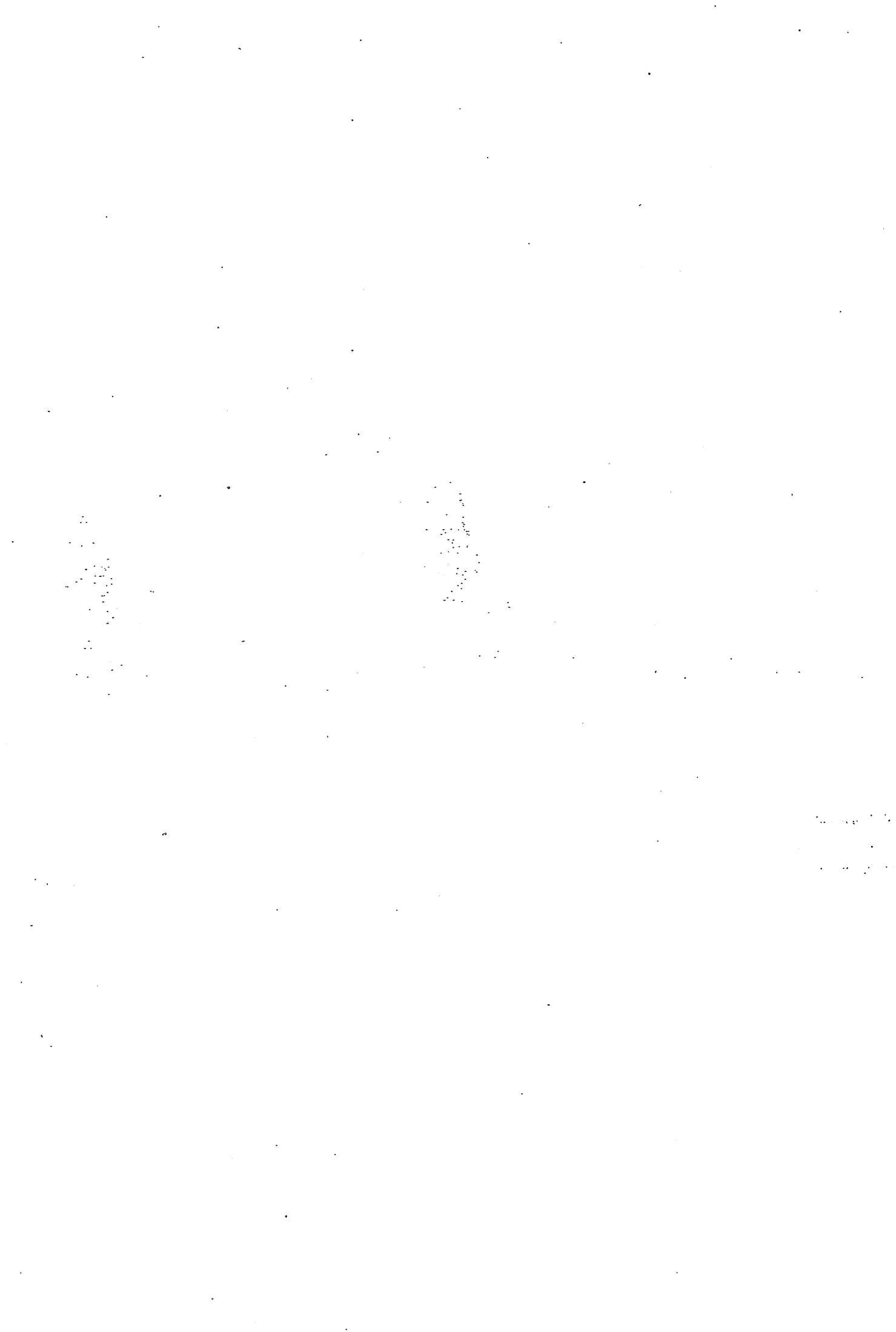
Tutkimuksen alussa esitellään tasapainoteoriasta vedettäviä johtopäätöksiä, motivoidaan sen syntyä, tarkastellaan kirjallisuutta ja suhteutetaan se vaihtoehtoiseen valuuttakurssiteorioihin. Yleisen tasapainon Arrow-Debreu-maailman ominaisuus on, että raha ei saa siinä arvoa, kysymyksessä on puhdas vaihtotalous. Tarkasteltavassa mallissa esiintyvän likviditeettirajoituksen motivoimiseksi tarkastellaan Lucasin puumallia kun julkinen valta yrittää rahoittaa menojaan laskemalla liikkeelle takaamattoman paperin nimeltä markka. Työn pääosan muodostaa Svenssonin (1985) kahden maan malli ja sen esittely. Mallissa raha on sijoituskohde jota pidetään hallussa sen tarjoamien likviditeettipalvelujen vuoksi. Tarkastellaan pysyvien ja väliaikaisten rahan tarjonnan ja tuotannon häiriöiden vaikutuksia valuuttakurssisiin, vaihtosuhteeseen ja korkoihin, jotka kaikki määräytyvät mallin stokastisessa yleisen tasapainon ratkaisussa. Svenssonin perusmallia soveltaen tarkastellaan lisäksi seuraavia avotalouden makroteoriaan liittyviä kysymyksiä: jatkuvan valuutanvaidon tapaus, kiinteitä valuuttakursseja, finanssi- ja rahapolitiikkaa, hintojen jäykkyyden vaikutuksia ja kauppatasetta. Lisäksi tarkastellaan valuuttakurssiteorioihin viime aikoina kohdistettua kritiikkiä sekä teorian ja emperian suhdetta.



# SISÄLTÖ

sivu

1	TASAPAINOLÄHESTYMISTAPA JA VALUUTTAKURSSIEN MÄÄRÄYTYMISEN TEORIAM	7
1.1	Valuuttakurssit ja makroteoria	11
2	LIKVIDITEETTIRAJOITUS JA MONETAARISET VARALISUUSESINEIDEN HINNOITTELUN MALLIT	15
3	RAHA LUCASIN PUUMALLISSA	21
4	SVENSSONIN KAHDEN MAAN YLEISEN TASAPAINON MALLI	23
4.1	Tasapainon luonne ja ratkaisu	26
4.2	Varallisuusesineiden hintojen määräytyminen	31
4.3	Korkojen määräytyminen	35
4.4	Väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa	37
4.4.1	Väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa, vaihtosuhte ja valuuttakurssit	39
4.4.2	Väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa ja korot	43
4.5	Pysyvät häiriöt rahan tarjonnassa	46
4.6	Jatkuva valuutanvaihto	48
5	KIINTEÄT KURSSIT JA LIKVIDITEETTIRAJOITUS	51
6	VALUUTTAKURSSIT, VAIHTOSUHDE, KOROT JA FINANSSIPOLITIIKKA	54
7	VALUUTTAKURSSIT JA VAIHTOSUHDE KUN HINTOJEN SOPEUTUMINEN ON JÄYKKÄÄ JA TALOUDESSA ON LIIKAKAPASITEETTIA	58
7.1	Vaihtosuhte ja valuuttakurssi	68
7.2	Kauppataase, korot, valuuttakurssi ja monetaariset häiriöt	70
8	LOPUKSI	74
	LÄHTEET	77



## 1 Tasapainolähestymistapa ja valuuttakurssien määräytymisen teoriat

Talousteorian mukaan hyödykkeiden kysyntään ja tarjontaan kohdistuvat häiriöt aiheuttavat muutoksia suhteellisissa hinnoissa. Avoimen talouden makroteoriassa keskeisiä suhteellisia hintoja ovat vaihtosuhte (terms of trade) ja reaalin valuuttakurssi. Vaihtosuhte on vienti- ja tuontihintojen suhde. Reaalisen valuuttakurssin määritelmä on epäselvempi. Koska jatkossa oletetaan, että maat ovat erikoistuneet hyödykkeiden tuotannossa, on reaalin valuuttakurssi tässä työssä yhtä kuin vaihtosuhteen käänteisluku. Määritellään siis reaalin valuuttakurssi ulkomaan hyödykkeen hintana kotimaan hyödykkeessä mitattuna (reaalin valuuttakurssi voidaan määritellä myös suljetun ja avoimen sektorin hyödykkeiden suhteellisena hintana). Keskeinen tutkimusongelma on, miten muutokset reaalisessa valuuttakurssissa liittyvät nimellisten kurssien muutoksiin. Jatkuvat kysyntä- ja tarjontahäiriöt aiheuttavat riippuvuuden reaalisten ja nimellisten kurssien välille. Lähtökohtana tasapainolähestymistavassa valuuttakurssien määräytymiselle on, että sopeutuminen tasapainoon tapahtuu hintojen muutosten kautta.

Tasapainolähestymistavan malleista voidaan (hiukan kärjistäen) johtaa mm. seuraavanlaisia tuloksia valuuttakurssien muutoksille (Stockman, 1987):

1) Valuuttakurssien muutokset eivät ole syynä suhteellisten hintojen muutoksille, vaan ne ovat osa sitä prosessia, jonka mukaan muutokset tasapainotilasta toiseen tapahtuvat.

2) Kysymys valuuttakurssien vaihtelun suuruuden "hyvyydestä" tai "huonoudesta" on väärin asetettu, koska valuuttakurssi on endogeeninen muuttuja. Oikea kysymys kuuluu ovatko taustalla olevat taloudenhäiriöt "hyviä" vai "huonoja". Vastaus riippuu näin ollen siitä, minkälaisesta häiriöstä on kysymys.

3) Julkisen vallan yritykset vaikuttaa reaaliiseen valuuttakurssiin epäonnistuvat ainakin pitkällä aikavälillä. Tapahtukoon ne sitten muuttamalla nimellisiä kurssija tekemällä interventioita valuuttamarkkinoilla, palamalla kiinteisiin kurssihin tai asettamalla kurssille rajoitettu vaihteluväli.

4) Valuuttakurssimuutosten ja kansainvälisen kilpailukyvyn muutosten välillä ei ole yksiselitteistä yhteyttä. Tasapainolähestymistavan mukaan heikentyneestä kilpailukyvystä ei voida syyttää valuuttakurssija. Taloudessa omaksutulla valuuttakurssijärjestelmällä ei ole myöskään vaikutusta kilpailukykyyn.

5) Valuuttakurssin, kauppataseen tai vaihtotaseen välillä ei ole yksikäsitteistä riippuvuutta. Kauppataseen alijäämä ei aiheuta valuutan arvon alentumista. Vastaavasti valuutan arvon aleneminen ei yksin auta kauppataseen vajauksen vähentämisessä. Valittu valuuttakurssijärjestelmä ei ole määräävä tekijä reaaliiseen valuuttakurssin, kauppataseen jne. kehityksessä. Se voidaan valita muulla perusteella, esim. minkälaiseen talouspolitiikkaan valittu järjestelmä kannustaa suhteessa inflaatioon tai muihin julkisen vallan tärkeäksi katsomiin tavoitteisiin.

6) Julkisen vallan budjettialijäämä ei välttämättä aiheuta valuutan arvon nousua, vaikka kauppatase olisi samanaikaisesti alijäämäinen.

7) Valuuttakurssimuutokset eivät ole yksikäsitteisesti suhteutettavissa kansainvälisisten korkoerojen muutoksiin.

Tästä luettelosta nähdään eräs tasapainomallien yleisempi ominaisuus: Niistä johdettavat politiikkasuositukset tuntuvat usein vaikealta hyväksyä tai jopa ristiriitaisilta totuttujen käsitysten kanssa. Valuuttakurssia ei nähdä niinkään politiikkainstrumenttina vaan se heijastaa markkinoilla tapahtuvia muutoksia ja julkisen vallan toteuttamaa talouspolitiikkaa. Kurssimuutoksia selitetään markkinoiden näkökulmasta, jotka toimivat hyvin mikäli se vain sallitaan. Erityisesti julkista valtaa varoitetaan protektionismista suhteessa valuuttakurssihin.



Tasapainolähestymistavan vaihtoehtona ovat erilaiset epätasapainomallit, jotka perustuvat yleensä nimellisten hintojen hitaaseen sopeutumiseen. Aivan kuten tasapainolähestymistavassa niissäkin nimelliset häiriöt voivat aiheuttaa reaalisien valuuttakurssin muutoksia. Välitysmekanismi vain on toinen. Muutokset nimellisissä kurseissa heijastuvat hintojen jäykkyyden vuoksi reaalsiin kurseihin. Julkinen valta voi tällöin hyödyntää politiikassaan nimellisten ja reaalisten kurssien välistä riippuvuutta. Valuutat voivat olla tasapainohintaansa nähden yli- tai aliarvostettuja. Tasapainottomuus valuuttamarkkinoilla vaikuttaa tällöin maiden väliseen "kilpailukykyyn" tavalla, joka ei perustu suhteellisten etujen muutoksiin.

Esimerkiksi epätasapainolähestymistavasta sopii hyvin vaikkapa Dornbuschin tekemä Mundell-Fleming mallin laajennus, ns. "overshooting"-malli (ks. Dornbusch, 1976 ja 1980), jonka mukaan väliaikaisten ja ennakoimattomien monetaaristen häiriöiden pitäisi johtaa väliaikaisiin muutoksiin nimellisissä kurseissa. Malli esitetään yksityiskohtaisesti luvussa 8. Epätasapainolähestymistavan mukaan reaalisien valuuttakurssin muutos voi tapahtua nimellisen valuuttakurssin muutoksen seurauksena, koska hinnat sopeutuvat taloudessa hitaasti. Mutta hintojen sopeutuessa hitaasti uuteen tasapainoonsa pitäisi myös reaalisien kurssien sopeutua takaisin tasapainoarvoonsa. Esimerkiksi reaalisien kurssien alkuperäistä nousua pitäisi seurata laskun muutamana vuotena kuluessa kun nimelliset hinnat sopeutuvat uuteen tasapainoon.

Reaalisten valuuttakurssien muutoksilla on kuitenkin taipumus olla pysyviä tai sopeutumisaika on joka tapauksessa hyvin pitkä. Myös nimellisten valuuttakurssien muutokset ovat luonteeltaan pysyviä. Nämä havainnot eivät ole kaikilta osin yhtäpitäviä epätasapainomalleista saatavien tulosten kanssa. Persistenssin olemassaolo ei tue välttämättä näkemystä, että nimelliset häiriöt, tai edes väliaikaiset reaaliset häiriöt, aiheuttaisivat suuren osan valuuttakurssien muutoksista. Sen sijaan havainnot ovat sopusoinnussa sen kanssa, että reaalisten valuuttakurssien muutokset ovat seurausta pysyvistä talouden reaalista häiriöistä. Nämä reaaliset häiriöt ovat yleensä myös pysyviä. Nimellisten ja reaalisten kurssien välistä voimakasta riippuvuutta ja niiden samanlaista vaihtelua koskevat havainnot ovat edelleen sopusoinnussa sen kanssa, että myös nimellisten

kurssien muutokset ovat suurelta osin seurausta pysyvistä reaalisista häiriöistä.

Tasapainolähestymistapa valuuttakurssiteoriaan ei suinkaan ole ainoa teoria mistä saadaan eo. havaintojen kanssa yhtäpitäviä tuloksia. Nämä voidaan toki ottaa huomioon myös epätasapainomalleissa ja esimerkiksi kahden sektorin tai maan malleissa, joissa on palkkajäykkyyttä. Keskustelun kohteena onkin ollut se, että epätasapainomallit olisivat inkonsistentteja sen kanssa, että reaalisten ja nimellisten valuuttakurssien muutokset eivät ole valkoista kohinaa. Valuuttakurssien muutosten ja reaalkorkojen välinen yhteys eri maiden välillä ei myöskään ole saanut tukea empiriasta. Campbell & Clarida (1987) tutkiessaan dollarin reaalisen kurssin ja reaalisten korkoerojen välistä riippuvuutta havaitsivat, että ainoastaan erittäin pieni osa reaalisten valuuttakurssien muutoksista voidaan sanoa johtuvan reaalisista korkoeroista. Reaalikorkoerojen variaatio on liian pientä ja muutokset liian väliaikaisia (ks. myös Meese & Rogoff, 1985).

Valuuttakurssien ja kauppataseen, tuotannon ym. talouden perusmuuttujien välistä riippuvuutta on tutkittu pitkään empiirisin menetelmin (ks. esim. Meese & Rogoff 1983a, 1983b ja 1985). Tulokset ovat yleensä olleet huonoja. Menneisyyden kurssimuutoksia on kyllä jossain määrin pystytty selittämään, mutta ennustettaessa tulevaisuutta toimivat samat mallit poikkeuksetta erittäin huonosti. Tasapainolähestymistavan perusteella ei näillä talouden perumuuttujilla ja valuuttakurssilla ole välttämättä suoraa riippuvuutta keskenään. Aiheuttaako kauppataseen alijämä tai kotimaan tuotannon lasku valuuttakurssin nousua vai laskua riippuu taustalla olevista häiriöistä. Jos ainoastaan reaaliset häiriöt aiheuttavat kurssimuutoksia, nämä häiriöt olisi syytä pystyä määrittelemään. Voidaanko sanoa että esim. teknologian tai kuluttajien makutottumusten muutokset olisivat aiheuttaneet valuuttakurssien muutoksia? Kysymyksenasettelu on tällöin sama kuin tarkasteltaessa osakemarkkinoiden kurssimuutosten tai taloudellisten suhdanteiden takana olevia syitä, joita talousteoria ei osaa täysin selvittää. Ratkaisematta on myös valuuttakurssien suurempi vaihtelu kelluvien kurssien järjestelmän omaksuneissa maissa verrattuna enemmän tai vähemmän kiinteiden kurssien maihin.

Tätä tosiasiaa on käytetty myös todisteena epätasapainomallien puolesta tasapainolähestymistapaa vastaan (ks. Mussa, 1986). Mussan mukaan nimellisen valuuttakurssin neutraalisuusoletus on väärä, koska reaalisten valuuttakurssien muutokset riippuvat oleellisella tavalla nimellisestä valuuttakurssiregimistä. Voidaankin todeta, että valittu nimellisen valuuttakurssin järjestelmä ei suinkaan ole yhdenmukainen reaalisen valuuttakurssin määräytymiselle (ks. Stockman, 1983). Jotta näin olisi pitäisi julkisen vallan politiikan kahden maan tapauksessa olla valuuttaregimiä lukuunottamatta samanlaista, mukaanlukien tullit ja muut kaupanesteet, pääomanliikkeiden säätely ja finanssipolitiikka. Jos näin ei ole, käyttäytyy reaalinen valuuttakurssi eri regiimin maissa erilailla, vaikka tasapainolähestymistapa valuuttakurssien määräytymiselle olisikin oikea.

### 1.1 Valuuttakurssit ja makroteoria

Edellä tasapainolähestymistavan puolesta esitetyt argumentit perustuvat pääosin Stockmanin (1987) artikkeliin. Stockman asettaa vastakkain tasapainolähestymistavan ja epätasapainomalleiksi nimittämänsä teoriat. Tarkastellaan valuuttakurssiteoriaa yleisemmin eräiden viimeaikaisten katsausten valossa. Dornbusch käsittelee eri teorioita katsauksessaan valuuttakurssisiin ja makroteoriaan (Dornbusch, 1988: Exchange rates and macroeconomics: A selective survey, esitelmä Scandinavian Journal of Economics aikakauskirjan järjestämässä seminaarissa kesäkuussa 1988) Ks. Dornbuschin näkemyksistä myös artikkelista Exchange rate economics: 1986 (1987). Laajempia yhteenvetoja valuuttakurssiteoriasta ovat Krueger (1983) ja Hallwood & MacDonald (1986). Vielä on mainittava katsaus dynaamiseen valuuttakurssiteoriaan (Obstfeld & Stockmann, 1985).

Valuuttakurssiteoriassa voidaan nähdä kolme vaihtoehtoista lähestymistapaa: uuden klassisen koulukunnan lähestymistapa, tasapainolähestymistapa ja kolmanneksi mitä Dornbusch nimittää makrotaloudelliseksi lähestymistavaksi (ja Stockman epätasapainolähestymistavaksi). Dornbuschin tekemää eroa uuden klassisen koulukunnan, jota hän lähinnä pitää makro-

lähestymistavan kilpailijana, ja tasapainolähestymistavan välillä ei ole yksikäsitteinen. Tässä työssä tarkasteltavat mallit asettuvat lähemmäksi uusklassista näkemystä, joka siis Stockmannin terminologiassa ja myös tämän työn otsikossa on tasapainolähestymistapa.

Dornbuschin ensimmäinen ja tärkein johtopäätös on, että "kahden tai kolmenkymmenen teoriankehityksen vuoden jälkeen, alkaen Meaden ja Mundellin töistä ja päättyen uuteen klassiseen koulukuntaan, joudumme tekemään sen epämiellyttävän johtopäätöksen, että valuuttakurssien muutosten ymmärtäminen ei ole lainkaan tyydyttävää". Erityisesti 80-luvun alkupuolelle sijoittunut valuuttakurssien ja erityisesti dollarin suuret vaihtelut ovat avotalouden makroteorialle samankaltainen ongelma kuin 30-luvun suuri lama makroteorialle - hämmäntävä ja selittämätön ilmiö.

Krueger (1983) on tarkastellut valuuttakurssiteoriaa siinä tilassa kun se oli vuoteen 1981 mennessä. Krueger jakaa valuuttakurssiteoriat kolmen pääotsikon alle: vaihtotase- ja pääomasemallit ja niiden yhdistelmät. Vaihtotaseen merkitystä korostavat teoriat ovat vanhimpia 50- ja 60-luvuilta peräisin. Pääomasemallit kehittyivät pääosin 70-luvulla ja niiden yhdistelmät 70-luvun lopulla ja 80-luvun aikana.

Vanhimpia ovat siis vaihtotaseemallit, jotka soveltuvat käytettäväksi silloin kun halutaan korostaa kauppataaseen merkitystä valuuttakurssien määräytymisessä. 50- ja 60-luvuilla käytiin keskustelua erityisesti joustoja absorptiomallien välillä. Absorptiomallit liittyvät kiinteästi keynesiläiseen kerroinmalliin. Moderni esitys joustolähestymistavasta on Dornbuschilta (1975):

Dornbuschin tarkastelusta käy ilmi, että Marshall-Lerner -ehto (mikä kertoo vaihtotaseen muutoksen suhteessa valuuttakurssin muutokseen) on voimassa ainoastaan tiukkojen ehtojen vallitessa. Esim. raha- ja finanssipolitiikka on rajoitettu ja tulovaikutukset koskevat ainoastaan kotimaan hyödykkeitä.

Pääomasaseen merkitystä korostavat mallit voidaan erotella seuraavien kolmen ominaisuuden perusteella: Ensiksi niiden näkökulma voi olla joko

varantojen (stock-adjustment) tai sekä virtojen että varantojen (stock-flow-adjustment) sopeutumista korostava. Toiseksi mallit eroavat tasapainon määrittelyn suhteen. Onko tasapaino hetkittäinen, jolloin taloudenpitäjien transaktiot ovat alkuperäisten varantojen funktioita tai onko kysymyksessä steady-state-tasapaino, jolloin alkuperäiset varannot vastaavat haluttuja varantoja ja ne eivät muutu ajan kuluessa. Kolmanneksi malleissa koti- ja ulkomaisten varallisuusesineiden välinen substituoitavuus on erilaista. Periaatteessa voidaan erottaa kuudet markkinat: koti- ja ulkomaisen valuutan, koti- ja ulkomaisten obligaatioiden ja kotija ulkomaisten osakkeiden markkinat. Täydellisen substituution oletus mahdollistaa yksien varallisuusesineiden markkinoiden tarkastelun. Kun markkinoilla oletetaan vallitsevan epätäydellisyyksiä, esim. jos ulkomaiset eivät saa pitää hallussaan kotimaisia obligatioita, niin tarkasteltavien markkinoiden määrää voidaan edelleen supistaa tekemällä pienen avotalouden oletus.

Pääomasemalleissa valuuttakurssin hinta määräytyy varallisuusesineiden markkinoilla. Monetaarisissa malleissa valuuttakurssi määräytyy yksinomaan rahamarkkinoilla. Monetaarisen lähestymistavan perusmalliksi on muodostunut Mundellin ja Flemingin mallin laajennus, Dornbuschin ns. overshooting-malli. (Dornbusch, 1976, 1980): Malli on dynaaminen rationaalisten odotusten malli. Se sallii lyhyellä aikavälillä poikkeamat ostovoimapariteetista ja tukeutuu kattamattomaan korkopariteettiin. Perusmuodossaan mallista puuttuvat kuitenkin inflaatio-odotukset, joten rahan tarjonnan vakiomääräinen kasvu ei ole sopusoinnussa pitkän aikavälin inflaation kanssa ellei tuotanto ole jatkuvasti tasapainotuotannon yläpuolella (ks. Mussa (1982) ja Obstfeld & Stockman (1985), millainenon inflaation huomioivan mallin hinnoittelusääntö Pitkällä aikavälillä hintataso ja valuuttakurssit nousevat samassa suhteessa seurauksena pysyvään ja ennakoimattomaan rahan tarjonnan kasvuun. Mutta lyhyellä aikavälillä hintojen jäykkyys yhtälössä 4 aiheuttaa välittömästi valuutan arvon alentumisen mikä ylittää pitkän aikavälin tasapainokurssin. Mallissa on täydellinen ennakkotietämys ja rahamarkkinoilla on välitön sopeutuminen. Nimellinen rahan tarjonnan lisäys vastaa reaalista rahavarannon kasvua, mikä johtaa kotimaan korkotason laskuun ja edelleen valuuttakurssin nousuun, jotta koti- ja ulkomaiset nimelliset korot toteuttaisivat

kattamattoman korkopariteetin yhtälössä.

Mallissa lisäys rahan tarjonnassa johtaa valuuttakurssin muutokseen, joka on suurempi kuin pitkän aikavälin tasapainoarvon nousu. Tämä ns. "overshooting" on seurausta vaatimuksesta, että korkoeron koti- ja ulkomaisen koron välillä on oltava yhtäkuin ennakoitu valuuttakurssin muutos. Kurssin muutos riippuu mallin parametreista.

Overshooting-ilmiö ei ole kuitenkaan vain Dornbuschin mallille tyypillistä. Se on mahdollista aina kunhan markkinoilla esiintyy epäsymmetrisyyttä esim. informaatiossa (ks. Kimbrough, 1983) tai varallisuusesineiden markkinoilla (ks. Calvo & Rodriguez, 1977) jne., overshooting-ilmiöön liittyvien artikkeleiden määrä on erittäin laaja.

Makrotaloudellisen lähestymistavan tarjoama selitys realisten valuuttakurssien muutoksille liittyy finanssipolitiikan harjoittamiseen teollistuneissa maissa, ekspansioon USA:ssa ja kontraktioon muissa tellisuusmaissa. Jo Mundell-Fleming -mallin mukaan tämä johtaa kurssin nousuun. Mutta tällöin selittämättä jää dollarin arvon nousua seurannut yhtä voimakas lasku, sillä budjettialijäämä USA:ssa ei suinkaan ole pienentynyt.

Monetaarinen lähestymistapa jättää vaihtotaseen huomiotta ja unohtaa mahdolliset sijoittajien riskin karttamiseen liittyvät vaikutukset. Portfoliomalleissa nämä tekijät ovat olennainen osa. Jos valuuttaan liittyvä riski kasvaa tapahtuu obligaatiomarkkinoiden kautta siirtymistä pois kyseisestä valuutasta. Sijoituskohteet eivät ole täydellisiä substituutteja keskenään. Tämä edellyttää riskipreemion mallittamista. Riskipreemio voi olla esim. funktio suhteellisesta koti- ja ulkomaisten obligaatioiden tarjonnasta (ks. Dooley & Isard, 1979, Hallwood & MacDonald, 1987, s. 128 ja Blundell-Wignall & Masson, 1985). Investoijat tasapainottavat portfolionsa koti- ja ulkomaisten obligaatioiden välillä odotetun suhteellisen tuoton eli riskipreemion mukaisesti.

Eri portfoliomallit poikkeavat mm. sen suhteen miten ulkomaisten varallisuusesineiden virta muuttuu. Tällöin myös vaihtotaseella on merkitystä valuuttakurssin määrytykselle. Tavalline spesifikaatio on, että ulko-

maisten obligaatioiden kysyntä riippuu positiivisesti avoimen ja suljetun sektorin suhteellisista hinnoista tai halutun ja aktuaalisen reaalisen varallisuuden määrästä:

Kourin (1978) dynaamisessa osittaisen tasapainon mallissa, joka yhdistää vaihto- ja pääomataseen, ulkomaisten sijoituskohteiden virta riippuu valuuttakurssista ja vaihtotaseen määräävistä tekijöistä, kuten kotija ulkomaista hinnoista ja reaalityuloista. Kourin mallin laajennuksesta yleisen tasapainon malliin ks. Dornbusch & Fischer (1980), missä ulkomaisten varallisuusesineiden lyhyen aikavälin tarjonta on kiinteä.

Portfoliomalleista johdettuja tuloksia ovat mm. seuraavat: Varallisuusesineiden markkinoilla tapahtuvat shokit aiheuttavat valuuttakurssin nousun ("overshooting"-ilmiö), joka kuitenkin kumoutuu ajan kuluessa varallisuusesineiden  $F$  määrän muuttuessa. Nämä shokit voivat vaikuttaa myös vaihtosuhteeseen eli reaaliiseen valuuttakurssiin ja pitkän aikavälin valuuttakurssin ei tarvitse vastata ppp-kurssia. Vaihtotaseen ylijäämään liittyy valuutan arvon aleneminen, tämä kuitenkin riippuen odotuksista tehtävistä oletuksista. Hallwood & MacDonald pitävät portfoliotasapainomalleja valuuttakurssiteorian "state of the art" malleina. Niiden avulla on helppo tarkastella mm. raha- ja finanssipolitiikan vaikutuksia talouteen.

## **2. Likviditeettirajoitus ja monetaariset varallisuusesineiden hinnoittelun mallit**

Tämän tutkielman aihe ja siinä sovellettavat mallit liittyvät siihen viimeaikaiseen rahateorian kehitykseen, jossa on ollut tavoitteena yhdistää yleinen tasapainoteoria, rahoitusmarkkinoiden teoria ja rahateoria kehittämällä yleisen tasapainon kehikkoon sovellettuja varallisuusesineiden hinnoittelumalleja. Rahateorian keskeinen klassinen ongelma on perustella rahan olemasaolo. Eräs varhaisimmista perusteluista on rahan liiketoimien transaktiokustannuksia alentava rooli. Tähän perustuvat monet ra-

han kysyntäyhtälöt, esim. Baumolin ja Tobinin kysyntäyhtälö (Baumol, 1952). Ongelmana on ollut kuitenkin, miten täydentää mallit yleisen tasapainon malleiksi. Katsaus aiheeseen on esim. Gale (1982). Uusimpia ongelmaa käsitteleviä artikkeleja ovat m. Grossmann & Weiss (1987, AER), Romer (1986-7, QJE). Tässä työssä tarkasteltavan nimenomaisen teorian kehitys perustuu pääosin Lucasin (1978) kehittämän vaihtotalouden mallin monetaarisiin sovelluksiin. Raha tuodaan malliin mukaan likviditeettirajoituksen avulla. Sovelluksia tältä pohjalta ovat tehneet mm. Stockman (1980), Helpman (1981), Lucas (1982, 1984), Kouri (1983) ja Svensson (1985a, b, 1986, 1987) ja Hodrick (1987).

Nämä teoriat perustuvat deterministisiin tai stokastisiin talousyksiköiden intertemporaalisen valinnan malleihin. Kulutusfunktiot ja varallisuusestineiden kysyntäfunktiot johdetaan yksilöiden preferensseistä suhteessa vaihtoehtoiseen kulutuskäyttäytymiseen tulevaisuudessa. Mallit ovat ymmärrettävästi herkkiä sille, miten makutottumukset muuttuvat tulevaisuudessa. Ne ovat kuitenkin hyödyllisiä ainakin seuraavan kolmen päämäärän saavuttamiseksi (Obstfeld & Stockman, 1985): Ensiksi niiden avulla voidaan osoittaa yleisesti aikaisemmin valuuttakurssiteoriassa käytettyjen makrotaloudellisten aggregaatti-käyttäytymisyhtälöiden mahdollisia heikkoja kohtia. Toiseksi ne mahdollistavat talouspolitiikan (esim. erilaisten valuuttakurssijärjestelmien) hyvinvointivaikutusten tarkastelun. Kolmanneksi, koska ne perustuvat yksilöiden preferensseistä johdettuun optimikäyttäytymiseen, ne ovat vähemmän alttiita ns. Lucas-kriitikille (Lucas, 1976) eli eksogeenisista tekijöistä aiheutuville mallin rakenteen muutoksille.

Malleja, jotka eivät perustu optimikäyttäytymiseen kritisoidaan usein niiden ad hoc-luonteen vuoksi. Kuitenkin myös otimointiin perustuvat mallit edellyttävät, jos niiden avulla halutaan tarkastella esim. juuri valuuttakurssien määräytymistä, rahan ottamista mukaan jossain määrin ad-hoc tavalla. Nekään eivät ole täysin vapaita Lucas-kriitikistä. Joka tapauksessa ne tarjoavat syventävän näkökulman valuuttakurssiteoriaan ja pyrkivät osaltaan selittämään empiirisiä havaintoja valuuttakurssista. On kuitenkin syytä todeta, että rahan kysynnälle johdetaan mikrooteoreettinen perusta spesifioimalla tarkasti, miksi talousyksiköt pitävät ra-



haa hallussaan.

Rahan rooli optimointikäyttäytymiseen perustuvissa malleissa on siis kiistanalainen kysymys. Miksi hyötyä maksimoivat talousyksiköt pitäisivät rahaa hallussaan mikäli sen tuotto- ja riskiominaisuudet ovat huomattavat kuin muiden sijoituskohteiden? Luvussa 3 näytetään, että raha ei todellakaan saa arvoa Lucasin (1978) kaltaisessa puumallissa, joka on siis monetaarisen teorian taustalla oleva perusmalli. Ongelman ratkaisemiseksi on ainakin seuraavat kolme lähestymistapaa: Reaalikassat voidaan ottaa suoraan hyötyfunktion argumentiksi, kuten Sidrauski (1967) on ehdottanut. Toinen mahdollisuus on, että taloudenpitäjien on pidettävä rahaa hallussa jonkin aikaa ennen kuin he voivat käyttää ne kuluutukseen, kuten Clower (1967) on ehdottanut. Kumpikaan näistä ei tarjoa lopullista ja täysin tyydyttävää rahan kysynnän määräytymisen teoriaa. Kolmas mahdollisuus ovat limittäisten sukupolvien mallit, jossa rahan rooli on vielä ongelmallisempi kuin edellisissä malleissa (ks. McCallum, 1983).

Kohn (1981) puolustaa likviditeettirajoitusta. Hän toteaa, että vaikka se ensi silmäyksellä vaikuttaa keinotekoiselta, tarkempi tarkastelu osoittaa, että aggregaattikulutukseen sidottuna ehtona se on melko hyvin perusteltu. Se sallii muidenkin varallisuusesineiden kuin rahan olemassaolon samoin kuin limittaiset ja eri pituiset tuloperiodit. Miksi likviditeettirajoitukseen on syytä suhtautua vakavasti? Kohn nimeää ainakin kaksi syytä. Ensimmäinen on modernin monetaarisen rahateorian 'liiallinen' yleisyys, josta finanssirajoitus sulkee pois tehokkaasti epäkonsistentteja piirteitä. Toiseksi se lisää rahan roolin ymmärtämistä mahdollistamalla reaalisten liiketoimien rahoituksen täsmällisen tarkastelun. Kohn osoittaa esimerkiksi, että liiketoimien kasvu ei ole ekvivalenttia rahan määrän kasvun kanssa ja että rahan kiertonopeus riippuu tavasta, jolla uusi raha tuodaan talouteen.

Feenstra (1986) osoittaa yhteyden likviditeettirajoitusta ja rahan hyötyfunktiossa sisältävien mallien välillä. Likviditeettirajoitus on  $c_t \leq m_{t-1} p_{t-1} / p_t$ , ts. tämän hetken nimellinen kulutus  $c_t$  ei voi olla suurempi kuin edelliseltä periodilta peräisin olevat nimelliset rahakassat  $m_t$  ja

kuluttajan maksimointiongelma on  $\max \sum \beta^t U(c_t)$ . Raha hyötyfunktiossa malleissa maksimointiongelma on  $\max \sum \beta^t V(x_t, m_t)$ , missä  $x_t$  viittaa hyödykkeisiin. Näiden välillä valitsee seuraava yhtäsuuruus

$$V(x_t, m_t, p_{t-1}/p_t) = U(\min(x_t, m_t, p_{t-1}/p_t)).$$

$U$  on siten Leontief-tyyppinen hyötyfunktio. Likviditeettirajoitus voidaan esittää erikoistapauksena hyötyfunktioista joka sisältää reaalikassat siten, että hyödykkeiden ja rahan välinen substituutiojousto on nolla. Tämä ominaisuus puolestaan merkitsee, että yo. yhtäsuuruutta voidaan approksimoida hyötyfunktioilla missä rahan ja hyödykkeiden välinen ristiderivaatta on positiivinen eli  $V_{xm} > 0$  riippumatta  $U$ :n konkaavisuuden asteesta.

Svensson (1986) luonnehtii näitä monetaarisia varallisuusesineiden hinnoittelumalleja seuraavasti. Raha on niissä symmetrisessä asemassa muiden "tavallisten" sijoituskohteiden kanssa. Kaikki tavalliset varallisuusesineet tuottavat jonkintyyppisiä osinkoja haltijalleen, ja ne hinnoitellaan tavanomaisten varallisuusesineiden hinnoitteluyhtälöiden mukaisesti. Varallisuusesineen hinnan määrävän yhtälön ratkaisu tasapainossa ilmaisee sen arvon odotettujen tulevien osinkojen diskontattuna nykyarvona, jaettuna tämän hetken varallisuuden rajahyödyllä. Raha poikkeaa muista sijoituskohteista siten, että se ei tuota haltijalleen suoria osinkoja. Sen sijaan raha tarjoaa likviditeettipalveluja. Koska se on symmetrian perusteella sijoituskohteena samanarvoisessa asemassa muiden varallisuusesineiden kanssa, myös sen hinta määräytyy varallisuusesineiden hinnoitteluyhtälöiden perusteella siten, että rahan arvo on yhtä kuin sen odotettujen tulevien likviditeettipalvelujen rajahyödyn nykyarvo jaettuna tämän hetken varallisuuden nykyarvolla. Rahan likviditeettipalvelut on määritelty siten, että ne ovat likviditeettirajoitukseen liittyviä varjohintoja. Rahan hyötyfunktion sisältävissä malleissa ne ovat rahan suora rajahyöty. Limittäisten sukupolvien malleissa rahalla ei ole transaktiokyntää lainkaan eikä näin ollen myöskään likviditeettipalveluihin liittyvää roolia.

Lucas (1982) ja Kouri (1983) soveltavat aina sitovaa likviditeettirajoi-

tusta, mikä onkin luonnollisin tapa tämän tyyppisissä malleissa. Mutta tämä johtaa rahan kvantiteettiähtälöön, jossa kiertonopeus on yksikköjouston suuruista. Tätä on yleisesti pidetty epätydyttävänä tapana tarkastella rahan kysyntää. Lucas (1984) ja Svensson (1985b) kehittivät mallia edelleen ja saivat aikaan tasapainon, jossa kiertonopeus ei ole yksikköjoustavaa. Lucas ja Svensson tarkastelevat tasapainon määräytymistä myös kahden maan tapauksessa, jolloin voidaan tarkastella valuuttakurssien, vaihtosuhteen ja korkojen määräytymistä. Kysymyksessä on siis kahden maan, kahden hyödykkeen ja kahden rahan yleisen tasapainon mallissa. Malli on ajan suhteen diskreetti ja stokastinen siten, että tuotanto ja rahan tarjonta määräytyvät stokastisesti. Rahan kysyntä tuodaan malliin likviditeettirajoituksen (cash-in-advance-rajoitus, Clower-rajoitus) avulla. Mallin esikuvia ovat Lucasin (1982), Stockmanin (1980) ja Helpmanin ja Razinin (1982) mallit. Tämän tyyppisissä malleissa hyödyke- ja valuutta- ja pääomamarkkinoiden välinen liiketoimien järjestys on olenainen mallin tuloksiin ja tulkintaan vaikuttava tekijä. Tästä Lucasin, Stockmanin ja Svenssonin mallit ovat hyviä esimerkkejä, koska transaktiojärjestys on niissä kaikissa erilainen.

Lucasin mallissa rahan tarjonta määräytyy kvantiteettiähtälön perusteella, kun rahan kiertonopeus on vakio. Kuluttajien hallussa olevan käteisen rahan määrä päätetään sen jälkeen, kun kulutuksen määrä on tunnettu. Jos nimelliskorot ovat positiivisia, kuluttajat hankkivat täsmälleen kulutukseen vaadittavan rahamäärän. Tasapainossa on voimassa kvantiteettiähtälö.

Stockman hyödynsi ensimmäisenä likviditeettirajoituksen sisältävää mallia valuuttakurssien ja suhteellisten hintojen määräämiseksi. Siinä kuluttajat joutuvat päättämään rahakassoistaan ennen kuin he tuntevat talouden tilan ja siten kulutuksensa. Tämä liiketoimien järjestys johtaa rahan kysyntään, jossa voidaan erottaa transaktio-, varovaisuus- ja arvonsäilyttämismotiivit. Rahan kiertonopeus ei ole vakio ja nimelliskorot ovat positiivisia. Stockman olettaa, että rahaan kohdistuvat vaateet eivät ole kansainvälisesti kaupattavissa ja että koti- ja ulkomaan kuluttajien preferenssit poikkeavat toisistaan. Mallissa ei voida kuitenkaan ratkaista stokastista stationaarista tasapainoa paitsi silloin, kun epävar-

muutta ei ole ja kvantiteettiä on voimassa.

Svenssonin kahden maan malli on laajennus hänen suljetun talouden mallistaan (Svensson, 1983). Siinä on hyödynnetty Stockmanin liiketoimien ja informaation järjestys. Mallissa rahasta on sijoituskohte, jota pidetään halussa sen tarjoamien likviditeettipalvelujen vuoksi. Stokastinen yleinen tasapaino voidaan ratkaista helposti, ja tasapainon tulkinta on järkevä. Mallissa voidaan tarkastella pysyvien tai väliaikaisten rahan tarjonnan tai tuotannon häiriöiden vaikutuksia valuuttakursseihin, vaihtosuhteeseen ja korkoihin, jotka kaikki määräytyvät mallissa. Tämä malli ja sen rekursiivinen kilpailutasapainoratkaisu esitellään luvussa 4. Rekursiivisen kilpailutasapainon olemassaolosta ks. esim. Harris (1987).

Svensson arvelee, että vastaavat tai samankaltaiset monetaariset varallisuusesineiden hinnoittelumallit muodostuvat kansainvälisen talouden tutkimuksen perustyökaluiksi. Tarkasteltavassa kehikossa voidaan tutkia lähes mitä tahansa kansainvälisen talouden kiinnostavaa kysymystä ja verrata tuloksia aikaisemmin kehitettyihin malleihin. Osaa näistä kysymyksistä tarkastellaan myös tässä tutkielmassa, kun mallista johdettavissa olevia implikaatioita myöhemmin johdetaan.

Kenties tärkeimmät sovellukset kahden maan perusmallista on tehnyt Svensson itse osoittamalla, että tarkastelua voidaan helposti syventää ottamalla huomioon mm. hintojen sopeutumisen jäykkyys ja mahdollinen liikakapasiteetti (Svensson, 1986a, Svensson & van Wijnbergen 1987). Myös julkisen vallan roolia on helppo tutkia (Svensson 1986b). Edelleen voidaan tarkastella investointeja, kansainvälisiä pääomanliikkeitä ja valuuttakursseja (Stockman & Svensson, 1987) mallissa, jossa osoitetaan myös tekniikka, miten endogeenisten muuttujien variansseja ja kovariansseja voidaan tarkastella funktiona eksogeenisten muuttujien taustalla olevien stokastisten prosessien jakaumien variansseista ja kovariansseista. Kovarianssit ovat riippuvaisia suhteellisen riskiaversion kerroimesta, maan kansainvälisen nettovalan koosta ja etumerkistä, talousyksiköiden preferensseistä ja vallitsevasta teknologiasta sekä stokastisesti määräytyvien rahan tarjonnan kasvun ja tuotannon häiriöistä.

Likviditeettirajoitusta on mahdollista laajentaa ulottamalla se myös rahoitusmarkkinoille hyödykemarkkinoiden lisäksi (Helpman & Razin, 1985). Tällöin voidaan tarkastella valuuttakurssien määräytymistä suhteessa sekä hyödyke- että rahoitusmarkkinoihin.

### 3 Raha Lucasin puumallissa

Yleisen tasapainon Arrow-Debreu-maailman ominaisuus on, että raha ei saa siinä arvoa, kysymyksessä on puhdas vaihtotalous. Tarkastellaan myöhemmin tehtävän likviditeettirajoituksen motivoimiseksi Lucasin puumallia kun julkinen valta yrittää rahoittaa menojaan laskemalla liikkeelle ei-vaihdettavissa olevan ja takaamattoman paperin nimeltä markka.

Yksityiskohtainen esitys aiheesta on Sargentin kirjassa *Dynamic Macroeconomic Theory* (1987). Tulokseksi saadaan, että julkisen vallan liikkeelle laskema takaamaton raha on arvotonta. Varallisuusesineiden arvo määräytyy sen kulutusvirran mukaan, jonka ne tulevana periodeina mahdollistavat. Rahan on tässä suhteessa hyödyttöä, joten myös sen arvo on nolla.

Lucasin maailmassa taloudessa on voimassa yksikäsitteinen ja Pareto-optimaalinen kilpailutasapaino rahan ollessa samanaikaisesti arvotonta. Taloutta voidaan luonnehtia myös korkean korkotason taloudeksi. Juuri tämä korkea korkotaso estää rahan saamista arvoa taloudessa. Jotta rahaa pidettäisiin vapaaehtoisesti hallussa olisi sen katettava edellä mainitut tasapainokorot.

Miten sitten voidaan selittää rahan arvo? Malleissa, joissa kattamaton raha saa arvoa on joko yksikäsitteisestä Pareto-optimaalisesta kilpailutasapainosta tai rahan tuottovaatimuksesta luovuttu. Mallit, joissa raha on asetettu kuluttajan hyötyfunktioon argumentiksi tai on tehty ns. likviditeettirajoitus olettavat, että rahan tuotto on alhaisempi kuin muiden varallisuusesineiden. Riskit ovat kuitenkin toisiinsa verrattavia. Raha

hyötyfunktiossa sulkee tavallisesti pois myös optimaalisen kilpailutasa-painon. Likviditeettirajoituksen sisältävissä malleissa kotitalouksien rajoitukset eroavat Arrow-Debreu-mallista siten, että ainakin joitakin hyödykkeitä voidaan hankkia ainoastaan aikaisemmilta periodeilta kertyneillä käteisvaroilla. Limittäisten sukupolvien malleissa, joissa kuluttajat on järjestetty ajassa siten, että yksityiset lainamarkkinat ja vakuutusmarkkinat eivät tue yksin Pareto-optimaalista allokaatiota, kattamattomalle rahalle jää tilaa.

Edellä mainittuja malleja voidaan hyödyntää useissa rahateorian kiinnostavissa kysymyksissä kun tutkitaan esim. 1) hintojen ja rahan tarjonnan välisiä kytkeitä, 2) vapaan vs. säädellyn pankkitoiminnan vaikutuksia taloudessa, 3) rahan tuottoa verrattuna muihin sijoituskohteisiin, 4) valuuttakurssien määräytymistä eri maiden rahojen välillä, 5) avomarkkinaoperaatioiden vaikutuksia talouteen ja 6) raha- ja finanssipolitiikan koordinoitua.

Tässä tutkielmassa keskitytään valuuttakurssien määräytymiseen likviditeettirajoituksen sisältävissä malleissa. Tällöin likviditeettirajoituksen spesifiointi ja hyödykkeiden ominaisuudet sekä liiketoimien suorittamisjärjestys vaikuttavat tuloksiin. Spesifikaatiota vaihtamalla muuttuvat myös tulokset.

Likviditeettirajoituksen sisältävät mallit ovat siis olennaisesti samankaltaisia kuin Lucasin puumalli. Julkisen vallan liikkeelle laskema kattamaton raha saa arvoa, koska hyödykkeiden vaihtoa on rajoitettu siten, että hyödykkeiden ostot on suoritettava rahalla, jonka on oltava kuluttajan hallussa ennen kuin hyödykkeitä voidaan ostaa. Tasapainoratkaisu on Lucasin perusmallin mukainen. Mallissa reaalitytalous on erillään puhtaasti nimellisiin muutujiin vaikuttavista tekijöistä, Lucasin perusmallia on rikastettu niin, että talouden tilasta riippuvat vaateiden hinnat ovat ratkaistavissa yhdistämällä klassinen rahateoria ja moderni varallisuusesi-neiden hinnoitteluteoria (asset-pricing theories).

#### 4 Svenssonin kahden maan yleisen tasapainon malli

Tarkastellaan kahta maata, koti- ja ulkomaata. Kumpikin maa tuottaa yhtä hyödykettä ja molemmilla on oma valuutta. Olkoon kotimaan tuotanto,  $y_t$ , ja ulkomaan tuotanto,  $y_t^*$ , hetkellä  $t$ , ( $t= 0,1..$ ), stokastista. Tuotanto ei ole varastoitavissa, vaan se on kulutettava saman periodin aikana. Rahan tarjonta kotimaassa,  $\bar{M}_t$ , ja ulkomaassa,  $\bar{N}_t^*$ , olkoon

$$(4.1) \bar{M}_{t+1} = \omega_t \bar{M}_t \text{ ja } \bar{N}_{t+1}^* = \omega_t^* \bar{N}_t^*.$$

Yhtälön (4) perusteella määräytyy rahan tarjonnan bruttokasvu periodilta toiselle. Nettomääräinen rahan tarjonnan kasvu on  $\omega_t - 1$  (ja  $\omega_t^* - 1$ ). Rahan tarjonnan lisäykset  $\omega_t$  ja  $\omega_t^*$  ovat stokastisia.  $\omega_t$  (ja  $\omega_t^*$ ) on positiivinen ja suurempi tai pienempi kuin yksi, joten rahan tarjonnan supistuminen on periaatteessa mahdollista. Talouden tila periodilla  $t$  olkoon  $s_t = (y_t, y_t^*, \omega_t, \omega_t^*)$ . Se noudattaa ensimmäisen kertaluvun Markov-prosessia, siirtotiheyden ollessa  $F(s_{t+1} | s_t)$ , jossa  $s_{t+1}$ :n ehdollinen todennäköisyysjakauma on tunnettu ja riippuvainen ainoastaan edellisen periodin tilasta eli  $\Pr(s_{t+1} \leq s_t | s_t = s) = F(s' | s)$ . Talouden tila  $s$  odotetaan tunnetuksi kunkin periodin alkaessa, ennen markkinoiden avautumista. Sekä nykyiset kaikki tulevat hinnat ovat talouden tunnetun tämän hetken tilan  $s$  funktioita. Tietämys tasapainohinnoista ja siirtotiheydestä  $F$  takaavat myös kaikkien tulevien hintojen todennäköisyysjakauman tuntemuksen eli rationaaliset odotukset.

Molemmissa maissa identtiset ja edustavat kuluttajat muodostavat preferenssinsä periodilla  $t$  odotetun hyötyfunktion (2) mukaisesti, jossa  $\beta$  on diskonttaustekijä:

$$(4.2) E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{ht}, c_{ft}), \quad 0 < \beta < 1.$$

Hyötyfunktio  $u(c_{ht}, c_{ft})$  on konkaavi ja rajoitettu argumentteinaan kotimaan hyödykkeen kulutus  $c_h$  ja ulkomaan hyödykkeen kulutus  $c_f$ .  $E_t$  on ehdollinen odotusarvo-operaattori, ehtona kaikki kuluttajan hetkellä  $t$

saatavissa oleva informaatio.

Tarkastellaan optimointiongelmaa kotimaan kuluttajan kannalta. Hyödykkeet joilla käydään kauppaa ovat Arrow-Debreu hyödykkeitä. Kauppaa ei siis käydä itse hyödykkeillä vaan niihin kohdistuvilla vaateilla. ts. oikeuksilla hyödykkeisiin ja rahaan. Markkinoiden toiminnan ajoitus on oleellinen tuloksiin vaikuttava tekijä. Liiketoimien järjestys on seuraava: Oletetaan, että kuluttajan alkuvarannoille on olemassa kahdet markkinat, hyödykemarkkinat ja pääomamarkkinat. Kotimaan kuluttajalla on periodin  $t$  alussa hallussaan alkuvarantona  $M_t$  yksikköä kotimaan rahaa ja  $N_t$  yksikköä ulkomaan rahaa. Alkuvarantoihin sisältyy myös ennaltamäärätyt osuudet kotimaan tuotantoon  $z_{ht}$  ja ulkomaan tuotantoon  $z_{ft}$  sekä ennaltamäärätyt osuudet  $x_{Mt}$  ja  $x_{Nt}$  koti- ja ulkomaan valuuttaan. Kuluttaja tuntee periodin  $t$  alussa talouden tilan  $s_t$ . Hyödykemarkkinat avautuvat ensin. Kuluttaja on niillä ns. likviditeettirajoituksen alainen. Hän voi ostaa periodin alussa hallussaan olevalla kotimaan rahalla ai-noastaan kotimaan hyödykkeitä ja vastaavasti ulkomaan tavaroita hyödykemarkkinoilta ostaessaan hän voi käyttää vain periodin alussa alkuvarantoinaan olevaa ulkomaan valuuttaa. Likviditeettirajoitus on siten

$$(4.3) P_{ht}c_{ht} \leq M_t \text{ ja } P_{ft}^*c_{ft} \leq N_t.$$

Yhtälössä (3) kotimaan hyödykkeiden hinnat ovat  $P_{ht} = P_h(s_t, \bar{M}_t, \bar{N}_t^*)$  ja ulkomaan hyödykkeiden hinnat  $P_{ft}^* = P_f^*(s_t, \bar{M}_t, \bar{N}_t^*)$ . Hyödykemarkkinoiden sulkeuduttua pääomamarkkinat avautuvat, kuluttaja saa alkuvarantonsa mukaisen osuuden osinkoina kotimaan tuotannosta,  $P_{ht}y_t z_{ht}$ , ja ulkomaan tuotannosta,  $P_{ft}^*y_t^* z_{ft}$  sekä kotimaan rahan tarjonnasta  $(\omega_t - 1)\bar{M}_t x_{Mt}$  että ulkomaan rahan tarjonnasta  $(\omega_t^* - 1)\bar{N}_t^* x_{Nt}$ . Periodin  $t$  lopussa myös pääomamarkkinat sulkeutuvat. Kotimaan kuluttajan budjet-tirajoitus on nyt



$$\begin{aligned}
(4.4) \quad & M_{t-1} + e_t N_{t-1} + Q_{ht} z_{h,t-1} + Q_{ft} z_{f,t-1} + R_{Nt} x_{N,t-1} + R_{Mt} x_{M,t-1} \\
& \leq (M_t - P_{ht} c_{ht}) + e_t (N_t - P_{ft}^* c_{ft}) + (Q_{ht} + P_{ht} y_t) z_{ht} + (Q_{ft} + e_t P_{ft}^* y_t^*) z_{ft} + \\
& [R_{Mt} + (\omega - 1) \bar{M}_t] x_{Mt} + [R_{Nt} + e_t (\omega^* - 1) \bar{N}_t^*] x_{Nt}.
\end{aligned}$$

Yhtälössä (4)  $M_{t-1}$  ja  $N_{t-1}$  ovat seuraavan periodin kotimaan ja ulkomaan rahan alkuvarannot,  $z_{h,t-1}$  ja  $z_{f,t-1}$  ovat osuuksia hyödykkeiden tuotantoon ja  $x_{M,t-1}$  ja  $x_{N,t-1}$  osuuksia rahan tarjonnan kasvusta kuluttajan seuraavan periodin alkuvarannossa. Valuuttakurssi on  $e_t$  (kotimaan valuutan hinta ulkomaan valuutassa). Hyödykkeisiin kohdistuvien vaateiden hinnat ovat  $Q_{ht}$  ja  $Q_{ft}$ , rahan kohdistuvien  $R_{Mt}$  ja  $R_{Nt}$ . Valuuttakurssi ja vaateiden hinnat ovat talouden tilan  $s_t$ , ulkomaan rahan tarjonnan  $\bar{N}_t^*$  ja kotimaan rahan tarjonnan  $\bar{M}_t$  funktioita. Ne ovat siis ns. tilasidonnoisia vaateita (state-contingent claims).

Kotimaan kuluttajat saavat osuutensa ulkomaan rahan tarjonnan kasvusta ja ulkomaan kuluttajat saavat osuutensa kotimaan rahan tarjonnan kasvusta. Rahan tarjonnan kasvuun kohdistuvat vaateet  $x_M$  ja  $x_N$  ovat kaupankäynnin kohteita koska riskiä karttavat kuluttajat haluavat jakaa rahan tarjonnan muutoksesta aiheutuvaa epävarmuutta laajemmalle. Näin näihin rahansiirtoihin, jotka voivat siis olla negatiivisiäkin, kohdistuville vaateille muodostuu markkinat. Rahan tarjonnan muutokset vastaavat näin julkisen vallan tekemiä nettotulonsiirtoja yksityiselle sektorille.

Määritellään seuraavaksi varallisuusesineiden reaaliset ja suhteelliset hinnat (kotimaan hyödykkeessä mitattuna). Kotimaan rahan reaalin hinta on  $\pi_{Mt} = 1/P_{ht}$  ja ulkomaan rahan reaalin hinta kotimaan hyödykkeessä mitattuna on  $\pi_{Nt} = e_t/P_{ht}$ . Ulkomaisten hyödykkeiden suhteellinen hinta on  $p_t = e_t P_{ft}^*/P_{ht}$ . Suhteelliset hinnat osuuksille hyödykkeisiin (osingoille) ovat  $q_{ht} = Q_{ht}/P_{ht}$  ja  $q_{ft} = Q_{ft}/P_{ft}$  ja rahan suhteelliset hinnat ovat vastaavasti  $r_{Mt} = R_{Mt}/P_{ht}$  kotimaan rahalle sekä  $r_{Nt} = R_{Nt}/P_{ht}$  ulkomaan rahalle. Merkitään jatkossa yläpilkulla periodia  $t+1$ .

Talous on tällöin tilassa  $s_{t+1}$  rahavarantojen ollessa  $\bar{M}_{t+1}$  ja  $\bar{N}_{t+1}^*$ . Periodin  $t$  muuttujat ovat ilman pilkkua. Talous on tällöin tilassa  $s_t$  rahavarantojen ollessa  $\bar{M}_t$  ja  $\bar{N}_t^*$ .

Näillä kotimaisilla kuluttajan markkinoilla budjettirajoitus (4) ja likviditeettirajoitus (3) voidaan kirjoittaa seuraavasti:

$$(4.5) \text{ (a) } c_h + pc_f + \pi_M M' + \pi_N N' + q_h z'_h + q_f z'_f + r_M x'_M + r_N x'_N$$

$$\leq \pi_M M + \pi_N N + (g_h + y)z_h + (q_f + py^*)z_f +$$

$$[r_M + \pi_M(\omega - 1)\bar{M}]x_M + [r_N + \pi_N(\omega^* - 1)\bar{N}^*]x_N = w$$

$$(b) \ c_h \leq \pi_M M \text{ ja } c_f \leq \pi_N N.$$

Yhtälön (5a) oikea puoli määrittelee periodin  $t$  reaaliarallisuuden,  $w$ . Seuraavan periodin  $t+1$  reaaliarallisuus on

$$(4.5) \text{ (c) } w' = \pi'_M M' + \pi'_N N' + (g'_h + y')z'_h + (q'_f + p'y^*)z'_f +$$

$$[r'_M + \pi'_M(\omega' - 1)\bar{M}']x'_M + [r'_N + \pi'_N(\omega'^* - 1)\bar{N}'^*]x'_N.$$

#### 4.1 Tasapainon luonne ja ratkaisu

Kotimaan kuluttaja maksimoi siis hyötyfunktioita (2) ehdolle rajoitukset yhtälössä (5). Ulkomaan kuluttajalla on vastaava optimointiongelma. Oletetaan, että yksikäsitteinen stokastinen stationaarinen tasapaino on olemassa. Tasapainossa endogeenisten muuttujien todennäköisyysjakauma

on ajasta riippumaton. Koska kuluttajat ovat identtisiä pätee tasapainossa

$$(4.6) \quad c_{ht} = c_{hf}^* = y_t/2, \quad c_{ft} = c_{ft}^* = y_t^*/2,$$

$$M_t = M_t^* = \bar{M}_t/2, \quad N_t = N_t^* = \bar{N}_t/2,$$

$$z_{ht} = z_{ft} = z_{ht}^* = z_{ft}^* = x_{ht} = x_{ft} = x_{ht}^* = x_{ft}^* = 1/2.$$

Mallin tasapainon yksikäsitteisyys liittyy ainoastaan yhtälön (6) mukaiseen tulojen ja varallisuuden täydelliseen tasajakoon.

Edellä määriteltyyn stokastiseen stationaariseen tasapainoon kohdistuvan maksimointiongelman ratkaisuun liittyvä arvofunkti on yhtälössä (7), missä maksimointi tapahtuu muuttujien  $(c_t, c_t^*, M', N', z_{ht}', z_{ft}', x_{ht}', x_{ft}')$  suhteen (ks. rekursiivisesta kilpailutasapainosta Harris, 1987):

$$(4.7) \quad v(w, M, N, s, \bar{M}, \bar{N}^*) = \max \{u(c_t, c_t^*) + \beta \int v(w', M', N', s', \bar{M}', \bar{N}') dF(s' | s)\}$$

Olkoon  $\lambda_t$ ,  $\mu_t$  ja  $\nu_t$  yhtälön (7) oikealla puolella olevaan maksimointiongelmaan liittyvät Lagrangen kerroinvektorit rajoituksille (5a) ja (5b). Koska arvofunkti määrittelee epäsuoran hyötyfunktion, niin sille ovat voimassa verhoikäyräteoreeman perusteella seuraavat ominaisuudet,

$$(4.8) \quad v_w = \lambda, \quad v_M = \mu \pi_M \quad \text{ja} \quad v_N = \nu \pi_N.$$

tälön (7) oikean puolen maksimointiongelmaa vastaavan äärettömän horisontin omaavan maksimointiongelmaan liittyvä Lagrangen funktio on

$$\begin{aligned}
L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ & u(c_h, c_f) + \lambda_t [\pi_M M + \pi_N N + (q_h + y)z_h + (q_f + py^*)z_f \\
& + (\bar{r}_M + \pi_M(\omega - 1)\bar{M})x_M + (\bar{r}_N + \pi_N(\omega^* - 1)\bar{N}^*)x_N \\
& - c_h - pc_f - \pi_M M' - \pi_N N' - g_h z_h' - g_f z_f' \\
& - r_M x_M' - r_N x_N'] \\
& + \mu_t [\pi_M M - c_h] + \nu_t [\pi_N N - pc_f] \}
\end{aligned}$$

Määritelmien (6) ja (8) avulla saadaan ensimmäisen kertaluvun välttämättömät ehdot sekä tasapainon olemassaololle välttämättömät ns. transversaalisuusehdot:

$$u_h(c_h, c_f) = \lambda_t + \mu_t$$

$$u_f(c_h, c_f) = \lambda_t p + \nu_t p$$

$$-\lambda_t \pi_M + \beta \int [\lambda_{t+1} \pi'_M + \mu_{t+1} \pi'_M] dF(s' | s) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{t+1} \pi'_M = 0$$

$$-\lambda_t \pi_N + \beta \int [\lambda_{t+1} \pi'_N + \nu_{t+1} \pi'_N] dF(s' | s) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{t+1} \pi'_N = 0$$

$$-\lambda_t q_h + \beta \int [\lambda_{t+1} (q'_h + y')] dF(s' | s) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{t+1} q'_h = 0$$

$$-\lambda_t q_f + \beta \int [\lambda_{t+1} (q'_f + py^{*'})] dF(s' | s) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{t+1} q'_f = 0$$

$$-\lambda_t r_M + \beta \int \{ \lambda_{t+1} [r'_M + \pi'_M(\omega - 1)] \bar{M}' \} dF(s' | s) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{t+1} r'_M = 0$$

$$-\lambda_t r_N + \beta \int \{ \lambda_{t+1} [r'_N + \pi'_N(\omega^* - 1)] \bar{N}' \} dF(s' | s) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{t+1} r'_N = 0$$

$$\pi_M M - c_h \geq 0, \quad \mu_t \geq 0, \quad (\pi_M M - c_h) \mu_t = 0$$

$$\pi_N N - pc_f \geq 0, \quad \nu_t \geq 0, \quad (\pi_N N - pc_f) \nu_t = 0$$

missä  $u_h$  ja  $u_f$  viittaavat hyötyfunktion osittaisderivaattoihin argumenttiensa suhteen. Edellä olevat ehdot voidaan kirjoittaa yksinkertaistettuun muotoon. Saadaan yhtälöryhmä (9), joka määrittelee periodin  $t$  tasapainon talouden ollessa tilassa  $s$  ja koti- ja ulkomaisen rahan tarjonnan ollessa  $M$  ja  $N$ . Merkitään ehdollista odotusarvoa  $\int f(s', \bar{M}', \bar{N}') dF(s' | s) = Ef'$ . Merkintä  $[\mu \geq 0]$  (ja  $[\nu \geq 0]$ ), viittaa Kuhn-Tucker tai ns. comparative slackness-ehtoihin.

$$(4.9) \quad (a) \quad y \leq \pi_M \bar{M}, \quad [\mu \geq 0]$$

$$(b) \quad py^* \leq \pi_N \bar{N}^*, \quad [\nu \geq 0]$$

$$(c) \quad u_h(y/2, y^*/2) = \lambda + \mu$$

$$(d) \quad u_f(y/2, y^*/2) = (\lambda + \nu)p$$

$$(e) \quad \lambda \pi_M = \beta E[(\lambda' + \mu') \pi'_M]$$

$$(f) \quad \lambda \pi_N = \beta E[(\lambda' + \nu') \pi'_N]$$

$$(g) \quad \lambda q_h = \beta E[\lambda' (q_h' + y')]$$

$$(h) \quad \lambda q_f = \beta E[\lambda' (q_f' + py'^*)]$$

$$(i) \quad \lambda r_M = \beta E[\lambda' (r'_M + \pi'_M (\omega' - 1) \bar{M}')] ]$$

$$(j) \quad \lambda r_N = \beta E[\lambda' (r'_N + \pi'_N (\omega'^* - 1) \bar{N}'^*) ]$$

Tasapainon olemassaolo ja yksikäsitteisyys voidaan osoittaa kuten Lucas (1982) on tehnyt. Tällöin on varmistuttava mm. siitä, että yhtälön (3) oikea puoli ei koskaan mene nolnaan. Tämä voidaan taata rajoittamalla todennäköisyysjakaumaa  $F(s' | s)$  siten, että on olemassa mielivaltaisen pieni luku  $\varepsilon$  siten, että  $\omega_t$  ei milloinkaan ole pienempi kuin  $\varepsilon$ . Kulutta-

jan valintaongelmaan on implisiittisesti lisättävä rajoitus  $M_t \geq (1-\varepsilon)\bar{M}_t$ . Tasapainossa  $M_t = \bar{M}_t$  ja rajoitus ei ole koskaan sitova. Edelleen on oletettava, että  $\beta E[1/\omega] \leq 1$ , eli odotettu rahan tarjonnan lisäys on riittävän suurta. Kirjoittamalla  $E[1/\omega] \leq 1/\beta = 1+\rho$ , missä  $\rho$  viittaa aikapreferenssin asteeseen, voidaan todeta intuitiivisesti, että rahan tarjonnan keskimääräinen lasku ei saa ylittää aikapreferenssin astetta. Ongelma liittyy ns. rekursiivisen kilpailutasapainon käsitteeseen (RCE), jota ovat yleisessä tapauksessa käsitelleet Prescott & Mehra (1980) ja jonka sovellus Lucasin malli on. Yleisesitys aiheesta on kirjassa Dynamic Economic Analysis, Milton Harris (1987).

Ensimmäisen kertaluvun kertaluvun ehdot yhtälöryhmässä (9) määrittelevät endogeeniset muuttujat  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $p$ ,  $\pi_M$ ,  $\pi_N$ ,  $q_h$ ,  $q_f$ ,  $r_M$  ja  $r_N$  eksogeenisten muuttujien  $s$ ,  $\bar{M}$  ja  $\bar{N}$  funktioina. Hyödykkeiden nimelliset hinnat ja nimellinen valuuttakurssi ovat

$$(4.10) \quad P_h = 1/\pi_M, \quad P_f^* = p/\pi_N \quad \text{ja} \quad e = \pi_N/\pi_M.$$

Koti- ja ulkomaisten reaalikassojen, jotka ovat myös varallisuutta, rajahyöty on yhtälöiden (9c) ja (9d) mukaan  $\lambda+\mu = u_h$  ja  $\lambda+\nu = u_f/p$ . Kotimaan rahan rajahyöty mitattuna kotimaan hyödykkeessä on yhtäsuuri kuin kotimaisen hyödykkeen kulutuksen rajahyöty. Vastaavasti ulkomaisien reaalikassojen rajahyöty ulkomaan hyödykkeessä mitattuna on yhtäsuuri kuin ulkomaan hyödykkeen kulutuksen rajahyöty. Yhtälön (9a) ja (9b) mukaan koti- ja ulkomaisten hyödykkeiden arvo ei voi ylittää koti- ja ulkomaisia reaalikassoja. Jos likviditeettirajoitus on sitova reaalikassojen rajahyöty on aidosti positiivinen ( $\mu > 0$ ,  $\nu > 0$ ) ja varallisuuden rajahyöty ei ole yhtäsuuri kuin kulutuksen rajahyöty. Varallisuuden rajahyöty on reaalikassojen rajahyödyn verran pienempi, mikä on likviditeettirajoituksen sisältävien mallien ominaisuus.

Yhtälöt 9e-9j ovat kuluttajan päätökseen päätöksiin liittyviä Euler-yhtälöitä. 9e ja 9f ovat määräävät kuluttajan kassavaroihin liittyvät päätökset. Yhden lisäyksikön suuruiseen nimellisen rahayksikön haltuunottoon liittyy valinta yhtälöiden oikean puolen ja vasemman puolen välillä. Oi-

kealla puolella on tämän hetken varallisuuden rajahyödyn arvo kotimaan hyödykkeessä mitattuna ja kotimaan rahan arvon tulo samalla hetkellä. Vasemmalla puolella on rahan arvon odotusarvo seuraavan periodin hyödykemarkkinoilla, joka on sen reaalin ostovoima kotimaan hyödykkeessä mitattuna kerrottuna varallisuuden rajahyödyllä plus rahan rajahyöty tällä periodilla.

Yhtälöiden 9g ja 9h perusteella määräytyvät kuluttajan päätökset osakkeiden eli osuuksien yritysten tuotantoon liittyvien varallisuusesineiden ostoon. Investointi osuuteen tulevasta tuotannosta tällä hetkellä edellyttää uhrausta, jonka suuruuden määrää osakkeiden reaaliarvon ja varallisuuden rajahyödyn tulo eli yhtälöiden oikea puoli. Koska kaikki varallisuusesineet rahaa lukuunottamatta tuottavat tuloa ja voidaan myydä vasta seuraavalla periodin hyödykemarkkinoilla tapahtuvan kulutuksen jälkeen on varallisuusesineen ostoon liittyvän odotetun hyödyn oltava yhtäkuin odotusarvo seuraavan periodin tuotantoon liittyvän osuuden arvosta, minka määräävät seuraavan periodin tuotanto, osakkeen arvo ja varallisuuden rajahyöty seuraavalla periodilla.

Yhtälöt 9i ja 9j liittyvät rahaan kohdistuvien vaateiden ostoon. Kuluttajan päätös sijoittaa rahan tarjonnan lisäykseen tulevaisuudessa edellyttää uhrausta jonka suuruus on yhtäkuin vaateen tämän hetken ostovoima kerrottuna varallisuuden rajahyödyllä. Sijoituksesta saatava tuotto seuraavalla periodilla on varallisuuden rajahyöty kertaa rahan kohdistuvan vaateen arvo tällä periodilla plus varallisuuden rajahyöty kerrottuna rahan tarjonnan lisäyksellä ja rahan arvolla seuraavalla periodilla.

#### 4.2 Varallisuusesineiden hintojen määräytyminen

Yhtälöt (9g) ja (9h) ovat siis koti- ja ulkomaanhyödykkeisiin kohdistuvien vaateiden hintayhtälöitä. Vastaavasti (9i) ja (9j) ovat ulko- ja kotimaan valuuttaan kohdistuvien vaateiden hintojen yhtälöitä. Stokastinen differenssiyhtälö kotimaan tuotantoon kohdistuvien vaateiden hinnoille

voidaan ratkaista tavanomaiseen tapaan iteroimalla eteenpäin ja ehdollisen odotusarvon ominaisuuksia hyväksi käyttäen. Tällöin niiden hinnat määräytyvät siten, että diskontattujen tulevien tuotosten odotettu rajahyöty jaetaan tämän hetken varallisuuden rajahyödyllä. Toisin sanoen

$$\begin{aligned}\lambda_t q_{ht}^1 &= \beta E_t[\lambda_{t+1}(q_{ht+1} + y_{t+1})] \\ \lambda_t q_{ht}^2 &= \beta E_t\{\lambda_{t+1}(\beta E_{t+1}[\lambda_{t+2}(q_{ht+2} + y_{t+2})]) + y_{t+1}\} \\ &= \beta^2 E_t[\lambda_{t+2}(q_{ht+2} + y_{t+2} + y_{t+1})] \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \lambda_t q_{ht}^n &= \beta^n E_t[\lambda_{t+n}(q_{ht+n} + y_{t+n} + y_{t+n-1} + \dots + y_{t+1})].\end{aligned}$$

Ratkaisu  $\lim_{n \rightarrow \infty} q_{ht}^n$  on

$$q_{ht} = \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t[\lambda_{t+j} y_{t+j}] / \lambda_t, \text{ sillä } \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{t+n} q_{ht+n} = 0.$$

Kotimaan rahan kohdistuvien vaateiden hinnan stokastinen differenssiyhtälö voidaan ratkaista ja ilmaista siten, että diskontattujen tulevien likviditeettipalvelujen odotettu rajahyöty jaetaan tämän hetken varallisuuden rajahyödyllä:

$$r_{Mt} = \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t\{\lambda_{t+j}[\pi_{t+j}(\omega_{t+j} - 1)\bar{M}_{t+j}]\} / \lambda_t.$$

Koska raha on mallissa täysin muihin sijoituskohteisiin verrattava varallisuuden laji, myös sen hinnalle pätee tavanomainen pääomahyödykkeiden hinnoitteluyhtälö. Esim. yhtälö (9d) voidaan kirjoittaa muotoon

$$(4.9d') \quad \lambda \pi_M = \beta E[u'_h \pi'_M],$$

josta ratkaisemalla eteenpäin ja transversaalisuusehtoa hyödyntämällä sekä yhtälön (4.8) perusteella saadaan

$$\lambda \pi_{Mt} = \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t[\mu_{t+j} \pi_{Mt+j}] = \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j [v_{Mt+j}] / \lambda_t.$$

Rahayksikön reaalihinta on siten diskontattu summa rahan odotetusta rahahyödyistä tulevaisuudessa jaettuna varallisuuden tämän hetken raja-



hyödyllä.

Koti- ja ulkomaan rahan hinnanmuodostuksen määrittämiseksi riittää, että tarkastellaan yhtälöitä (9a) - (9f). Edelleen pätee, että

$$(4.11) \text{ (a) } p = eP_f^*/P_h = e\pi_M/\pi_N^* = \pi_N/\pi_N^*$$

ja koska  $u_h = \lambda + \mu$  ja  $u_f = p(\lambda + \nu)$ , niin

$$(4.11) \text{ (b) } p\lambda = \lambda^* \text{ ja } p\nu = \nu^*.$$

Koti- ja ulkomaan reaalikassat  $m$ ,  $n$  ja  $n^*$  voidaan määritellä seuraavasti

$$(4.12) \text{ } m = \pi_M \bar{M}, \text{ } n = \pi_N \bar{N}^* \text{ ja } n^* = \pi_N^* \bar{N}^*,$$

missä  $m$  ja  $n$  ovat koti- ja ulkomaiset reaalikassat mitattuna kotimaan hyödykkeissä ja  $n^*$  on ulkomaiset reaalikassat ulkomaan hyödykkeissä mitattuna. Yhtälöiden (1), (11) ja (12) avulla ja ensimmäisen kertaluvun ehtoja hyväksi käyttäen, esim. seuraavasti:

$$\begin{aligned} \lambda \pi_M &= \beta E[u'_h \pi'_M] \\ \Leftrightarrow \lambda m / \bar{M} &= \beta E[u'_h m' / \bar{M}'] \\ &= \beta E[u'_h m' / \omega \bar{M}] \\ \Leftrightarrow \lambda m &= \beta E[u'_h m'] \bar{M} / \omega \bar{M} \\ &= \beta E[u'_h m'] / \omega, \end{aligned}$$

saadaan yhtälö (13a):

$$(4.13) \text{ (a) } y \leq m \text{ } [\mu \geq 0], \text{ } u_h = \lambda + \mu \text{ ja } \lambda m = \beta E[u'_h m'] / \omega,$$

mikä määrää  $\lambda$ :n,  $\mu$ :n ja  $m$ :n, sekä yhtälö (13b),

$$(4.13) \text{ (b) } y^* \leq n^* \text{ } [\nu^* \geq 0], \text{ } u_f = \lambda^* + \nu^* \text{ ja } \lambda^* n^* = \beta E[u'_f n^*'] / \omega^*,$$

mikä määrää  $\lambda^*$ :n,  $\mu^*$ :n ja  $n^*$ :n.

Yhtälön 13 muuttujat ovat talouden tilan  $s$  funktioita ja eivätkä riipu rahavarannoista  $\bar{M}$  ja  $\bar{N}^*$ .  $\pi_M$ ,  $\pi_N^*$  ja  $\pi_N$  voidaan näin ollen määrätä yhtälöstä (12) ja ne riippuvat talouden tilasta ja rahavarannoista. Reaalikassat  $m$ ,  $n$  ja  $n^*$  ovat periodin alun reaalikassoja, eivätkä sisällä rahan tarjonnan kasvua ko. periodin aikana. Periodin lopussa ja siis seuraavan periodin alussa reaalikassat ovat  $\tilde{m} = \omega m$ ,  $\tilde{n} = \omega^* n$  ja  $\tilde{n}^* = \omega^* n^*$ . Rahan siirrot realisoituvat vasta periodin lopussa, kun hyödykemarkkinat ovat sulkeutuneet. Valittu transaktiojärjestys määrää, että pääomamarkkinat avautuvat vasta periodin lopussa. Rahaan liittyvien vaateiden tuottoa ei voida käyttää hyödykkeiden ostoon saman periodin aikana. Tässä mielessä reaalikassat ovat muiden varallisuusesineiden kanssa symmetrisessä asemassa ja raha ei ole muita sijoituskohteita likvidimpi vara. Kuluttajat eivät voi varautua satunnaisveroihin eli negatiivisiin rahansiirtoihin ( $\omega < 0$ ) pitämällä ylimääräistä käteistä rahaa hallussaan. Joten  $M_t$  on periodin  $t$  alun rahan tarjonnan määrä ja  $M_{t+1} = \omega_t \bar{M}_t$  on periodin  $t$  lopussa oleva rahan tarjonnan määrä (ja siis periodin  $t+1$  alussa vallitseva rahan tarjonta).

Svenssonin mallissa monetaarisilla häiriöillä on reaalisia vaikutuksia. Tämä johtuu ennen kaikkea siitä, että vaikka rahan tarjonnan kasvu eli rahansiirrot ovat tunnettuja periodin alussa, ne maksetaan vasta periodin lopussa. Ne ovat siis ennalta tiedettyjä. Tällöin nimellisten hintojen muutos periodilta toiselle eli bruttoinflaatio on kotimaassa

$$P'_h/P_h = \pi_M/\pi'_M = (m/m')(\bar{M}'/\bar{M}) = (m/m')\omega = \tilde{m}/m'.$$

Bruttoinflaatio on edellisen periodin lopun reaalikassojen ja seuraavan periodin alun reaalikassojen välinen suhde. Vaihtoehtoinen tapa on sallia rahansiirrot periodin alussa, heti kun ne havaitaan. Tällöin periodin rahan tarjonnan kasvusta saatu osuus voidaan käyttää välittömästi hyödykemarkkinoiden avauduttua kulutukseen saman periodin aikana. Väliaikaisilla rahan tarjonnan häiriöillä ei tässä tapauksessa ole reaalisia vaikutuksia talouteen. Nimelliset hinnat vaihtelevat suoraan rahan tarjonnan suhteen ja bruttoinflaatio kotimaassa on

$$P'_h/P_h = \omega.$$

### 4.3 Korkojen määräytyminen

Malliin voidaan helposti lisätä uusia varallisuusesineitä, vaikka tasapainossa kuluttaja ei pitäisi ko. sijoituskohdetta lainkaan hallussaan. Uuden sijoituskohteen hinta voidaan ratkaista edellyttäen, että sen tuotto on talouden tilan funktiona määrätty. Tarkastellaan yhden periodin yksityisen sektorin liikkeelle laskemaa obligaatiota, sen nimelliskorkoa ja tuottoa pääomamarkkinoilla. Olkoon  $B_t$  nimellinen obligatio, josta käydään kauppaa pääomamarkkinoilla periodin  $t$  lopussa. Olkoon  $i$  siitä saatava varma tuotto, joka maksetaan kuluttajalle seuraavalla periodilla  $t+1$ .

Obligaatioiden  $B$  määrä on uudessa tasapainossa nolla (koska yksityinen sektori ei voi olla (netto-)velkaa itselleen). Lisätään yhtälön (5a) vasemmalle puolelle  $\pi'_M B$  ja oikealle puolelle  $\pi'_M(1+i)B$  ja maksimoidaan yli  $B$ :n. Ensimmäisen kertaluvun ehto  $B$ :lle on

$$\lambda_t \pi'_M = (1+i)\beta E_t[\lambda_{t+1} \pi'_{M'}],$$

joten nimelliskorko  $i$  on lausekkeita (9c) ja (9e) hyväksi käyttäen

$$(4.14) \text{ (a) } 1+i = E[u'_h \pi'_{M'}] / E[\lambda' \pi'_{M'}] \text{ ja}$$

$$(b) 1+i = E[u'_f \pi'^*_{N'}] / E[\lambda^* \pi'^*_{N'}],$$

missä (14b) on vastaava symmetrisesti saatu ulkomainen nimelliskorko.

Nimelliskorot voidaan ilmaista myös (9c):n avulla muodossa

$$(4.14) \text{ (c) } i = E[\mu' \pi'_{M'}] / E[\lambda' \pi'_{M'}].$$

Lausekkeessa (14c) nimelliskorko on rahan odotettujen tulevien likviditeettipalveluiden  $E[\mu' \pi'_{M'}]$  ja odotettujen tulevien nimellisen varallisuuden hyödyn  $E[\lambda' \pi'_{M'}]$  välinen suhde. Sekä rahan että nimellisen obligaa-

tion arvo periodin lopussa on yhden rahayksikön suuruinen. Yhden periodin aikana raha tuottaa likviditeettipalveluja  $E[\mu'\pi'_M]$ :n arvosta. Tämän edun vastapainoksi on yhden periodin obligaation tuotettava korkoa saman verran, joten markkinoiden tasapaino vaatii, että  $iE[\lambda'\pi'_M] = E[\mu'\pi'_M]$ , mikä vastaa lauseketta (14c). Vastaava tulkinta pätee ulkomaisille koroille.

Merkitään yhden periodin indeksoidun obligaation varmaa tuottoa sen reaalikorkolla  $r$ . Tuotto on yksi yksikkö käteistä raha hintatasolla deflatoituna ja se maksetaan pääomamarkkinoilla periodilla  $t+1$ . Olkoon  $b$  obligaatioiden lukumäärä. Sijoitetaan budjettirajoituksen (5a) vasemmalle puolelle  $b'$  ja oikealle puolelle  $(1+r)b$ . Ensimmäisen kertaluvun ehdot ovat tällöin

$$\lambda_t = \beta E_t[\lambda_{t+1}(1+r)], \text{ josta saadaan}$$

$$(4.15) \text{ (a) } 1+r = \lambda/\beta E[\lambda'] \text{ ja}$$

$$\text{(b) } 1+r^* = \lambda^*/\beta E[\lambda^*],$$

missä (15b) on vastaava ulkomaisen reaalikoron  $r^*$  lauseke.

Reaalikorko vaihtelee suoraan tämän hetken varallisuuden rajahyödyn mukaan. Kotimainen indeksoitu obligaatio tuottaa käteistä rahaa  $1/\pi'_M$  yksikköä kotimaan valuuttaa (tai  $1/\pi'_N$  ulkomaan valuuttaa). Vastaavasti ulkomaisen riskittömän ja varman obligaation tuotto on  $1/\pi'^*_N$  yksikköä ulkomaan valuuttaa. Luvussa 4.4.1 tarkastellaan nimellis- ja reaalikorkojen välistä yhteyttä.

#### 4.4 Väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa

Oletetaan, että tuotanto ja rahan tarjonnan kasvu ovat sarjakorrelloimattomia eli ovat korreloimattomia edellisten periodien tuotannon ja rahan tarjonnan kanssa. Talouden tilan todennäköisyysjakauma on tällöin riippumaton menneisyydestä ja tulevat talouden tilat eivät riipu tämän hetken tilasta. Ensimmäisen kertaluvun Markov-prosessiin liittyvä siirtofunktio on nyt

$$(4.16) F(s',s) = F(s).$$

Koska talouden tila on ajasta riippumaton, niin yhtälössä (13) koti- ja ulkomaisten reaalikassojen odotetun kokonaishyödyn 'arvot'  $E[u'_h m']$  ja  $E[u'_f n']$  ovat talouden tilasta riippumattomia vakioita. Yhtälön (13) ratkaisu muodostuu kahdesta tilasta sekä koti- että ulkomaassa sen mukaan, onko likviditeettirajoitus sitova vai ei-sitova. Jos likviditeettirajoitus ei ole sitova, niin  $y < m$  ja  $\mu = 0$  (tai  $y^* < m^*$  ja  $\nu = 0$ ). Jos se on sitova, niin  $y = m$  ja  $\mu > 0$  (tai  $y^* = m^*$  ja  $\nu > 0$ ). Rajan näiden tilojen välillä määrittelee joukko  $(y, y^*, \omega, \omega^*)$ , jolle pätee  $\mu = 0$  ja  $m = y$  (tai  $\nu = 0$  ja  $m^* = y^*$ ) jolloin yhtälöstä (13) saadaan, että  $\omega = \beta E[u'_h m'] / u_h y = \tilde{\omega}(y, y^*)$  (tai  $\omega^* = \beta E[u'_f n'] / u_f y^* = \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ ). Kun  $\omega < \tilde{\omega}(y, y^*)$  (tai  $\omega^* < \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ ) ei likviditeettirajoitus ole voimassa ja kun  $\omega \geq \tilde{\omega}(y, y^*)$  (tai  $\omega^* \geq \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ ) se on sitova.

Kun  $\omega < \tilde{\omega}(y, y^*)$ , niin

$$(4.17) (a) m(s) = \beta A / [u_h (y/2, y^*/2) \omega] > y$$

$$\lambda(s) = u_h (y/2, y^*/2) \text{ ja}$$

$$\mu(s) = 0.$$

Kun  $\omega \geq \tilde{\omega}(y, y^*)$ , niin

$$(4.17) \text{ (b) } m(s) = y,$$

$$\lambda(s) = \beta A / y\omega \text{ ja}$$

$$\mu(s) = u_h(y/2, y^*/2) - \beta A / y\omega \geq 0,$$

missä vakio  $A$  ja funktio  $\tilde{\omega}(y, y^*)$  ovat

$$(4.17) \text{ (c) } A = E[u_h(y'/2, y'^*/2)m(s')] \text{ ja}$$

$$\tilde{\omega}(y, y^*) = \beta A / [u_h(y/2, y^*/2)y].$$

Yhtälössä (17a) kotimaan rahan tarjonnan kasvu on alhainen, jolloin likviditeettirajoitus ei ole sitova. Yhtälössä (18a) kasvu on niin suurta, että likviditeettirajoitus tulee sitovaksi. Vastaavasti ja täysin symmetrisesti ulkomaalle pätee

Kun  $\omega^* < \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ , niin

$$(4.18) \text{ (a) } n^*(s) = \beta A / [u_f(y/2, y^*/2)\omega^*] > y^*,$$

$$\lambda^*(s) = u_f(y/2, y^*/2) \text{ ja}$$

$$\nu^*(s) = 0.$$

Kun  $\omega^* \geq \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ , niin

$$(4.18) \text{ (b) } n^*(s) = y^*,$$

$$\lambda^*(s) = \beta A^* / y^* \omega^* \text{ ja}$$

$$\nu^*(s) = u_f(y/2, y^*/2) - \beta A^* / y^* \omega^* \geq 0,$$

missä vakio  $A^*$  ja funktio  $\tilde{\omega}^*(y, y^*)$  ovat

(4.18) (c)  $A^* = E[u_t(y'/2, y^{*}/2)n^*(s')]$  ja

$$\tilde{\omega}(y, y^*) = \beta A / [u_t(y/2, y^*/2)y].$$

Ratkaisua voidaan tulkita seuraavasti: Kun rahan tarjonnan kasvu on alhaisella tasolla likviditeettirajoitus ei ole sitova ja reaalikassat ovat tuotantoa suuremmat. Reaalikassojen rajahyöty on nolla ja varallisuuden rajahyöty on yhtäkuin kulutuksen rajahyöty. Reaalikassat ovat rahan tarjonnan kasvun vähenevä funktio. Rahaekspansion ollessa riittävän suuri on likviditeettirajoitus sitova ja reaalikassat ovat yhtäsuuria kuin tuotanto. Reaalikassojen rajahyöty on positiivinen ja rahaekspansion kasvava funktio. Varallisuuden rajahyöty on pienempi kuin kulutuksen rajahyöty ja rahan tarjonnan kasvun vähenevä funktio. Yhtälöistä (17) ja (18) nähdään myös, että ulkomaan rahan tarjonnan lisäys ei vaikuta kotimaisiin reaalikassoihin eikä niiden rajahyötyyn. Vastaavasti ulkomaiset reaalkassat ovat riippumattomia kotimaisesta rahaekspansiosta.

#### 4.4.1 Väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa, vaihtosuhte ja valuuttakurssit

Tarkastellaan seuraavaksi, miten väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa vaikuttavat hyödykkeiden suhteellisiin hintoihin ja vaihtosuhteeseen. Yhtälöistä (9) ja (11) saadaan vaihtosuhteen lauseke (19):

$$(4.19) (a) \quad p = (u_t/u_h)(1-\mu/\lambda)/(1-\nu^*/\lambda^*),$$

Yhtälöiden (11), (17) ja (18) avulla vaihtosuhte voidaan kirjoittaa myös seuraavasti:

$$(4.19) (b) \quad p = (A/A^*)(y/y^*)(\omega/\omega^*) = (A/A^*)(m/n)$$

Kun  $\omega < \tilde{\omega}(y, y^*)$  ja  $\omega^* < \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ , niin  $p = u_t/u_h$ , sillä  $\mu = 0$  ja  $\omega^* = 0$ . Kun likviditeettirajoitus ei ole sitova niin, ulkomaisen hyödykkeen suhteelli-

nen hinta on riippumaton koti- ja ulkomaisesta rahan tarjonnan kasvusta. Puhtaassa vaihtotaloudessa ulkomaisten hyödykkeiden suhteellinen hinta on yhtäkuin kulutuksen rajasubstituutiosuhde  $u_f/u_h$ .

Kun  $\omega \geq \tilde{\omega}(y, y^*)$  ja  $\omega^* \geq \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ , niin (19) on voimassa ja ulkomaisen hyödykkeen suhteellinen hinta riippuu myös koti- ja ulkomaisten reaalkassojen rajahyötyjen ja varallisuuden rajahyödyn suhteesta. Koska kotimaisten reaalkassojen rajahyöty on kasvava suhteessa kotimaiseen rahaekspansioon, niin ulkomaisen hyödykkeen suhteellinen hinta kasvaa kotimaisen rahaekspansioon myötä. Tilapäinen rahan tarjonnan kasvu kotimaassa huonontaa siten kotimaan vaihtosuhtetta. Vastaavasti  $p$  on vähenävä ulkomaisen rahan tarjonnan kasvun suhteen.

Rahan tarjonnan väliaikaiset häiriöt vaikuttavat valuuttakurssiin seuraavasti: Koska  $p = eP_f^*/P_h$ , niin (yhtälöiden (10), (11) ja (12) avulla)

$$(4.20) \quad e = pP_f^*/P_h = \pi_N/\pi_M = (m/n)/(\bar{M}/\bar{N}^*) = (pn^*/m)(\bar{M}/\bar{N}^*) \\ = (\lambda^*n^*/\lambda m)(\bar{M}/\bar{N}^*),$$

josta edelleen yhtälöiden (13), (17) ja (18) avulla saadaan

$$(4.21) \quad e = \{\beta E[u'_h m'] / \beta E[u'_f n^*]\} (\omega/\omega^*) (\bar{M}/\bar{N}^*) = (A/A^*) (\omega/\omega^*) (\bar{M}/\bar{N}^*).$$

Valuuttakurssi  $e$  riippuu koti- ja ulkomaisen rahan tarjonnan kasvun suhteesta. Väliaikainen rahaekspansio kotimaassa alentaa kotimaisen valuutan arvoa samassa suhteessa.

Yhtälöstä (1) ja siitä, että  $A$  ( $A^*$ ) on ajasta riippumaton vakio, seuraa että, kotimaan valuuttakurssin suhteellinen muutos periodilta  $t$  periodille  $t+1$  siirryttäessä on

$$(4.22) \quad e/e' = \omega'/\omega'^*.$$

Odotetun kurssimuutoksen aste on talouden tilasta riippumaton vakio:



$$(4.23) E(e/e') = E(\omega'/\omega^*').$$

Se riippuu ainoastaan seuraavan periodin koti- ja ulkomaisen rahan tarjonnan kasvun suhteesta.

Tulkitaan seuraavaksi yhtälöitä (19)-(21). Tarkastellaan kotitaloutta periodin alussa, kun se on oppinut tuntemaan talouden tilan  $s = (y, y^*, \omega, \omega^*)$ . Oletetaan, että kotimaan rahan tarjonta on kasvanut ja likviditeettirajoitus kotimaan rahan suhteen ei ole voimassa. Kotitalous tietää, että sillä tulee olemaan periodin lopussa hallussaan enemmän kotimaan rahaa. Koska hinnat ovat peräisin edellisen periodin lopusta ja siis annettuja periodin alussa kotitalouden reaaliarallisuus on kasvanut. Se haluaisi käyttää lisääntyneet käteisvaransa hyödykkeisiin, varallisuusesineisiin tai ulkomaan rahaan. Tämä johtaa kuitenkin hyödykkeiden, varallisuusesineiden ja ulkomaan rahan hintojen nousuun. Uudessa tasapainossa (periodin lopussa ja seuraavan periodin alussa) kaikki hinnat ovat nousseet suhteessa lisääntyneeseen kotimaan rahan tarjontaan. Kotitalouden reaaliarallisuus on palannut ennalleen ja kysyntä on palautunut alkuperäiselle tasolle. Ulkomaisten hyödykkeiden hinnat ulkomaan valuutassa mitattuna ovat kaiken aikaa muuttumattomia, koska niihin vaikuttaa ainoastaan ulkomainen rahaekspansio. Kotimaisen valuutan arvo on alentunut ja kotimaan hyödykkeen hinta on noussut samassa suhteessa kuin rahan tarjonta on lisääntynyt joten ulkomaisten hyödykkeiden suhteellinen hinta pysyy ennallaan.

Jos sen sijaan kotitalous on likviditeettirajoituksen alainen kotimaan rahan suhteen, se voi lisätä kotimaisten hyödykkeiden kulutusta saatuaan tietää kotimaisesta rahaekspansioista. Lisääntyneet käteisvarat käytetään varallisuusesineisiin, ulkomaan rahaan tai ulkomaan hyödykkeisiin mikäli kotitalous ei ole niiden suhteen likviditeettirajoituksen alainen. Uudessa tasapainossa kotimaan valuutan arvo on alentunut. Kotimaan hyödykkeen hinta kotimaan valuutassa mitattuna ei muutu eikä myöskään ulkomaisen hyödykkeen hinta ulkomaan valuutassa. Ulkomaan hyödykkeen suhteellinen hinta kotimaan valuutassa on sen sijaan noussut.

#### 4.4.2 Väliaikaiset häiriöt rahan tarjonnassa ja korot

Koska  $\pi'_M = m'/M' = m'/\omega M$ , niin yhtälö (14c) voidaan kirjoittaa siten, että  $i = E[\nu'm']/E[\lambda'm']$ , joten  $i$  on vakio ja riippumaton tämän hetken rahaekspansioista. Voidaan siten todeta, että nimellinen korkotaso sekä koti- että ulkomaassa on rahan tarjonnan väliaikaisista häiriöistä riippumaton.

Reaalikorko (15) muuttuu suoraan varallisuuden rajahyödyn myötä ja on riippumaton tämän hetken rahan tarjonnan häiriöistä. Näin ollen alhaisella rahan tarjonnan kasvutasolla reaalikorot eivät muutu. Rahan tarjonnan lisääntyessä niin paljon, että likviditeettirajoitus tulee vastaan on reaalikorko rahan tarjonnan kasvun suhteen vähenevä. Kotimaiset reaalikorot ovat kuitenkin riippumattomia ulkomaisesta rahaekspansioista samoin ovat ulkomaiset reaalikorot riippumattomia kotimaisesta rahaekspansioista.

Tarkastellaan seuraavaksi kotimaisen nimellis- ja reaalikoron välistä suhdetta. Yhtälöistä (14) ja (15) saadaan korkojen suhteelle seuraava lauseke:

$$\begin{aligned} (1+i)/(1+r) &= (\pi'_M/\beta E[\lambda'\pi'_M]) / (\lambda/\beta E[g']) = \pi'_M E[\lambda'] / E[\lambda'\pi'_M] \\ &= E[\lambda'] / \{E[\lambda'(\pi'_M/\pi_M)] - E[\lambda']E[\pi'_M/\pi_M] + E[\lambda']E[\pi'_M/\pi_M]\} \\ &= 1 / E[\pi'_M/\pi_M] + (\text{cov}(\lambda', \pi'_M/\pi_M)/E[\lambda']). \end{aligned}$$

Varallisuuden rajahyödyn ja bruttoinflaation välisestä kovarianssista riippuu poikkeako nimellisten ja reaalisten korkojen välinen suhde odotetusta bruttoinflaatiosta. Tämä vastaa läheisesti ns. Fisherin korkopariiteettia, jonka mukaan nimelliskoron ja reaalikoron välinen ero on sama kuin odotettu inflaatio.

Koska  $\pi'_M/\pi' = m'/\omega m$ , niin  $\text{cov}(\lambda', \pi'_M/\pi') = \text{cov}(\lambda', m'/\omega m) = \text{cov}(\lambda'/m')/\omega m$ , joten riittää kun tarkastellaan varallisuuden rajahyödyn ja reaalikassojen välistä kovarianssia. Approksimoidaan kovarianssia lineaarisesti seuraavalla kaavalla:

Olkoon  $x$  satunnaisvektori ja  $f(x)$  ja  $g(x)$  reaaliarvoisia funktioita. Lineaarisen approksimaation

$$f(x) = f(Ex) + f'_x(Ex)(x-Ex) \text{ ja } g(x) = g(Ex) + g'_x(Ex)(x-Ex)$$

avulla kovarianssia,  $\text{cov}(f(x), g(x))$ , voidaan approksimoida lausekkeella

$$f'_x E[(x-Ex)(x-Ex)'] g'_x = f'_x \sigma_{xx}^2 g'_x,$$

missä  $f'_x$  viittaa funktion  $f(x)$  gradienttiin, yläpilkku viittaa transpoo- siin,  $E$  on odotusarvo-operaattori ja  $\sigma_{xx}^2$  varianssi.

Varallisuuden rajahyödyn ja reaalikassojen välistä kovarianssia approksi- moiva lauseke on näin ollen seuraava:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\lambda(s'), m(s')) &= \lambda'_{y'} \sigma_{y'}^2 m'_{y'} + \lambda'_{y'} \sigma_{y'} m'_{\omega} \\ &+ \lambda'_{\omega} \sigma_{\omega y'} m'_{y'} + \lambda'_{\omega} \sigma_{\omega}^2 m'_{\omega}, \text{ sillä} \end{aligned}$$

$\lambda'$  ja  $m'$  ovat riippumattomia  $y^*$ :stä ja  $\omega^*$ :stä, joten gradientit niiden suhteen ovat nollija ja vastaavat kovarianssilausekkeen termit menevät tällöin nolliksi.

Edelleen pätee, että kun  $\omega < \tilde{\omega}(y, y^*)$ , niin

$$\lambda'_{y'} < 0, m'_{y'} > 0, \lambda'_{\omega} = 0 \text{ ja } m'_{\omega} < 0$$

ja kun

$$\omega \geq \tilde{\omega}(y, y^*), \text{ niin}$$

$$\lambda'_{y'} < 0, m'_{y'} > 0, \lambda'_{\omega'} < 0 \text{ ja } m'_{\omega'} = 0.$$

$\lambda'$  on vähenevä ja  $m'$  kasvava  $y'$ :n suhteen riippumatta siitä onko likviditeettirajoitus sitova vai ei. Näin ollen  $\lambda'$ :n ja  $m'$ :n välinen kovarianssi on vähenevä  $y'$ :n varianssin sisältämien termien suhteen. Likviditeettirajoituksen ollessa sitova  $\lambda'$  on  $\omega'$ :n suhteen vähenevä ja  $m'$  on riippumaton  $\omega'$ :sta, joten  $y'$ :n ja  $\omega'$ :n kovarianssin sisältä termi on negatiivinen. Kun likviditeettirajoituksen ei ole sitova  $\lambda'$  on riippumaton  $\omega'$ :sta ja  $m'$  on  $\omega'$ :n suhteen vähenevä ja  $y'$ :n ja  $\omega'$ :n kovarianssin sisältämä termi on positiivinen. Lisäksi havaitaan, että  $\omega'$ :n varianssilla ei ole kummassakaan tapaksessa merkitystä. Siis

kun  $\omega < \tilde{\omega}(y, y^*)$ , niin

$$\text{cov}(\lambda(s'), m(s')) = \underbrace{\lambda'_{y'} \sigma_{y'}^2 m'_{y'}}_{(-)} + \underbrace{\lambda'_{y'} \sigma_{y' \omega'} m'_{\omega'}}_{(+)} > 0 \text{ tai } < 0$$

ja kun  $\omega \geq \tilde{\omega}(y, y^*)$ , niin

$$\text{cov}(\lambda(s'), m(s')) = \underbrace{\lambda'_{y'} \sigma_{y'}^2 m'_{y'}}_{(-)} + \underbrace{\lambda'_{\omega'} \sigma_{y' \omega'} m'_{y'}}_{(-)} < 0.$$

Mitä suurempi tulon varianssi on sitä suurempi on  $\text{cov}(\lambda(s'), m(s'))$  ja sitä enemmän nimellisen ja reaalisen koron välinen suhde ylittää termin yksi per odotettu bruttoinflaatio eli sitä suurempi on poikkeama Fisherin korkopariteetista.

Jos varallisuuden rajahyöty  $\lambda'$  on riippumaton talouden tilasta  $s'$ , niin  $\text{cov}(\lambda', \pi'_M / \pi_M) = 0$  ja

$$(1+i)/(1+r) = 1 / E[\pi'_M / \pi_M].$$

Lucasin (Lucas, 1982) mallissa, rahan tarjonnan kasvun ja tulon  $y'$  välinen kovarianssi vaikuttaa aina riskipreemiota kasvattavasti. Lucas olettaa, että varallisuuden rajahyöty on yhtä kuin kulutuksen rajahyöty, kvantiteettiähtälö on aina voimassa ja että periodin rahansiirrot ovat

käytettävissä ko. periodin alusta alkaen. Kourin (Kouri, 1983) mallissa riskipreemio riippuu positiivisesti tulon ja rahan arvon kovarianssista,  $\text{cov}(y', \pi'_M)$  joka vastaa Lucasin tulosta. Myös Kourin mallissa tulon varianssi sekä rahan tarjonnan kasvun ja tulon välinen positiivinen kovarianssi lisäävät kasvaessaan riskipreemiota.

Tarkastellaan seuraavaksi avotalouden korkopariteettia eli koti- ja ulkomaisen nimelliskoron välistä suhdetta. Jos koti- ja ulkomaiset yhden periodin obligaatiot tuottavat seuraavalla periodilla korkoa  $i$ :n ja  $i^*$ :n verran on niiden hinta tämän hetken valuutassa  $1/1+i$  ja  $1/1+i^*$ . Jos  $e$  on ulkomaan valuutan hinta kotimaan valuutassa on katetun korkopariteetin mukaan ulkomaan obligaation tämän hetken hinta kotimaan obligaation suhteen  $F$  yhtä kuin  $e(1+i)/(1+i^*)$ . Mallissa

$$F = e(1+i)/(1+i^*) = E[\lambda^* \pi'_N] / E[\lambda' \pi'_M],$$

eli koti- ja ulkomaan obligaatioiden odotettujen rajahyötyjen välinen suhde. Yhtälön (12) ja valuuttakurssien määräytymisen yhtälön (21) avulla saadaan korkopariteetti seuraavaan muotoon:

Kun  $\omega < \tilde{\omega}(y, y^*)$  ja  $\omega^* < \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ , niin

$$(1+i)/(1+i^*) = 1 \text{ ja}$$

kun  $\omega \geq \tilde{\omega}(y, y^*)$  ja  $\omega^* \geq \tilde{\omega}^*(y, y^*)$ , niin

$$(1+i)/(1+i^*) = E(1/\omega^*)/E(1/\omega).$$

Kun likviditeettirajoitus ei ole sitova ovat koti- ja ulkomaisten obligaatioiden tuotot yhtäsuuret, mutta kun se on voimassa on korkopariteetti yhtä kuin koti- ja ulkomaisen odotettujen rahan tarjonnan kasvun välinen suhde.

#### 4.5 Pysyvät häiriöt rahan tarjonnassa

Määräytykseen rahan tarjonnan kasvu koti- ja ulkoamaassa seuraavien kahden stokastisen prosessin mukaan:

$$4.24) \omega_t = \bar{\omega}_t \theta_t \text{ ja } \omega_t^* = \bar{\omega}_t^* \theta_t^*.$$

Yhtälössä (24)  $\theta_t$  (ja  $\theta_t^*$ ) on korreloimaton väliaikainen häiriö ja  $\bar{\omega}_t$  (ja  $\bar{\omega}_t^*$ ) on pysyvä häiriö rahan tarjonnassa. Olkoon talouden tila periodilla  $t$  yhtäkuin  $s_t = (y_t, y_t^*, \theta_t, \theta_t^*, \bar{\omega}_t, \bar{\omega}_t^*)$ . Seuraavan periodin todennäköisyysjakauman kertymäfunktio riippuu  $\bar{\omega}_t$ :n ja  $\bar{\omega}_t^*$ :n realisaatiosta siten, että

$$(4.25) F(s_{t+1} | s_t) = F(y_{t+1}, y_{t+1}^*, \theta_{t+1}, \theta_{t+1}^*, \bar{\omega}_{t+1}, \bar{\omega}_{t+1}^* | \bar{\omega}_t, \bar{\omega}_t^*).$$

Tarkastellaan tilannetta, missä

$$(4.26) \bar{\omega}_{t+1} = (\bar{\omega}_t)^a \xi_{t+1}, \quad 0 < a < 1,$$

$$\bar{\omega}_{t+1}^* = (\bar{\omega}_t^*)^b \xi_{t+1}^*, \quad 0 < b < 1.$$

Yhtälössä  $a$  (ja  $b$ ) on vakio ja  $\xi_{t+1}$  (ja  $\xi_{t+1}^*$ ) on korreloimaton stokastinen prosessi, jonka todennäköisyysjakauman kertymäfunktio on  $G(y_{t+1}, y_{t+1}^*, \theta_{t+1}, \theta_{t+1}^*, \xi_{t+1}, \xi_{t+1}^*)$ . Vakiot  $a$  ja  $b$  ovat itseisarvoltaan pienempiä kuin yksi stationaarisuuden takaamiseksi ja positiivisia, koska tarkastelun kohteena on ainoastaan positiivinen sarjakorrelaatio.

Kertymäfuntille (25) pätee tällöin

$$(4.27) F(s_{t+1} | s_t) = G(y_{t+1}, y_{t+1}^*, \theta_{t+1}, \theta_{t+1}^*, \omega_{t+1}, \omega_{t+1}^*) / \bar{\omega}_t^a \omega_{t+1}^* / \bar{\omega}_t^{*b}$$

Yhtälön (13) ratkaisu on nyt analoginen ratkaisujen (17) ja (18) kanssa paitsi, että

$$(4.28a) A(\omega) = E[u'_h m | \bar{\omega}, \bar{\omega}^*],$$

$$(4.28b) A^*(\omega^*) = E[u'_f n^* | \bar{\omega}, \bar{\omega}^*]$$

ja

$$(4.28c) \tilde{\omega}(\bar{\omega}, y, y^*) = \beta A(\bar{\omega}) / u_{hy},$$

$$(4.28d) \tilde{\omega}(\bar{\omega}, y, y^*) = \beta A^*(\bar{\omega}^*) / u_{py}^*.$$

Yhtälön (26) mukaan pysyvät häiriöt kotimaan rahan tarjonnassa ovat korreloituneita edellisen periodin monetaaristen häiriöiden kanssa, mutta korreloimattomia aikaisempien periodien ulkomaisten monetaaristen häiriöiden kanssa. Yhtälöstä (26) seuraa, että  $A$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ , ja  $\nu$  ovat riippumattomia rahan tarjontahäiriöistä ulkomailla ja vastaavasti  $A^*$ ,  $\nu^*$ ,  $\lambda^*$  ja  $\nu^*$  ovat riippumattomia rahan tarjontahäiriöistä kotimaassa.

Voidaan osoittaa, että  $A(\bar{\omega})$  (ja  $A^*(\bar{\omega}^*)$ ) eli reaalikassojen odotettu kokonaishyöty on pysyvien monetaaristen häiriöiden aleneva funktio. Rahan tarjonta kasvun ollessa suuri (ja pysyvä) seuraa siitä että myös seuraavan periodin rahaekspansio on keskimääräistä suurempi. Tämä merkitsee, että seuraavan periodin reaalikassat ovat keskimääräistä alhaisempia mikä vähentää seuraavan periodin reaalikassojen odotettua rajahyötyä.

Koska  $A(\bar{\omega})$  ja  $A^*(\bar{\omega}^*)$  ovat pysyvien monetaaristen häiriöiden aleneva funktio, niin yhtälöistä (17) ja (18) seuraa suoraan, että ne vaikuttavat voimakkaammin reaalikassoihin, varallisuuden rajahyötyyn ja reaalikassojen rajahyötyyn kuin väliaikaiset monetaariset häiriöt. Tällöin myös ulkomaisten hyödykkeiden suhteellinen hinta on herkempi pysyville kuin väliaikaisille häiriöille rahan tarjonnassa. Näin ollen pysyvä rahan tarjonnan kasvu huonontaa vaihtosuhdetta enemmän kuin väliaikainen kasvu. Vastaavasti pysyvä rahan tarjonnan lisäys alentaa valuutan arvoa enemmän kuin väliaikainen.

Kotimaan valuuttakurssin muutos periodilta toiselle on nyt

$$(4.29) e'/e = \{[A^*(\bar{\omega}^*)/\bar{\omega}^*] / [A(\bar{\omega}')/\bar{\omega}']\} / [1/[A^*(\bar{\omega}^*)/A(\bar{\omega})]].$$

Koska  $\omega$ :n kasvu vähentää  $A(\bar{\omega})$ :tä ja keskimäärin myös  $A^*(\bar{\omega}^*)$ :tä, niin

odotetun  $e$ :n arvon alentuminen  $E(e'/e|\bar{\omega},\bar{\omega}^*)$  ei ole kasvava funktio pysyvän rahan tarjonnan häiriön tapauksessa.

Voidaan myös osoittaa, että kotimaan nimelliskorkotaso on pysyvän monetaarisen häiriön kasvava funktio. Rahan tarjonnan kasvu johtaa todennäköiseen ekspansioon myös seuraavalla periodilla. Reaalikassojen odotettu rajahyöty on tällöin suuri ja varallisuuden rajahyöty suhteellisen alhainen. Yhtälön (14) mukaan johtaa tämä nimelliskorkojen nousuun.

Pysyvän rahaekspansioon vaikutus reaalkorkoihin voi olla niitä nostava tai alentava. Varallisuuden rajahyöty, jos  $\omega > \tilde{\omega}(\bar{\omega}, y)$ , mutta myös reaalikassojen odotettu rajahyöty laskee, joten nettovaikutus voi olla kumpaankin suuntaa.

#### 4.6 Jatkuva valuutanvaihto

Ulkomaisten hyödykkeiden suhteellinen hinta eli vaihtosuhte  $p = eP_f^*/P_h$  ei kerro kuinka monta yksikköä kotimaan hyödykettä voidaan vaihtaa yhteen yksikköön ulkomaan hyödykettä. Tämä johtuu siitä, että hyödykkeitä ei vaihdeta suoraan toisiinsa. Myydessään ulkomaan hyödykettä kotimaan kotitalous saa ulkomaan valuuttaa. Se ei kuitenkaan voi vaihtaa saamaansa ulkomaan rahaa saman periodin aikana kotimaan valuuttaan ja ostaa näin saamallaan rahoilla kotimaan hyödykettä. Valuutanvaihto tapahtuu omaksutun liiketoimien suorittamisjärjestyksen mukaisesti vasta periodin lopussa hyödykemarkkinoiden jo sulkeuduttua. Pääomamarkkinat ovat vastaavasti suljettuina periodin alussa hyödykemarkkinoiden ollessa avoinna. Mallissa raha rinnastetaan näin ollen yhdenvertaiseksi sijoituskohteeksi muiden varallisuusesineiden kanssa. Transaktiokustannukset oletetaan rahan ja muiden varallisuusesineiden kaupassa samansuuruisiksi. Voidaan kuitenkin perustellusti esittää, että valuuttamarkkinoilla transaktiokustannukset ovat huomattavasti pienempiä kuin muiden varallisuusesineiden markkinoilla. Tämä merkitsee, että kaupan-



käynti valuuttamarkkinoilla on huomattavasti vilkkaampaa kuin muiden sijoituskohteiden markkinoilla.

Tarkastellaan seuraavaksi mallia kun valuutanvaihto on sallittua myös periodin alussa sen jälkeen kun talouden tila  $s_t$  on tunnettu. Valuutanvaihdon voidaan luonnehtia olevan silloin jatkuvaa. Kotitaloudella on periodin alussa alkuvarannossaan sekä ulkomaan että kotimaan rahaa määrät  $M_t$  ja  $N_t$ , se tuntee talouden tilan  $s$  ja koti- ja ulkomaan hyödykkeiden nimelliset hinnat  $P_{ht}$  ja  $P_{ft}^*$  (niiden omassa valuutassa). Kotitalous voi vaihtaa markkinoilla valuuttaa ja käyttää hyödykemarkkinoiden avauduttua hallussaan olevia käteiskassoja kotimaan hyödykkeen ostoon kotimaan rahan osalta ja ulkomaan hyödykkeen ostoon ulkomaan rahan osalta. Likviditeettirajoitus ja ovat nyt seuraavat:

$$(4.30) \quad \tilde{M}_t + \bar{e}_t \tilde{N}_t = M_t + \tilde{e}_t N_t,$$

$$P_{ht} c_{ht} \leq \tilde{M}_t,$$

$$P_{ft}^* c_{ft} \leq \tilde{N}_t.$$

Yhtälössä (30)  $\tilde{e}_t$  on periodin  $t$  alun valuuttakurssi.  $\tilde{M}_t$  ja  $\tilde{N}_t$  ovat valuutanvaihdon jälkeen kuluttajan hallussa olevat koti- ja ulkomaan rahan määrät (ennen kuin hyödykemarkkinat ovat avautuneet). Periodin lopussa budjettiehto on kuten yhtälössä (4) paitsi, että  $\tilde{M}_t$  ja  $\tilde{N}_t$  ovat korvanneet  $\bar{M}_t$ :n ja  $\bar{N}_t$ :n. Periodin lopussa valuuttakurssi on  $\bar{e}_t$ , mikä ei välttämättä ole sama kuin periodin alun kurssi.

Tasapainossa pätee yhtälössä (6) olevien ehtojen lisäksi, että

$$(4.31) \quad \tilde{M}_t = \bar{M}_t/2 \text{ ja } \tilde{N}_t = \bar{N}_t/2.$$

Mallin stokastisen tasapainon ratkaisu ei kuitenkaan muutu. Mallin ratkaisu on yhtäpitävä aikaisemman kanssa. Nimelliset hinnat  $P_{ht} = P_h(s_t, \bar{M}_t, \bar{N}_t^*)$  ja  $P_{ft}^* = P_f^*(s_t, \bar{M}_t, \bar{N}_t^*)$  ovat samat kuten myös periodin lopun valuuttakurssi  $e_t = e(s_t, \bar{M}_t, \bar{N}_t^*)$ . Periodin alussa valuuttakurssi on yhtälön (32) mukainen:

$$(4.32) e_t P_{ft}^* / P_{ht} = u_f / u_h.$$

Ulkomaisen hyödykkeen suhteellinen hinta  $\tilde{p}_t = \tilde{e}_t P_{ft}^* / P_{ht}$  periodin  $t$  alussa on yhtä kuin kotimaisen ja ulkomaisen hyödykkeen rajasubstituutiosuhde. Yhtälöstä (19) ja määritelmästä  $p_t = e P_{ft}^* / P_{ht}$  seuraa, että periodin alun ja lopun kursseille pätee

$$(4.33) \tilde{e}_t = [(1+\omega^*/\lambda^*)/(1+\mu/\lambda)] \bar{e}_t.$$

Jos valuuttakauppaa ei käydä periodin alussa  $\tilde{e}_t$  yhtälössä (33) voidaan tulkita valuuttakurssin varjohinnaksi eli hinnaksi millä kuluttaja suostuisi vapaaehtoisesti pitämään hallussaan ennaltamäärättyjä alkuvarantojaan koti- ja ulkomaanvaluuttaa. Jos kauppaa valuutalla käydään, niin  $\tilde{e}_t$  on todellinen kurssi. Yleensä periodin alun ja lopun kurssit kuitenkin poikkeavat toisistaan.

Jatkuvan valuuttakaupan tapauksessa vaihtosuhte on hyvin määritelty. Se on ulkomaisten hyödykkeiden suhteellinen hinta periodin alun valuuttakurssin avulla laskettuna ja se osoittaa suhteen millä hyödykkeitä voidaan vaihtaa. Vaihtosuhte on yhtäkuin kulutuksen rajasubstituutiosuhde ja riippumaton rahan tarjonnan kasvusta. Rahaekspansio aiheuttaa eron periodin alun ja lopun vaihtokurssin välille mutta ei vaihtosuhteen ja kulutuksen rajasubstituutiosuhteen välille. Kotimainen rahaekspansio alentaa kotimaan valuutan periodin lopun arvoa. Periodin alun kurssi alenee vähemmän jolloin suhteelliset hinnat pysyvät periodin alussa vakioina.

Valuuttakursseille periodin alussa ja lopussa voidaan antaa myös seuraava tulkinta. Yhtälöstä (21) seuraa (yhtälöiden (1), (10) ja (12) avulla), että

$$(4.35) \bar{e} = \{E[u'_f n^*] / E[u'_h m^*]\} (\omega / \omega^*) (\bar{M} / \bar{N}^*) \\ = \{E[u'_f \pi^*_{N^*}] / E[u'_h \pi^*_{M^*}]\} (\omega / \omega^*) (\bar{M} / \bar{N}^*)$$

$$= \{E[u'_f(1/P_{ft}^*)]/E[u'_h P_{ht+1}]\}(\omega\bar{M}/\omega^*\bar{N}^*)(\omega^*\bar{N}^*/\omega\bar{M}),$$

josta saadaan (koska  $p_t = e_t P_{ft}^*/P_{ht} = u_f/u_h \Rightarrow e_t = (u_h/P_{ht})/(u_f/P_{ft}^*)$ )  
lauseke odotetulle periodin lopun valuuttakurssille

$$(4.36) E(\bar{e}) = E(\bar{e}') + \{E[u'_f/P_{ft}^*]/E[u'_h/P_{ht}]\} - E[(u'_h/P_{ht})/(u'_f/P_{ft}^*)].$$

Periodin lopun valuuttakurssi voidaan luontevasti tulkita termiinikurssiksi, sillä yhtälössä (36) se on esitetty odotetun tulevan avistakurssin ja riskipreemion summana. Tämä vastaa kirjallisuudessa esiintyviä termiinikurssin määritelmiä( ks. esim. Hodrick & Srivastava, 1984).

Vaikka periodin lopun ja alun kurssit voivat erota toisistaan ja lisäksi muutos niiden välillä tunnetaan ei arbitraasimahdollisuutta eli mahdollisuutta saada ylisuuria voittoja kurssieron avulla kuitenkaan ole. Jos esim.  $\tilde{e}_t < \bar{e}_t$ , niin voisi olettaa, että kuluttaja jolla on hyödykemarkkinoiden sulkeuduttua jäljellä kotimaan rahaa, ts.  $(\tilde{M}_t - P_{ht}c_{ht} > 0)$ , vaihtaisi kaiken kotimaan rahansa ulkomaan rahan saadakseen kurssivoittoa. Mutta yhtälön (33) mukaan ja koska reaalikassojen rajahyöty on ei-negatiivinen, niin  $\tilde{e}_t < \bar{e}_t$  merkitsee, että  $\mu > 0$  ja  $\tilde{M}_t = P_{ht}c_{ht}$ . Kuluttajalla ei voi siis olla kotimaan valuuttaa jäljellä hyödykemarkkinoiden sulkeuduttua ja kun hän on suorittanut kotimaan hyödykkeen ostot markkinoilta.

## 5. Kiinteät kurssit ja likviditeettirajoitus

Likviditeettirajoitus kahden maan mallissa edellyttää, että kotimaan valuutalla ostetaan ainoastaan kotiman hyödykkeitä ja ulkomaan rahalla ulkomaan hyödykkeitä. Jos tätä rajoitusta ei tehdä vaan kumpaa tahansa rahaa voidaan käyttää kumman tahansa maan hyödykkeen ostoon on likviditeettirajoitus (4.3) kirjoitettavissa seuraavaan muotoon

$$(5.1) (a) P_{ht}c_{ht} + P_{ft}^*c_{ft} < M_t + N_t$$

$$(b) P_{ht} c_{ht}^* + e_t P_{ft} c_{ft}^* < M_t^* + e_t N_t^*.$$

Yhtälö (1a) on kotimaan kuluttajan ja (1b) ulkomaan kuluttajan likviditeettirajoitus. Budjettiehdosta (4.6) seuraa, että maailman rahan tarjonta on on valuuttakurssin ollessa kiinnitetty  $M + eN$ . Malli palautuu yhden maan malliksi missä kotimaan rahan tarjonnan tilalla on koko maailman rahan tarjonta. Tämä vastaa Karekenin ja Wallacen tulosta (Kareken & Wallace, 1981): he osoittavat, että valuuttakurssit eivät määräydy hyvin malleissa missä raha on argumenttina hyötyfunktiossa. Sama tulos on voimassa myös likviditeettirajoituksen sisältävissä malleissa kun liiketoimille asetettuja rajoituksia lievennetään yhtälön (1) mukaisiksi (ks. Sargent, 1987).

Tarkastellaan seuraavaksi kiinteitä kurseja Lucasin hengessä (Lucas, 1982, vrt. myös Helpman, 1979). Valuuttakurssi kiinnitetään mallissa olettamalla molemmille maille yhteinen raha- ja valuuttapolitiikkaa harjoittava viranomais, jolla on hallussaan molempien maiden valuuttaa ja joka käy kauppaa valuuttamarkkinoilla (avistamarkkinoilla) siten, että valuuttakurssi on kiinteä, ts.  $e_t = \bar{e}$ . Kiinteän kurssin politiikan analysoimiseksi rationaalisten odotusten mallissa on välttämätöntä olettaa, että keskusviranomaisen käyttäytyminen on konsistenttia molempien maiden rahan tarjonnan ja tuotannon muutosten kanssa ja että valuuttakurssi pidetään pysyvästi kiinteänä. Toinen mahdollisuus olisi ottaa huomioon devalvaatioiden mahdollisuus ja siitä välttämättä seurauksena oleva spekulatiivinen toiminta markkinoilla. Edellinen tapa on huomattavasti yksinkertaisempi. Lucas seuraa tässä Helpmanin tapaa (Helpman, 1979) tapaa mallittaa kiinteisiin kurseihin johtava malli.

Viranomaisen periodin alussa ja lopussa hallussa olevien reservien määrä olkoon  $D$  kotimaan valuutassa mitattuna, joka koostuu kotimaan valuutasta  $R$  ja ulkomaan valuutasta  $S^*$ . Pätee siis, että

$$(5.2) D = R - eS$$

on voimassa. Valuuttakurssin määräytyessä yhtälön (4.21) mukaisesti, joka voidaan kirjoittaa kiinteälle kurssille ottamalla huomioon reservien vaa-

timat muutokset rahan määrässä. Tasapainokurssin yhtälö on näin ollen

$$\begin{aligned}
 (5.3) \quad e &= (A/A^*)(\omega/\omega^*)(\bar{M}/\bar{N}^*) \\
 &= \{\beta E[u'_h m'] / \beta E[u'_f n']\} (\omega/\omega^*)(\bar{M}/\bar{N}^*) \\
 &= \{\beta E[u'_h \pi'_M (\bar{M}' - R')]\} / \{\beta E[u'_f \pi'_N (\bar{N}' - S')]\} [\omega/\omega^*] [(\bar{M} - R) / (\bar{N}^* - S^*)] \\
 &= (A/A^*)(\omega/\omega^*)(\bar{M} - R / \bar{N}^* - S^*)
 \end{aligned}$$

Oletetaan, että talouden tila on  $s$ , rahan tarjonnan määrät  $\bar{M}$  ja  $\bar{N}$  rahan tarjonnan kasvu  $\nu$  ja  $\nu^*$  molemmissa maissa tunnetuiksi. Yhtälöistä (1) ja (2) määrätyvät periodin lopun reservit. Kiinteiden kurssien ylläpitämiseksi on oltava  $R > 0$  ja  $S^* > 0$ . Ts. koska reaalikassojen odotettu kokonaishyöty  $A$  (ja  $A^*$ ) on vakio saadaan, että em. epäyhtälöt ovat yhtäpitäviä yhtälöiden

$$(5.4) \quad (a) \quad D > \bar{e}\bar{N} - (A/A^*)(\omega/\omega^*)\bar{M},$$

$$(b) \quad D > M - \bar{e}\bar{N} / (A/A^*)(\omega/\omega^*)$$

kanssa. Yhtälöistä (4) nähdään kuinka suurena molempien maiden reservejä hallussaan pitävän viranomaisen minimireservit on oltava. Kun talouden tila on  $s$ , rahan tarjonnan määrät  $\bar{M}$  ja  $\bar{N}$  rahan tarjonnan kasvu  $\nu$  ja  $\nu^*$  oletetaan molemmissa maissa tunnetuiksi voidaan reservit valita riittävän suuriksi kiinteän kurssin ylläpitämiseksi. Vastaavasti voidaan päätellä, että jos  $\nu$  ja  $\nu^*$  muuttuvat vapaasti ei kiinteiden kurssien järjestelmää voida pitää voimassa ikuisesti kiinteillä reserveillä. Sen sijaan sopettamalla reserveja jatkuvasti periodilta toiselle ovat yhtälöt (4) aina voimassa.

Kiinteiden kurssien ylläpitäminen edellyttää maiden rahapolitiikan koordinoitua ja siten yhteistyötä maiden rahapolitiikasta vastaavien viranomaisten välillä. Rahapolitiikan jonkinasteinen autonomia voidaan kuitenkin säilyttää periodilta toiselle.

Yhtälöiden (4) ollessa voimassa palautuu kahden maan ja kahden valuutan tarkastelu yhden valuutan malliksi. Maailman rahan tarjonta on  $\bar{M} - R + \bar{e}(\bar{N}^* - S)$ , jota voidaan käsitellä kuin yhtä kotimaan valuuttaa  $\bar{M}$  mallia ratkaistaessa. On siten mahdollista ylläpitää kiinteän kurssin järjestelmää, Pareto-optimaalisen allokaation ollessa sama kuin vapaasti määräytyvien kurssien tapauksessa edellyttäen, että valuuttakurssista vastaavilla viranomaisilla on riittävät reservit.

## 6. Valuuttakurssit, vaihtosuhte, korot ja finanssipolitiikka

Tarkastellaan julkisen vallan finanssipolitiikan merkitystä valuuttakurssien ja vaihtosuhteen määräytymiselle. Muokataan mallia tähän tarkoitukseen. Lisätään kumpaankin maahan julkinen valta, joka rahoittaa ainoastaan oman maan hyödykkeeseen kohdistuvat menonsa  $g_t$  (ja  $g_t^*$ ) joko könttösommaverolla  $T_t$  (ja  $T_t^*$ ) tai painamalla rahaa. Julkisen vallan budjettiehto on siten

$$(6.1) \quad (a) \quad P_{ht} g_t = T_t + (\omega - 1) \bar{M}_t,$$

$$(b) \quad P_{ht}^* g_t^* = T_t^* + (\omega^* - 1) \bar{N}_t^*.$$

Mallissa vallitsee ricardolainen ekvivalenssi, ts. vero- ja obligaatio-rahoitus ovat neutraaleja. Kuluttajat elävät ikuisesti ja julkisen vallan lainanottoa ei ole. Julkisen vallan menot määräytyvät stokastisesti. Talouden tila hetkellä  $t$  on  $s_t = (y_t, y_t^*, g_t, g_t^*, \omega_t, \omega_t^*)$ . Oletetaan, että talouden tilat eri periodeilla ovat ajan suhteen riippumattomia, todennäköisyysjakauman ollessa  $F(s)$ .

Markkinoiden toiminta ja liiketoimien järjestys on seuraava. Kotimaan kuluttajalla on periodin  $t$  alussa alkuvarantonaan kuutta eri varallisuus-esinettä: koti- ja ulkomaan rahaa ( $M$  ja  $N$ ), koti- ja ulkomaan yritysten osakkeisiin kohdistuvia vaateita ( $z_h$  ja  $z_f$ ) sekä koti- ja ulkomaan verotukseen kohdistuvia vastattavia ( $x_h$  ja  $x_f$ ). Kuluttaja tuntee periodin

alussa talouden tilan s eli tuotannon, julkisen vallan kulutuksen ja rahan tarjonnan lisäyksen sekä koti- että ulkomaassa. Kuluttaja maksaa periodin t alussa verot sekä koti- että ulkomaan valuutassa alkuvarantonsa mukaan. Tämän jälkeen hyödykemarkkinat avautuvat. Kuluttaja maksaa kotimaan hyödykkeen ostonsa kotimaan valuutassa ja vastaavasti ulkomaan hyödykkeet ulkomaan valuutassa. Hyödykemarkkinoiden sulkeuduttua pääomamarkkinat avautuvat. Kuluttaja saa osuutensa yritysten osingoista, jotka ovat siis yrityksille kertynyttä tuloa sen myytyä tuotantonsa hyödykemarkkinoilla. Kuluttaja käy kauppaa varallisuusesineillä ja niihin kohdistuvilla vaateilla budjettirajoituksen puitteissa, jonka mukaan periodin lopun varallisuusesineiden ja vaateiden arvo sekä tämän hetken kulutuksen arvo ei voi ylittää edelliseltä periodilta peräisin olevien varallisuusesineiden ja vaateiden arvoa.

Julkisen vallan mukaanotto aiheuttaa siten seuraavia muutoksia malliin: Lisätään kuluttajan alkuvarantoihin koti- ja ulkomaan hallitusten asettamiin veroihin kohdistuvat vastattavat  $x_h$  ja  $x_f$ , joilla korvataan aikaisemmin pelkästään rahaan kohdistuvat vaateet  $x_M$  ja  $x_N$ . Ne ovat kaupankäynnin kohteita vastaavasta syystä kuin rahaan kohdistuvat vaateetkin ovat. Vaikka kumpikin hallitus verottaa ainoastaan oman maansa kotitalouksia on kotitalouksilla insentiivi jakaa veronmaksusta tulevaisuudessa koituvaa riskiä laajemmalle. Tästä syystä myös veronmaksuun kohdistuville vastattaville muodostuu markkinat. Tasapainossa kumpikin hallitus verottaa itse asiassa molempien maiden kuluttajia. Budjettiehto ja likviditeettirajoitus sekä seuraavan periodin reaaliavarallisuus ovat nyt yhtälön (2) mukaiset.

$$(6.2) \text{ (a) } c_h + pc_f + \pi_M M' + \pi_N N' + q_h z'_h + q_f z'_f + r_h x'_h + r_f x'_f \leq w$$

$$\text{(b) } c_h \leq \pi_M [M - T x_h] \text{ ja } c_f \leq \pi_N [N - T^* x_f]$$

$$\text{(c) } w' = \pi'_M M' + \pi'_N N' + (g'_h + y') z'_h + (q'_f + p' y'^*) z'_f$$

$$+ [r'_h + \pi'_M T'] x'_h + [r'_f + \pi'_N T'^*] x'_f$$

Tasapainossa pätee, että

$$(6.3) \quad c_{ht} = c_{hf}^* = y_t - g_t, \quad c_{ft} = c_{ht}^* = y_t^* - g_t^*$$

$$M_t = M_t^* = \bar{M}_t, \quad N_t = N_t^* = \bar{N}_t,$$

$$z_{ht} = z_{ft} = z_{ht}^* = z_{ft}^* = x_{ht} = x_{ft} = x_{ht}^* = x_{ft}^* = 1.$$

Kokonaistuotanto maailmassa on siten  $2y_t$  ja  $2y_t^*$ , rahantarjonta  $2M_t$  ja  $2N_t$ , julkisen vallan kulutus  $2g_t$  ja  $2g_t^*$ . Muiden varallisuusesineiden määrä maailmassa on normeerattu kahdeksi.

Muilta osin malli on samanlainen kuin luvussa 4. Kotimaan kuluttajan ongelmana on maksimoida hyötyfunktioita (4.2) ehdolla budjetti- ja likviditeettirajoitus yhtälössä (2). Ulkomaan kotitaloudella on symmetrinen valintaongelma. Periodin  $t$  stationarisessa ja stokastisessa rationaalisten odotusten tasapainossa endogeeniset muuttujat ovat periodin  $t$  eksogeenisten muuttujien  $s$ ,  $\bar{M}$  ja  $\bar{N}$  funktioita. Arvofunktio  $v(w, M, N, s, \bar{M}, \bar{N})$  saadaan lausekkeen  $u(c_h, c_f) + \beta \int v(w', M', N', s', \bar{M}', \bar{N}') F(s)$  maksimista ehdolla yhtälön (2) rajoitukset. Maksimointi suoritetaan muuttujien  $c_h$ ,  $c_f$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $z_h$ ,  $z_f$ ,  $x_h$  ja  $x_f$  suhteen.

Ensimmäisen kertaluvun ehdot ovat seuraavat:

$$(6.4) \quad (a) \quad c_h \leq \pi_M (\bar{M} - T x_h) \quad [\mu \geq 0] \qquad (b) \quad p c_f \leq \pi_N (\bar{N} - T^* x_f) \quad [\nu \geq 0]$$

$$(c) \quad u_h(y, y^*) = \lambda + \mu \qquad (d) \quad u_f(y, y^*) = (\lambda + \nu) p$$

$$(e) \quad \lambda \pi_M = \beta E[(\lambda' + \mu') \pi'_M] \qquad (f) \quad \lambda \pi_N = \beta E[(\lambda' + \nu') \pi'_N]$$

$$(g) \quad \lambda q_h = \beta E[\lambda' (q h' + y')] \qquad (h) \quad \lambda q_f = \beta E[\lambda' (q f' p y^*)]$$

$$(i) \quad \lambda r_h = \beta E[\lambda' r'_h - (\lambda' + \mu') \pi'_M T']$$

$$(j) \quad \lambda r_f = \beta E[\lambda' r'_f - (\lambda' + \nu') \pi'_N T'^*],$$

missä on hyödynnetty tasapainoehtoja sekä arvofunktion määrittelemän



epäsuoran hyötyfunktion ominaisuuksia:

$$v_w = \lambda, v_M = \mu\pi_M, v_N = \nu\pi_N, v_{xh} = \mu\pi_M T \text{ ja } v_{xf} = \nu\pi_N T^*.$$

Tasapainoa ja julkisen vallan budjettiehtoa käyttäen saadaan ehdot (5a) ja (5b) muotoon:

$$c_h \leq \pi_M \bar{M} - g \quad [\mu \geq 0] \Rightarrow y \leq \pi_M \bar{M}' \quad [\mu \geq 0] \text{ tai } y \leq \omega m \quad [\mu \geq 0]$$

$$pc_f \leq \pi_N \bar{N} - g^* \quad [\nu \geq 0] \Rightarrow y^* \leq \pi_N \bar{N}' \quad [\nu \geq 0] \text{ tai } y^* \leq \omega^* n^* \quad [\nu \geq 0]$$

Valuuttakurssien ja vaihtosuhteen kannalta merkitykselliset yhtälöt ovat nyt seuraavat:

$$(6.5) \text{ (a) } y \leq m \quad [\mu \geq 0], u_h = \lambda + \mu \text{ ja } \lambda = \beta A / \omega m, \text{ missä}$$

$$A = E[u'_h m'] \text{ ja}$$

$$\text{(b) } y^* \leq n^* \quad [\nu \geq 0], u_f = \lambda^* + \nu^* \text{ ja } \lambda^* = \beta A^* / \omega^* n^*, \text{ missä}$$

$$A^* = E[u'_f n^*].$$

Yhtälöstä (5a) voidaan ratkaista  $\lambda(s)$ ,  $\mu(s)$  ja  $m(s)$  ja yhtälöstä (5b)  $\lambda^*(s)$ ,  $\nu^*(s)$  ja  $n^*(s)$ . Tarkastellaan vaihtosuhdetta ja valuuttakurssia kun likviditeettirajoitus on sitova. Vaihtosuhte on yhtälön (6):

$$(6.6) p = eP_f^*/P_h = \lambda^*/\lambda = (A^*/A)(\omega/\omega^*)(m/n) = (A^*/A)(m/n^*)$$

ja valuuttakurssi yhtälön (7):

$$(6.7) e = \pi_N / \pi_M = (n/m)(\bar{M}/\bar{N}^*) = (pn^*/m)(\bar{M}/\bar{N}^*) = (\lambda^* n^*) / (\lambda m)(\bar{M}/\bar{N}^*) \\ = (A^*/A)(\omega/\omega^*)(\bar{M}/\bar{N}^*)$$

mukainen. Yhtälöistä (6) ja (7) nähdään, että vaihtosuhte ja valuuttakurssi ovat riippumattomia julkisen vallan menoista. Ne ovat yhtäpitäviä

luvun 4 vastaavien lausekkeiden 4.19b ja 4.20 kanssa.

Ehkä hiukan yllättäen voidaan myös todeta, että julkisen vallan finanssipolitiikka ei vaikuta korkoihin. Julkisen vallan kulutus ei vaikuta tämän hetken nimellisen varallisuuden rajahyötyyn  $\lambda\pi_M$ . Se ei vaikuta myöskään seuraavan periodin odotettuun nimellisen varallisuuden rahahyötyyn  $E[\lambda'\pi'_M]$ . Sekä nimelliset että reaaliset korot ovat riippumattomia julkisen vallan menoista (vrt. luku 4.3).

### 7. Valuuttakurssit ja vaihtosuhte kun hintojen sopeutumisen on jäykkää ja taloudessa on liikakapasiteettia

Eräs edellä esitetyn teorian heikkous on hintojen välitön sopeutuminen sitä mukaan kun taloudenpitäjät saavat uutta informaatiota. Rahan arvon joustavuutta liioitellaan, sillä se oletetaan yhtä joustavaksi kuin muiden varallisuusesineiden hinnat. On kuitenkin ilmeistä, että todellisuudessa hyödykkeiden hinnat vaihtelevat esim. osakkeiden hintoja tai valuuttakursseja vähemmän. Siksi voidaan perustellusti laajentaa edellä esitettyä monetaarista varallisuusesineiden hinnoittelumallia siten, että hintatason sopeutuminen on pikemminkin jäykkää kuin välitöntä.

Svensson (1986, 1987) tarkastelee luvun 4 mallia soveltamalla siihen Dixitin ja Stiglitzin (Dixit & Stiglitz, 1977) esittämästä monopolistisen kilpailun mallista peräisin olevaa yritysten hinnoittelusääntöä, missä niiden välillä vallitsee monopolistinen kilpailu ja tuotevalikoima on differentioitu. Jostakin syystä hinnat asetetaan (yrityksen omassa valuutassa) yhtä periodia aikaisemmin, ts. ennen kuin tämän hetken talouden tila tunnetaan. Aloitetaan tarkastelu periodilta  $t-1$  ( $t = -1, 0, 1, \dots$ ) Tällöin ennaltamäärätyt hyödykkeiden hinnat,  $P_{ht-1}$  ja  $P_{ft}^*$ , riippuvat ainoastaan periodin  $t$  tilasta, periodin  $t-1$  rahan tarjonnasta,  $\bar{M}_{t-1}$  ja  $\bar{N}_{t-1}^*$ , sekä ennaltamäärätyistä hinnoista  $P_{ht}$  ja  $P_{ft}$ . Koska  $\pi_{Mt} = 1/P_{ht}$ , niin hintayhtälöt voidaan kirjoittaa seuraavasti:

$$(7.1) \text{ (a) } \pi_{Mt+1} = \Pi_M(s_t, \bar{M}_{t-1}, \bar{N}_{t-1}^*, \pi_{Mt}, \pi_{Nt}^*)$$

$$\text{ (b) } \pi_{Nt+1}^* = \Pi_N^*(s_t, \bar{M}_{t-1}, \bar{N}_{t-1}^*, \pi_{Mt}, \pi_{Nt}^*)$$

Hinnoittelu on seurausta yritysten osakkeidensa arvoa maksimoivasta käyttäytymisestä. Jos oletetaan, että talouden tila ei riipu menneisyydestä jolloin  $F(s'|s) = F(s')$ , ei tämän hetken talouden tila sisällä informaatiota tulevista markkinoista. Tälöin myös hyödykkeiden hinnoittelu on jossain määrin riippumatonta tämän hetken tilasta. Lisäksi oletetaan, että taloudessa ei ole rahallisuutta. Periodin  $t+1$  hinnat asetetaan suhteessa periodin  $t$  rahavarantoon. Näin ollen hintayhtälöt, jotka oletetaan stationaarisiksi, ovat yksinkertaisesti seuraavat:

$$(7.2) \text{ (a) } P_{ht+1} = \bar{M}_t/k = \omega_t \bar{M}_{t-1}/k,$$

$$\text{ (b) } P_{ft+1}^* = \bar{N}_t^*/k^* = \omega_t^* \bar{N}_{t-1}^*/k^*,$$

missä vakiot  $k$  ja  $k^*$  saadaan osakkeidensa arvoa maksimoivien koti- ja ulkomaisten yritysten 1. kertaluvun ehdoista (ks. esim. Svensson 1987).

Monopolistisen kilpailun yritykset tuottavat stokastisia, ei-varastoitavissa olevia ja differentoituneita hyödykkeitä. Niiden tuotanto ei voi ylittää ilman kustannuksia stokastista eksogeenista kapasiteetin tasoa, joka on korreloitunutta yritysten kesken. Tuotantokapasiteetin taso koti- ja ulkomailta olkoon  $y_t$  ja  $y_t^*$  ja kokonaistuotanto  $Y_t$  ja  $Y_t^*$ . Kapasiteetti-rajotus on siten seuraava:

$$(7.3) Y_t < y_t \text{ ja } Y_t^* < y_t^*.$$

Koska nimelliset hinnat ovat jäykkiä, eivätkä siten sopeudu markkinoiden tilassa tapahtuviin muutoksiin välittömästi, on hyödykemarkkinoilla ajoittain liikatarjontaa ja liikakysyntää. Koska hyödykkeitä ei voida varastoida voivat tuotanto ja kulutus olla kapasiteetin käyttöastetta pienempiä, jolloin seurauksena on voimavarojen tuhlaus, liikakapasiteetti tai työttömyys.

Rahan tarjonta ja kuluttajien preferenssit molemmissa maissa määräytyvät kuten aikaisemminkin. Koti- ja ulkomaan valuutan tarjonta,  $M_t$  ja  $N_t$ , on siis stokastista ja määräytyy yhtälön 4 perusteella,

$$(7.4) \bar{M}_t = \omega_t \bar{M}_{t-1} \text{ ja } \bar{N}_t^* = \omega_t^* \bar{N}_{t-1}^*,$$

missä  $\omega$  (ja  $\omega^*$ ) on rahan tarjonnan bruttokasvu. Talouden tila periodilla  $t$  olkoon  $s_t = (y_t, y_t^*, \omega_t, \omega_t^*)$ . Oletetaan, että tilat ovat sarjakorrelloimattomia ja riippumattomia, todennäköisyysjakauman ollessa ajan suhteen invariantti ja kertymäfunktion ollessa  $F(s_t)$ . Koti- ja ulkomaan kuluttajien preferenssit ovat identtisiä. Kotimaan kuluttajan preferenssit periodilla  $t$  määräytyvät odotettuun hyötyyn perustuen seuraavasti:

$$(7.5) E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(c_{ht}, c_{t\tau}), \quad 0 < \beta < 1.$$

Hyötyfunktion ominaisuudet ovat kuten luvussa 4. Tarkastellaan seuraavaksi markkinoiden toiminnan ja kuluttajien liiketoimien ajoitusta, joka poikkeaa jonkin verran aikaisemmasta. Kotimaan kuluttajalla on periodin  $t$  alussa hallussaan kuuteen eri varallisuusesineeseen kohdistuvia vaateita: Koti- ja ulkomaan valuuttaan,  $M_{t-1}$  ja  $N_{t-1}$ , ja koti- ja ulkomaan yritysten osakkeisiin,  $z_{ht-1}$  ja  $z_{ft-1}$ , sekä koti- ja ulkomaisiin rahasiirtoihin,  $x_{Mt-1}$  ja  $x_{Nt-1}$ . Notaatio on muutettu luvusta 4 siten, että periodin  $t$  alun vaateita, jotka ovat peräisin edellisen periodin lopusta, merkitään alaindeksillä  $t-1$ . Kuluttajan opittua tuntemaan talouden tilan  $s_t$ , ja saatuaan haltuunsa osuutensa periodin rahan tarjonnan kasvusta rahahyödykemarkkinat avautuvat. Luvussa 4 kuluttaja tiesi periodin rahan tarjonnan bruttokasvun  $\omega$ , mutta ei voinut käyttää rahasiirtoja saman periodin kulutukseen. Kotimaan kuluttajan likviditeettirajoituksen on siten

$$(7.6) \text{ (a) } P_{ht} c_{ht} \leq M_{t-1} + [(1+\omega)\bar{M}_{t-1}]x_{Mt-1}$$

$$\text{ (b) } P_{ft}^* c_{ft} \leq N_{t-1} + [(1+\omega^*)\bar{N}_{t-1}^*]x_{Nt-1}$$

lisäksi kuluttaja kohtaa säännöstelyrajoituksen. Koska nimelliset hinnat ovat jäykkiä, eivätkä sopeudu välittömästi markkinoiden tilaan, valitsee

markkinoilla ajoittain liikatarjonta ja toisinaan liikakysyntä. Kotimaan kuluttajan säännöstelyehto on liikakysyntätilanteessa

$$(7.7) \quad c_{ht} \leq Y_t \text{ ja } c_{ft} \leq Y_t^*$$

Oletetaan, että säännöstely on kohtaa molempien maiden kuluttajia samalla tavalla. Kuluttajien suoritettua liiketoimensa hyödykemarkkinoilla ne sulkeutuvat ja pääomamarkkinat avautuvat. Pääomamarkkinoilla yritysten osakkeisiin kohdistuvien vaateiden mukaiset osingot jaetaan kuluttajille. Yritykset ovat saaneet tulonsa myytyään tuotteitaan hyödykemarkkinoilla. Lisäksi kuluttaja voi käydä kauppaa varalisuusesineillä budjettirajoituksensa (9a) puitteissa

Markkinoiden tasapainoehto olkoon

$$(7.8) \quad c_{ht} = c_{hf}^* = Y_t \leq y_t,$$

$$c_{ft} = c_{ft}^* = Y_t^* \leq y_t^*,$$

$$M_t = M_t^* = \bar{M}_t, \quad N_t = N_t^* = \bar{N}_t,$$

$$z_{ht} = z_{ft} = z_{ht}^* = z_{ft}^* = x_{Mt} = x_{Nt} = x_{Mt}^* = x_{Nt}^* = 1.$$

Kun markkinoilla on liikatarjonta yritykset ovat säännösteltyjä ja se osa kapasiteetista, joka ylittää kysynnän joutuu hukkaan. Kun vallitsee liikakysyntä kuluttajat ovat säännösteltyjä, joten säännöstelyrajoitus voidaan kirjoittaa siten, että  $c_{ht} = Y_t \leq y_t$ .

Kotimaan kuluttaja maksimoi hyötyfunktioita 4 ehdolla budjettiehto, likviditeetti- ja säännöstelyrajoitus yhtälössä 9 (alaindeksi -1 viittaa periodiin  $t-1$ ,  $M_{-1}$  ja  $N_{-1}$  ovat edelliseltä periodilta peräisin olevat käteiskassat kuluttajan alkuvarannossa):

$$(7.9) \quad (a) \quad c_h + pc_f + \pi_M M + \pi_N N + q_h z_h + q_f z_f + r_M x_M + r_N x_N \leq w$$

$$(b) \quad w' = \pi'_M M + \pi'_N N + (g_h + Y)z'_h + (q_f + pY^*)z'_f +$$

$$[r'_M + \pi'_M(\omega' - 1)\bar{M}]x'_M + [r'_N + \pi'_N(\omega^* - 1)\bar{N}^*]x'_N,$$

$$(c) \quad c_h \leq \pi_M [M_{-1} + (\omega - 1)\bar{M}_{-1}x_{M,-1}],$$

$$(d) \quad c_f \leq \pi_N [N_{-1} + (\omega^* - 1)\bar{N}^*_{-1}x_{N,-1}]$$

$$(e) \quad c_h \leq y \quad \text{ja} \quad (f) \quad c_f \leq y^*.$$

Edellä määriteltyyn stokastiseen stationaariseen tasapainoon kohdistuvan maksimointiongelman ratkaisuun liittyvä arvofunktiio on

$v(w, M_{-1}, N_{-1}, s, \bar{M}_{-1}, \bar{N}^*_{-1})$ . Arvofunktion määrittelee maksimi lausekkeesta  $u(c_h, c_f) + \beta \int v(w', M, N, s', \bar{M}, \bar{N}^*) dF(s)$ , missä maksimointi tapahtuu muuttujien  $(c_h, c_f, M, N, z_h, z_f, x_M, x_N)$  suhteen ehdolla rajoitukset yhtälössä 9.

Olkoon  $\lambda$ ,  $\mu_h$ ,  $\mu_f$ ,  $\nu_h$  ja  $\nu_f$  yhtälön 7 oikealla puolella olevaan maksimointiongelmaan liittyvät Lagrangen kerroinvektorit rajoituksille 9a, 9b ja 9c-f. Koska arvofunktiio määrittelee epäsuoran hyötyfunktion pätee, että

$$v_w = \lambda, \quad v_M = \mu_h \pi_M, \quad v_N = \mu_f \pi_N, \quad v_{xM} = \mu_h \pi_M (\omega - 1) \bar{M}_{-1} \quad \text{ja}$$

$$v_{xN} = \mu_f \pi_N (\omega^* - 1) \bar{N}^*_{-1}.$$

Ensimmäisen kertaluvun ehdot ovat

$$(7.10) \quad (a) \quad c_h \leq \pi_M M \quad [\mu_h \geq 0], \quad (b) \quad pc_f \leq \pi_N N^* \quad [\mu_f \geq 0],$$

$$(c) \quad c_h \leq y \quad [\nu_h \geq 0], \quad (d) \quad pc_f \leq y^* \quad [\nu_f \geq 0],$$

$$(e) \quad u_h(y, y^*) = \lambda + \mu_h + \nu_h,$$

$$(f) \quad u_f(y, y^*) = \lambda p + \mu_f p + \nu_f p,$$

$$(g) \quad \lambda \pi_M = \beta E[(\lambda' + \mu_h') \pi'_M],$$

$$(h) \quad \lambda \pi_N = \beta E[(\lambda' + \mu_f') \pi'_N],$$

$$(i) \lambda q_h = \beta E[\lambda'(q_h' + Y')], \quad (j) \lambda q_f = \beta E[\lambda'(q_f' + pY^*)],$$

$$(k) \lambda r_M = \beta E[\lambda' r'_M + \pi'_M (\omega' - 1) \bar{M}'],$$

$$(l) \lambda r_N = \beta E[\lambda' r'_N + \pi'_N (\omega^* - 1) \bar{N}^*].$$

Ensimmäisen kertaluvun ehdot 10a-h saadaan markkinoiden tasapainoehdon ja hinnoitteluyhtälöiden 2 avulla seuraavaan muotoon:

$$(7.11) \quad (a) \quad c_h \leq k\omega \quad [\mu_h \geq 0],$$

$$(b) \quad c_h \leq y \quad [\nu_h \geq 0],$$

$$(c) \quad u_h(c_h, c_f) = \lambda + \mu_h + \nu_h$$

$$(d) \quad \lambda = A/\omega, \text{ missä}$$

$$A = \beta E[\lambda' + \mu_h']$$

ja

$$(7.12) \quad (a) \quad pc_f \leq k^*\omega^* \quad [\mu_f^* \geq 0],$$

$$(b) \quad c_f \leq y^* \quad [\nu_f^* \geq 0],$$

$$(c) \quad u_f(c_h, c_f) = \lambda^* + \mu_f^* + \nu_f^*$$

$$(d) \quad \lambda^* = A^*/\omega^*, \text{ missä}$$

$$A^* = \beta E[\lambda^{*'} + \mu_f^{*'}].$$

Yhtälöryhmästä 11 voidaan ratkaista endogeeniset muuttujat  $c_h$ ,  $\lambda$ ,  $\mu_h$  ja  $\nu_h$  eksogeenisten muuttujien  $y$  ja  $\omega$  sekä ulkomaisten hyödykkeiden kulutuksen  $c_f$  funktioina. Vastaavasti yhtälöryhmästä 12 voidaan  $c_f$ ,  $\lambda^*$ ,  $\mu_f^*$  ja  $\nu_f^*$  ratkaista muuttujien  $y^*$ ,  $\omega^*$  ja  $c_h$  funktioina. Myös muut en-

dogeeniset muuttujat, kuten vaihtosuhte ja valuuttakurssi, voidaan ratkaista yhtälöryhmistä 11 ja 12. Ne määrittelevät lisäksi  $(y, \omega)$ -tasossa (ja  $(y^*, \omega^*)$ -tasossa) kolme aluetta, jotka vastaavat markkinoilla kulloinkin vallitsevaa tilaa. Tarkastellaan kotimaan hyödykkeen markkinoita ja oletetaan, että

$$(7.13) \quad \epsilon_{u_h}(c_h, c_f) / \epsilon_{c_h} < 1$$

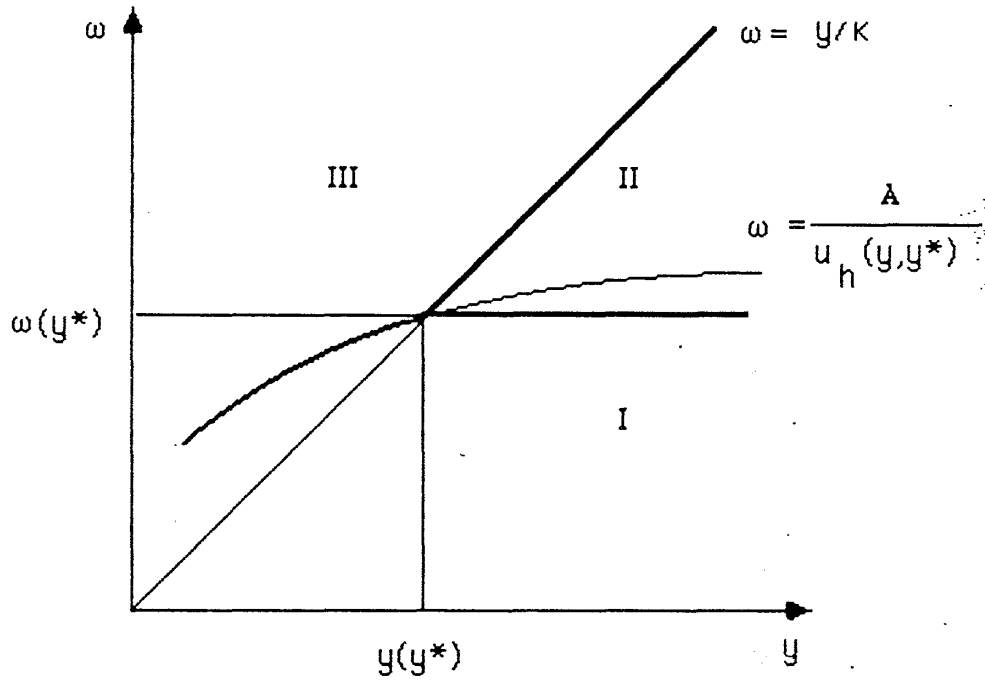
missä  $\epsilon_y / \epsilon_x$  viittaa osittaisen joustoon  $(x/y)(\partial y / \partial x)$ . Kotimaan hyödykkeen kulutuksen rajahyödyn jousto suhteessa kotimaan hyödykkeen kulutukseen on pienempi kuin yksi. Määritellään kriittisten rajat kotimaan kulutukselle  $y(y, y^*)$  ja rahaekspansiolle  $\omega(y, y^*)$ , jolloin sekä säännösteilyehto että likviditeettirajoitus ovat sitovia ja vastaavat Lagrangen kertoimet ovat nollia. Saadaan yhtälö

$$(7.14) \quad \omega = A / u_h(y, y^*) \quad \text{ja} \quad \omega = y / k,$$

mikä määrittelee implisiittisesti kriittiset rajat  $(y(y^*), \omega(y^*))$  kuviossa 1:



Kuvio 7.1 Tasapaino



Alueen I määrittelee ehto  $\omega \leq \min(A/u_h(y, y^*), \omega(y^*))$ , jolloin pätee, että

$$(7.15) \text{ (a)} \quad c_h \leq \min(k\omega, y),$$

$$\lambda = A/\omega \text{ ja } \mu_h = \nu_h = 0.$$

Alueella II  $y \geq y(y^*)$  ja  $\omega(y^*) \leq \omega \leq y/k$ , jolloin

$$(7.15) \text{ (b)} \quad c_h = k\omega \leq y,$$

$$\lambda = A/\omega,$$

$$\nu_h = u_h(c_h, c_f) - \lambda \geq 0 \text{ ja } \mu_h = 0.$$

Alueen III määrittelee ehto  $\omega \geq \max(A/u_h(y, y^*), y/k)$ , jolloin

$$(7.15) \text{ (c)} \quad c_h = y \leq k\omega$$

$$\lambda = A/\omega,$$

$$\mu_h = u_f(c_h, c_f) - \lambda \geq 0 \text{ ja } \nu_h = 0.$$

Alueella I vallitsee liikatarjonta, likviditeetti- ja säännöstelyrajoitus eivät ole sitovia. Sekä reaalikassojen rajahyödyn että säännöstelyehdon kertoimet ovat nolli. Kulutuksen rajahyöty on yhtä suuri kuin varallisuuden rajahyöty. Alueella II on edelleen liikatarjontaa, mutta likviditeettirajoitus on sitova. Reaalikassojen rajahyöty on positiivinen ja varallisuuden rajahyöty on pienempi kuin kulutuksen rajahyöty. Alueella III vallitsee liikakysyntä ja säännöstelyehto on sitova. Reaalikassojen rajahyödyn kerroin on positiivinen ja varallisuuden rajahyöty on pienempi kuin kulutuksen rajahyöty.

Tarkastellaan  $(y, \omega)$ -tason pistettä joka on alueella II. Oletetaan, että rahan tarjonta kasvaa mutta kapasiteetti pidetään vakiona. Tällöin piste alueella I liikkuu ylöspäin. reaalikassat ja kulutus lisääntyvät. Rahaekspansion ollessa riittävän suuri, kotimaan hyödykkeen kulutus kohtaa kapasiteettirajoituksen ja piste saavuttaa alueen III. Jos rahan tarjonta jatkaa kasvuaan syntyy hyödykemarkkinoilla liikakysyntätilanne ja piste siirtyy alueelle III.

Alueella I vallitsee kotimaan hyödykkeen liikatarjonta ja kummatkaan rajoitukset eivät ole sitovia. Tarkastellaan pistettä pistettä tällä alueella. Miksi kotimaan hyödykkeen kulutus on niin alhaisella tasolla? Rahan tarjonnan kasvu on alueella I suhteellisen alhaisella tasolla (eli

kriittistä tason  $\omega(y^*)$  alapuolella). Seuraavan periodin hintataso riippuu tämän hetken rahavarannosta ja rahaekspansioista. Tämän hetken hintataso on ennalta määrätty ja riippuu edellisen periodin rahavarannosta. Bruttoinflaatioaste

$$(7.16) P'_h/P_h = (\omega \bar{M}_{-1}/k)/(\bar{M}_{-1}/k) = \omega$$

on siten verrattain alhainen. Kotimaan rahan kokonaistuotto on korkea ja kuluttajat pitävät hallussaan suuria kotimaisia reaalikassoja ja kuluttavat kotimaan hyödykettä vastaavasti vähemmän. Oletetaan nyt, että kotimaan rahan tarjonta lisääntyy ja piste alueella I siirtyy ylöspäin.

Kotimainen inflaatioaste nousee ja kotimaan rahan tuotto laskee. Kotimaan kuluttaja vähentää kotimaisia reaalikassojaan ja lisää kotimaan hyödykkeiden kulutusta. Jos kapasiteetti on kotimaassa alhainen eli kriittisen tason  $y(y^*)$  vasemmalla puolella tulee kapasiteettirajoitus ennen pitkää sitovaksi ja piste saavuttaa alueen III, missä vallitsee liikkisyntä ja täysi kapasiteetti. Kapasiteettirajoitus on sitova mutta likviditeettirajoitus ei. Jos sen sijaan ollaan korkean kapasiteetin tasolla eli kriittisen tason  $y(y^*)$  oikealla puolella tulee likviditeettirajoitus ennen pitkää sitovaksi ja piste saavuttaa alueen II. Kotimaan tuotanto ja reaalikassat ovat samansuuruisia. Kotimaan rahan tarjonnan lisääntyessä edelleen sekä kotimaiset reaalikassat että kotimaan hyödykkeen kulutus kasvavat. Kulutus kasvaa enemmän mikäli substituutiovaikutus dominoi. Tämä edellyttää korkeaa intertemporaalisen substituution astetta. Likviditeettirajoitus tulee ennen pitkää sitovaksi ja piste liikkuu alueelle II.

Ulkomaan hyödykkeen markkinoilla oletetaan vastaavasti, että

$$(7.17) \quad \epsilon u_f(c_h, c_f) / \epsilon c_f < 1.$$

Ulkomaisen tuotannon (kapasiteetin) ja rahaekspansioon kriittiset tasot  $y^*(y)$  ja  $\omega^*(y)$  ovat symmetrisesti

$$(7.18) \quad \omega^* = A^*/u_f(c_h, c_f) \text{ ja } \omega^* = y^*/k^*.$$

## 7.1 Vaihtosuhte ja valuuttakurssi

Vaihtosuhte voidaan kirjoittaa määritelmänsä ja yhtälöiden 11d ja 12d avulla seuraavasti:

$$(7.19) \quad p = eP_h/P_f^* = \lambda^*/\lambda = (A^*/A)(\omega/\omega^*).$$

Valuuttakurssi on edellisen ja hinnoitteluyhtälön 2 perusteella seuraava:

$$(7.20) \quad e = \pi_N/\pi_M = p\pi_N^*/\pi_M = (A^*k/Ak^*)(\omega\bar{M}_{-1}/\omega^*\bar{N}_{-1}) \\ = (A^*k/Ak^*)(\bar{M}/\bar{N})$$

Vaihtosuhteen funktio on  $p(\omega, \omega^*)$  eli se riippuu koti- ja ulkomaisesta rahaekspansioista. Valuuttakurssi riippuu vakioiden  $A, A^*, k$  ja  $k^*$  lisäksi periodin lopun rahan tarjonnan määrästä eli myös periodin rahan tarjonnan kasvusta koti- ja ulkomailta.

Yhtälöstä (20) nähdään, että ulkomainen rahaekspansio alentaa suoraan valuuttakurssia eli nostaa kotimaan valuutan arvoa. Hyödykemarkkinoiden hintojen ollessa ennaltamäärätyt kotimaan vaihtosuhte paranee suhteessa ulkomaiseen rahan tarjonnan kasvuun ja kotimaan hyödykkeet kallistuvat vastaavasti. Kuluttajat siirtyvät pois kotimaan hyödykkeestä jolloin kotimaan hyödykkeen kysyntä ja tarjonta laskevat. Kuinka paljon, se riippuu siitä ovatko koti- ja ulkomaan hyödykke Edgeworth-Pareto-komplementteja vai -substituutteja mikä puolestaan riippuu kulutuksen intertemporaalisen ja intratemporaalisen substituution erosta. Tarkastellaan seuraavaa sisäkkäistä CES-hyötyfunktioita:

$$(7.21) \quad u(c_h, c_f) = U(c_h, c_f)^{1-1/r} / (1-1/r), \text{ kun } r > 0, r \neq 1, \text{ ja} \\ u(c_h, c_f) = \log U(c_h, c_f), \text{ kun } r = 1, \text{ missä} \\ U(c_h, c_f) = [ac_h^{1-1/s} + (1-a)c_f^{1-1/s}]^{1-1/s}, \text{ kun } s > 0, s \neq 1, \text{ ja} \\ U(c_h, c_f) = c_h^a c_f^{1-a}, s=1.$$

Hyötyfunktiossa  $r$  viittaa intertemporaaliseen ja  $s$  intratemporaaliseen substituutiojouktoon. Edelleen laskemalla

$$\begin{aligned}
 u_h &= 1 - 1/r U^{1-1/r-1} / 1 - 1/r = U^{1/r} U_h, \quad u_f = U^{-1/r} U_f \\
 U_h &= U^{1/s} a c_h^{-1/s}, \quad U_f = U^{1/s} (1-a) c_f^{-1/s} \text{ ja} \\
 \epsilon u_h / \epsilon c_h &= (c_h / u_h) u_{hh} = (c_h / U_h) U^{-1/r} [(-1/r) U^{-1/r-1} U_h U_h + U^{-1/s} U_{hh}] \\
 &= -1/r (c_h / U) U_h + (c_h / U_h) U_{hh}, \text{ joten} \\
 \epsilon u_h / \epsilon c_h &= -(\epsilon U / \epsilon c_h) / r + \epsilon U_h / \epsilon c_h, \quad \epsilon U / \epsilon c_f = c_h U_h / U = \alpha_h \\
 \epsilon u_h / \epsilon c_f &= -(\epsilon U / \epsilon c_f) / r + \epsilon U_h / \epsilon c_f, \quad \epsilon u / \epsilon c_f = c_f U_f / U = \alpha_f \\
 (U &= U_h c_h + U_f c_f \Rightarrow \alpha_h + \alpha_f = 1), \text{ ja siis} \\
 \epsilon U_h / \epsilon c_h &= (c_h / U_h) U_{hh} = (1/s) (c_h / U) U_h - (1/s) = (1/s) (\alpha_h - 1) = -\alpha_f / s, \\
 \epsilon U_h / \epsilon c_f &= -\alpha_f / s, \text{ joten saadaan} \\
 \epsilon u_h / \epsilon c_f &= -(\epsilon U / \epsilon c_h) / r + \epsilon U_h / \epsilon c_h = -\alpha_h / r - \alpha_f / s = -(s\alpha_h + r\alpha_f) / rs, \\
 \epsilon u_h / \epsilon c_f &= -(\epsilon U / \epsilon c_f) / r + \epsilon U_h / \epsilon c_f = -\alpha_f / r - \alpha_f / s = \alpha_h (r-s) / rs, \text{ ja siis}
 \end{aligned}$$

$$(7.22) \text{ sign } u_{hf} = \text{sign } (r - s)$$

Kuluttajat vähentävät kotimaan hyödykkeen kulutustaan intratemporaalisen substituutiojouktoon  $s$  verran. Mutta yritysten hinnoittelupolitiikasta johtuen ulkomainen rahan tarjonnan kasvu johtaa seuraavan periodin ulkomaisten hyödykkeiden suhteelliseen hinnan nousuun ulkomaan valuutas-  
sa. Ulkomaiset nimelliskorot eivät muutu, joten seuraavan periodin hyödykkeet tulevat suhteessa tämän periodin hyödykkeitä kalliimmiksi. Tämä merkitsee, että tämän periodin kulutus tulee seuraavan periodin kulutusta houkuttelevammaksi. Tämä merkitsee intertemporaalisen substituution jouktoon  $r$  verran tämän periodin kulutuksen ja tuotannon nousua. Nettovaikutus riippuu erotuksesta  $r-s$ .

Svensson (Svensson ja van Wijnbergen, 1987) vertaa saatua tulosta klassiseen Mundellin ja Flemingin malliin. Ulkomaisen rahan tarjonnan kasvu vaikuttaa ensin kotimaan valuutan arvoa alentavasti vaikuttaen myös koti- ja ulkomaiseen hyödykkeen suhteellisiin hintoihin. Tämä johtaa substituutioon pois kotimaan hyödykkeen kulutuksessa ja kotimaan hyödykkeen tuotannon laskuun. Tämä tulos saadaan myös Mundell-Fleming-mallista. Ulkomaisen rahan tarjonnan lisäyksellä on lisäksi toinen vaikutus: se nostaa ulkomaista inflaatiota, mikä vaikuttaa hyödykkeiden

tämän hetken ja seuraavan periodin intertemporaaliseen hintasuhteeseen alentamalla ulkomaista reaalikorkoa. Tämän hetken kulutus ja tuotanto nousee. Jälkimmäinen kanava puuttuu Mundell-Fleming-mallista tai ensimmäinen vaikutus on aina dominoiva. Svensson toteaa, että huolellinen mikrotalouden pohjalta lähtevä varallisuuden kysynnän ja varallisuusesineiden hinnoittelun huomioiva tarkastelu osoittaa, että Mundell-Fleming-mallissa käytetty ad hoc rahan kysyntäfunktio rajoittaa keinotekoisesti tuloksia.

## 7.2 Kauppatase, korot, valuuttakurssi ja monetaariset häiriöt

Svensson (1987) tarkastelee eo. mallin puitteissa finanssipolitiikan stokastisen häiriön vaikutuksia maasta toiseen (tuotantoon ja kauppataseeseen). Svensson (Svensson ja van Wijnbergen, 1987) tarkastelee rahapolitiikan häiriöiden vaikutuksia tuotantoon. Tarkastellaan tässä kotimaan rahapolitiikan häiriöiden vaikutuksia ulkomaan kauppataseeseen. Tasapainon määrittävien yhtälöiden 11 ja 12 avulla voidaan kirjoittaa (ositais-) funktiot kulutukselle ja tuotannolle seuraavasti:

$$(7.23) \text{ (a) } c_h = \tilde{C}_h(y, \omega, c_f)$$

$$\text{ (b) } c_f = \tilde{C}_f(y^*, \omega^*, c_h)$$

Esimerkiksi, jos ulkomaan kulutus on annettu riippuu kotimaan kulutus ainoastaan kotimaan kapasiteetista ja rahaekspansioista, mutta ei ulkomaan kapasiteetista tai rahaekspansioista. Yhtälöstä 23 voidaan kotimaan ja ulkomaan hyödykkeen kulutus olettaen, että ratkaisu on yksikäsitteinen

$$(7.24) \text{ (a) } c_h = C_h(y, y^*, \omega, \omega^*)$$

$$\text{ (b) } c_f = C_f(y, y^*, \omega, \omega^*).$$

Koti- ja ulkomaan kulutus ovat talouden tilan  $s = (y, y^*, \omega, \omega^*)$  funktioita. Tasapainossa pätee, että

$$(7.25) \text{ (a) } C_h(y, y^*, \omega, \omega^*) = Y(y, y^*, \omega, \omega^*) = Y$$

$$\text{(b) } C_f(y, y^*, \omega, \omega^*) = Y^*(y, y^*, \omega, \omega^*) = Y^*$$

Yhtälöistä 23 - 25 voidaan ratkaista esimerkiksi kotimaisen rahan tarjonnan häiriöiden vaikutus ulkomaan tuotantoon derivaatan  $\partial Y^*/\partial \omega$  avulla.

Saadaan

$$(7.26) \text{ (a) } Y_\omega^* = C_{fg} = C_{gh} C_{h\omega}, \text{ missä}$$

$$\text{(b) } C_{h\omega} = \tilde{C}_{h\omega} / \Delta \text{ ja}$$

$$\Delta = 1 - C_{hf} C_{fh}.$$

Ulkomaan kauppataase (koska  $c_h^* = c_f$ )

$$(7.27) X^* = c_f - c_h/p$$

on yhtälön 24 ja vaihtosuhteen funktion  $p(\omega, \omega^*)$  perusteella talouden tilan  $s$  funktio siten, että  $X^* = X^*(y, y^*, \omega, \omega^*)$ , joten sijoittamalla yhtälöstä 23 saadaan kauppataaseyhtälö 27 seuraavaan muotoon:

$$(7.27') X^* = C_f(y^*, \omega^*, c_h) + C_h(y, \omega, c_f)/p(\omega, \omega^*).$$

Tarkastellaan seuraavaksi kotimaan rahantarjonnan muutoksen vaikutusta ulkomaan kauppataaseeseen. Differentioimalla  $X^*$   $\omega$ :n suhteen saadaan, että

$$(7.28) X_\omega^* = \tilde{C}_{h\omega} / \Delta [ \tilde{C}_{fh} - \tilde{C}_{h\omega} \tilde{C}_{fh} / p ] + p_\omega \tilde{C}_h / p^2(\omega, \omega^*), \text{ sillä}$$

$$C_{h\omega} = \tilde{C}_{h\omega} / \Delta \text{ ja } \Delta = 1 - \tilde{C}_{hf} \tilde{C}_{fh} \text{ (26b):n mukaan.}$$

Talouden eri regiimeissä pätee yhtälöryhmän 15 ja yhtälön 23 perusteel-

la, että

$$(7.30) \quad U : u_h(c_h, c_f) = \lambda = A/\omega \Rightarrow u_h + \omega u_{hh} \tilde{C}_{hw} = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{C}_{hw} = -\lambda/u_{hh} \omega > 0 \quad \text{ja}$$

$$U : \quad u_{hh} \tilde{C}_{hf} + u_{hf} = 0.$$

$$\Rightarrow \tilde{C}_{hf} = -u_{hf}/u_{hh}$$

$$U^* : u_f(c_h, c_f) = \lambda^* \Rightarrow u_{fh} + u_{ff} \tilde{C}_{fh} = 0 \Rightarrow$$

$$\tilde{C}_{fh} = -u_{fh}/u_{ff} > 0 \quad \text{tai} < 0$$

$$L : \tilde{C}_{hw} = k, \quad \tilde{C}_{hf} = 0, \quad L^* : \tilde{C}_{fh} = 0$$

$$F : \tilde{C}_{hw} = 0, \quad \tilde{C}_{hf} = 0, \quad F^* : \tilde{C}_{fh} = 0$$

ja

$$\Delta = 1 - \tilde{C}_{hf} \tilde{C}_{fh} \Rightarrow$$

$$\Delta = 1 - u_{hf}^2/u_{hh}u_{ff} > 1, \quad \text{alueilla } U, U^*$$

1, muualla.

Yhdistämällä (yhtälöt 28 ja 30) saadaan ulkomaan vaihtotaseen ja kotimaan rahan tarjonnan muutoksen välille seuraavanlainen riippuvuus:

(7.31) X*	U*	L*	F*
U	±	±	±
L	±	±	±
F	+	+	+

Ulkomaan kauppataase paranee kun kotimaan talous on täyden kapasiteetin alueella, jolloin sekä likviditeetti- että kapasiteettirajoitus ovat sitovia,



riippumatta siitä missä tilassa ulkomaan talous on. Muulloin kauppatase voi parantua tai huonontua.

Tarkastellaan lopuksi nimellis- ja reaalikorkoja ja rahapolitiikkaa. Kuten luvussa 4.3 ja koska  $P_h = 1/\pi_M$ , niin

$$(7.32) \quad (a) \quad 1+i = (\lambda/P_h)(\beta E[\lambda'/P_h'])$$

$$(b) \quad 1+i^* = (\lambda^*/P_f^*)(\beta E[\lambda^*/P_f^*]),$$

josta edelleen (16):stä ja  $\lambda$ :n määritelmän (15) avulla saadaan nimellisen koron lausekkeeksi yhtälö (33):

$$(7.33) \quad (a) \quad 1+i = 1/\beta E[1/\omega']$$

$$(b) \quad 1+i^* = 1/\beta E[1/\omega'^*].$$

Yhtälöstä (33) nähdään, että

$$(7.34) \quad i_\omega = 0 \quad \text{ja} \quad i_{\omega^*}^* = 0,$$

Sekä koti- että ulkomaiset korot ovat riippumattomia kotimaan rahaekspansioista. Väliaikainen kotimainen monetaarinen häiriö vaikuttaa yhtä paljon seuraavan periodin hintoihin (7.2a). Tämä alentaa seuraavan periodin kotimaisen rahan likviditeettipalvelujen määrää, mutta samassa suhteessa kuin se alentaa kotimaan rahassa mitatun nimellisen varallisuuden rajahyötyä. Näin ollen obligaatiot että raha ovat sijoittajan kannalta yhtä houkuttelevia ja nimellinen korkotaso ei muutu (koska 4.14c on voimassa). Ulkomaan hintataso riippuu ainoastaan ulkomaisesta rahaekspansioista, joten kotimainen ekspansio ei siihen vaikuta ja eo. pätee myös ulkomaisille nimelliskoroille.

Reaalikoroille pätee yhtälö (4.15), josta (33):n avulla

$$(7.35) \quad 1+r = (1+i)/\omega \quad \text{ja} \quad 1+r^* = (1+i^*)/\omega^*.$$

Väliaikainen monetaarinen ekspansio vaikuttaa reaalikorkoihin, sillä varallisuuden rajahyöty,  $\lambda=A/\omega$ , muuttuu. Odotettu seuraavan periodin varallisuuden rajahyöty,  $E\lambda' = AE[1/\omega']$  ei kuitenkaan muutu, joten kotimainen rahaekspansio ei vaikuta ulkomaiseen reaalikorkoon, mutta alentaa kotimaista reaalikorkoa.

## 8 Lopuksi

Dornbusch (1988) liittää tasapainolähestymistavan monetaarisen maksutaseteorian perinteeseen tyrmäten sen erittäin voimakkein sanoin: "tasapainolähestymistavalla valuuttakurssiteoriaan ei ole tulevaisuutta koska siltä puuttuu toisaalta klassisen koulukunnan tekniset haasteet ja toisaalta empiirinen tuki". Oletuksina ovat kaikkien markkinoiden välitön sopeutuminen ja ostovoimapariteetin voimassaolo yli ajan. Tasapainolähestymistavan tarjoama selitys reaalisten valuuttakurssien suuriin muutoksiin ovat muutokset tuotanto- ja kulutusteknologiassa. On kuitenkin kyseenalaista voidaanko niillä selittää näin suuria muutoksia kurseissa.

Uuden klassisen koulukunnan ja jossain määrin myös tasapainolähestymistavan teoriat nojaavat voimakkaasti mikroteoriaan, hyödyn maksimointiin ja budjettirajoituksen spesifointiin sekä rationaalsiin odotuksiin. Uusi klassinen koulukunta kiinnittää erityistä huomiota rahan rooliin ja sen kysynnän tuomiseen malliin lähinnä transaktioteknologiaa hyväksi käyttäen. Myös intertemporaalinen kulutus- ja investointi-teknologia kuuluvat oleellisena osana malleihin. Näin johdetut käyttäytymisyhtälöt heijastelevat siten budjettirajoitusta sekä inter- ja intratemporaalisia muutoksia suhteellisissa hinnoissa, kulutuksessa ja säästamisessä. Mallit on kuitenkin saatettava lopulliseen suljettuun muotoonsa olettamalla jotain siitä kuinka markkinat toimivat, esim. hintojen ja palkkojen jäykkyys lyhyellä aikavälillä. Dornbusch kohdistaa kritiikkinsä erityisesti maksimointimalleissa oleviin ad hoc piirteisiin kuten transaktiolähestymistapaan rahan kysynnän määrittämisessä ja likviditeettirajoitukseen toisaal-

ta. Dornbusch käyttää termiä olettaa tiukasti ("assume rigorously") kuvatessaan tapaa, jolla ad hoc oletukset tehdään alemmalla (hyötyfunktiossa tai budjettirajoituksessa) tasolla ja sen jälkeen vedetään tiukasti johtopäätökset tältä pohjalta. Makrotaloudellisessa lähestymistavassa ad hoc oletukset tehdään suoraan käyttäytymisyhtälöitä, kuten rahan kysyntää, määrättäessä.

Onkin todettava, että mallin elegantti muotoilu ei sinänsä voi olla sen hyvyyden mittari, valuuttakurssien määräytymisen malleja on tarkasteltava vallitsevan todellisuuden näkökulmasta. Tässä suhteessa kaikilla lähestymistavoilla on puutteensa. Todellisuuden ja mallien suhdetta voidaan tarkastella ensikädessä relevanttien aika-sarjojen kuvailulla. Havainnot generoiva prosessi eli kaikkien niiden stokastisten prosessien ominaisuudet, joiden oletetaan vaikuttavan valuuttakursseihin, tulisi kartoittaa. Tämän jälkeen voidaan esittää ne mallit, jotka ovat ainakin jossain suhteessa konsistentteja aineiston joidenkin piirteiden kanssa. Keskustelu tulisi kohdistaa mallien niihin piirteisiin jotka ovat toisaalta yhdenmukaisia aineiston kanssa ja toisaalta siitä poikkeaviin piirteisiin, tällöin vertailu erilaisten mallien välillä tulisi mahdolliseksi.

Vapaasti kelluvien ja reaalisten valuuttakurssien tarkastelu tältä pohjalta ei ole ongelmatonta. Ensinnäkin kelluvien kurssien periodit, ilman viiranomaisten interventioita ovat harvoja ja lyhyitä, toiseksi tarkasteltavat maiden talouspolitiikat eroavat toisistaan, kolmanneksi odotusten, joiden merkitys valuuttamarkkinoilla on tunnustettu merkittäväksi, mallittamisessa joudutaan käyttämään havaitsemattomia suureita. Näin ollen ei ole lainkaan yllättävää, että teoriasta johdettujen mallien ekonometriset spesifikaatiot ovat toimineet huonosti (ks. esim. Meese & Rogoff, 1983, 1985 ja Levich, 1986).

Koska valuuttakurssien muutokset ovat huonosti ennustettavissa ja niiden vaihtelun ollessa suurta, on valuuttakursseista käytävä keskustelu kääntynyt kysymykseen kiinteiden vs. kelluvien kurssien järjestelmien haluttavuudesta. Valuuttakurssiregiimin optimaalinen valinta riippuu perimmäisistä markkinoiden hintamuutosten hyvinvointivaikutuksista. Nämä puolestaan riippuvat vallitsevasta taloudellisesta ympäristöstä. Kysymys

on yleisemmin aktiivisesta vs. rajoitetusta interventioista valuuttamarkkinoilla. Erimielisyydet liittyvät käsityksiin maailman talouden tilasta ja siihen vaikuttavista tekijäistä ja erityisesti "spekulatiivisen" valuuttauksen hyvinvointivaikutuksista. Spekulaation katsotaan olevan "destabiloivaa" ja "ei-haluttavaa", koska se aiheuttaa kurssien "liiallista" vaihtelua ja poikkeamia kurssin "luonnollisesta" tasosta. Teorian ja havaintojen välinen ristiriita on poikunut esityksiä valuuttakurssijärjestelmän muuttamiseksi. Aktiivisemmän politiikan kannattajat näkevät nykyiseen järjestelmään liittyvän seuraavia haittoja: (1) kurssien vaihtelu lisää kuluttajien ja yritysten suunnittelukustannuksia, (2) valuuttakurssien muutokset johtavat suoraan suhteellisten hintojen muutoksiin ja siten tulojen uudelleen jakautumiseen, (3) kurssien suuret muutokset edistävät eri maiden talouspoliittisten päätösten vaikutusten kulkeutumista maasta toiseen.

Yksityisiä kustannuksia nostava vaikutus lienee kiistaton (kohta 1). Sen sijaan vallitsevien kurssien hyvinvointivaikutuksia on vaikeampi selvittää. Ensiksikin kurssimuutosten reaalisista vaikutuksista (kohdat 2 ja 3 edellä) voidaan katsoa johtuvan, että nykyiset kurssit eivät ole optimaalisella tasolla. Ts. yhteiskunnalla olisi toisenlaisen politiikan vallitessa mahdollisuus siirtyä nykyistä tehokkaampaan resurssien allokaation tilaan. Toiseksi tasapainovaluuttakurssit eivät välttämättä määräydy kokonaan talouden perusmuuttujien eli "fundamentaalien" perusteella. Puhastaasti ulkoinen informaatio ja odotuksiin vaikuttavat tekijät voivat olla osasyynä kurssimuutoksiin. Ns. spekulatiivisten kuplien olemassaolo voi selittää jyrkkiä kurssimuutoksia sisältävää kehitystä, mutta niidenkään hyvinvointivaikutukset eivät ole itsestään selviä. Uutisten ja kuplien olemassaolo ei kuitenkaan poista perusmuuttujien selitysvoimaa. Lisäksi on epätodennäköistä ovatko ne olleet määrävänä tekijänä viimeaikojen kurssivaihteluissa, ks. Singleton (1987), missä tarjotaan yksi selitys vallitsevaan teoriaan ja empiirian ristiriitaan. Jos markkinoilla vallitsee epätäydellinen ja heterogeeninen informaatio talouden tilasta ja epävarmuuden spesifiointi heijastelee politiikanteon monimutkaisuutta, niin valuuttakurssien aikasarjaominaisuudet voivat poiketa voimakkaasti malleista joissa taloudenpitäjillä on täydellinen informaatio ja politiikkamuuttujat seuraavat yksinkertaista lineaarista stokastista prosessia.

## LÄHTEET

BAUMOL W J (1952): The transaction demand for cash: An inventory theoretic approach, Quarterly Journal of Economics, vol. 66, s. 545-556.

BLUNDELL-WIGNALL A & MASSON P R (1985): IMF Staff Papers, March 1985, s.132-159.

CAMPBELL J Y & CLARIDA R H (1987): The dollar and real interest rates, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 27, s.103-140.

CALVO G & RODRIQUEZ C (1977): A model of exchange rate determination under currency substitution and rational expectations, Journal of Political Economy vol. 85, s. 617-625.

CLOWER R W (1967): A Reconsideration of the microfoundations of monetary theory, Western Economic Journal, vol. 6, s. 1-8.

DOOLEY M & ISARD P (1979): The portfolio balance model of exchange rates, International Finance Discussion Papers no. 141.

DORNBUSCH R (1975): Exchange rates and fiscal policy in a popular model of international trade, American Economic Review, Vol. 65, s. 859-871.

DORNBUSCH R (1976): Expectations and exchange rate dynamics, Journal of Political Economy, vol.84, no.6, s. 1161-1176.

DORNBUSCH R (1980): Open Economy Macroeconomics, Basic Books, New York.

DORNBUSCH R (1987): Exchange rate economics: 1986, The Economic Journal, vol. 97, March 1987, s. 1-18.

DORNBUSCH R (1988): Exchange rates and macroeconomics: A selective survey, preliminary June 1988, esitelmä Scandinavian Journal of Economics -lehden järjestämässä seminaarissa Espoossa, kesäkuussa 1988.

FEENSTRA R C (1986): Functional equivalence between liquidity costs and the utility of money, Journal of Monetary Economics, vol. 17, s. 271-291.

FRANKEL J A (1979): The diversiability of exchange risk, Journal of International Economics, vol 9, s. 379-393.

HALLWOOD & MACDONALD (1986), International Money, Basil Blackwell.

HARRIS M (1987): Dynamic Economic Analysis, Oxford University Press.

HELPMAN E (1981): An Exploration in the theory of exchange rate regimes, Journal of Political Economy, vol. 89, no. 5, s. 865-890.

HELPMAN E & RAZIN A (1982): A comparison of exchange rate regimes in the precense of imperfect capital markets, International Economic Review, vol. 23, s. 365-388.

- HELPMAN E & RAZIN A (1985): Floating exchange rates with liquidity constraints in financial markets, Journal of International Economics, vol. 19, s. 99-117.
- HODRICK R J (1987): Risk, uncertainty and exchange rates, NBER Working Paper no. 2429, National Bureau of Economic Research.
- HODRICK R J & SRIVISTAVA S (1984): An investigation of risk and return in forward foreign exchange, Journal of International Money and Finance, vol. 31, s. 5-29.
- HUIZINGA J (1987): An empirical investigation of the long-run behavior of real exchange rates, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 27, s.149-214.
- KAREKEN J H & WALLACE N (1981): On the indeterminacy of equilibrium exchange rates, Quarterly Journal of Economics, vol. 96, no.2, s. 207-222.
- KIMBROUGH K P (1983): Price, output, and exchange rate movements in the open economy, Journal of monetary economy, vol 11, s. 25-44.
- KOHN M (1981): In defence of the finance constraint, Economic Inquiry, vol. XIX, April 1981, s. 177-195.
- KOURI P J K (1978): Balance of payments and the foreign exchange market: A dynamic partial equilibrium model, Cowles Foundation Discussion Paper no. 510.
- KOURI P J K (1983): The effect of risk on interest rates: A synthesis of the macroeconomic and financial views, Research in International Business and Finance, vol. 3, s. 301-320.
- KRUEGER ANNE O (1983): Exchange Rate Determination, Cambridge University Press, Cambridge.
- LUCAS ROBERT E JR. (1984): Econometric Policy evaluation: A Critique, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 4, s.
- LUCAS ROBERT E JR. (1978): Asset prices in an exchange economy, Econometrica, vol 46, s. 1429-1445.
- LUCAS ROBERT E JR. (1982): Interest rates and currency prices in a two-country world, Journal of Monetary Economics, vol. 10, s.335-359.
- LUCAS ROBERT E JR. (1984): Money in a theory of finance, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 21, s. 9-46.
- MALLIARIS A G & BROCK W A (1982): Stochastic Methods in Economics and Finance, North-Holland.
- McCALLUM B T (1983): The role of overlapping generation models in monetary economics, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 18,

MEESE R & ROGOFF K (1983a): Empirical exchange rate model of the seventies: Are any fit to survive?, Journal of International Economics, vol. 14, s. 3-24.

MEESE R & ROGOFF K (1983b): The out-of sample failure of empirical exchange rate models: Sampling error or misspecification?, teoksessa Frenkel J (ed.) Exchange rates and international economics, University of Chicago Press.

MEESE R & ROGOFF K (1985): Was it real? The exchange rate - interest differential relation, 1973-1984, NBER Working Paper no. 1732, National Bureau of Economic Research.

MUSSA M (1982): A model of exchange rate dynamics, Journal of Political Economy, vol. 90, no. 1, s. 74-104.

MUSSA M (1987): Nominal exchange rate regimes and the behavior of real exchange rates, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 25, s. 117-214.

OBSTFELD M & STOCKMAN ALAN C (1985): Exchange rate dynamics, teoksessa Jones R W & Kenen P B (eds.), Handbook of International Economics, vol. II, s.917-977, North-Holland.

PRESCOTT E C & MEHRA R (1980): Recursive competitive equilibrium: The case of homogenous households, Econometrica, vol 48, s. 1365-1379.

SARGENT T J (1987): Dynamic Macroeconomic Theory, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts and London, England.

SINGLETON, K (1987): Speculation and the volatility of foreign currency exchange rates, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 26, s. 9-56.

SIDRAUSKI M (1967): Rational choice and patterns of growth in a monetary economy, American Economic Review, vol 57, s. 534-544.

STOCKMAN ALAN C (1980): A Theory of exchange rate determination, Journal of Political Economy, vol. 88, no. 4, s. 673-698.

STOCKMAN ALAN C (1980): Real exchange rates under alternative nominal exchange rate systems, Journal of International Money and Finance, vol. 2, s. 147-166.

STOCKMAN ALAN C (1987): The equilibrium approach to exchange rates, Economic Review, vol. 73/2, March/April 1987, Federal Reserve Bank s. 12-30. of Richmond, s. 12-30.

STOCKMAN ALAN C & HERNANDEZ A D (1985): Exchange controls, capital controls, and international financial markets, NBER Working Paper No. 1755, National Bureau of Economic Research.

STOCKMAN ALAN C & SVENSSON LARS E O (1987): Capital flows, investment, and exchange rates, Journal of Monetary Economics, vol. 19, s.171-201.

SVENSSON LARS E O (1985a): Money and asset-prices in a cash-in-advance economy, Journal of Political Economy, vol. 94, no. 5, s. 919-944.

SVENSSON LARS E O (1985b): Currency prices, terms of trade, and interest rates: A General equilibrium asset-pricing cash-in-advance approach, Journal of International Economics, vol. 18, February 1985, s. 17-41.

SVENSSON LARS E O (1986a): Sticky goods prices, flexible asset prices, monopolistic competition and monetary policy, Review of Economic Studies, vol. LIII, s. 385-405.

SVENSSON LARS E O (1987): International fiscal policy transmission, Scandinavian Journal of Economics, vol. 89, no.3, s. 305-334.

SVENSSON LARS E O & van WIJNBERGEN S (1987): Excess capacity, monopolistic competition, and international transmission of monetary disturbances, NBER Working Paper No. 2262, National Bureau of Economic Research.



SUOMEN PANKIN KESKUSTELUALOITTEITA

ISSN 0785-3572

- 1/89 PAULA LÄHDEMÄKI Neuvostoliiton kokonaistaloudelliset tunnusluvut kansantalouden tilinpidon pohjalta tarkasteltuna. 1989. 57 s. (ISBN 951-686-182-2)
- 2/89 MATTI VIRÉN A note on interest rate policy during the great depression. 1989. 20 s. (ISBN 951-686-183-0)
- 3/89 ERKKI KOSKELA - MATTI VIRÉN International differences in saving rates and the life cycle hypothesis: a comment. 1989. 20 s. (ISBN 951-686-184-9)
- 4/89 SAMPO ALHONSUO Rahoitus- ja pankkitoiminnan tehokkuus Suomessa. 1989. 81 s. (ISBN 951-686-185-7)
- 5/89 AMY SKOLNIK The U.S. - Canada free trade agreement: a model for Finland? 1989. 26 s. (ISBN 951-686-186-5)
- 6/89 JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN - CHRIS-MARIE RASI. Labour supply, wages and prices in the BOF4 quarterly model of the Finnish economy. 1989. 50 s. (ISBN 951-686-187-3)
- 7/89 JARMO KONTULAINEN Valuuttakurssien määräytyminen yleisen tasapainon mallissa. 1989. 80 s. (ISBN 951-686-188-1)

