MARKKU PULLI

Pankkien likviditeetti ja lyhyet korot

SUOMEN PANKKI
1990

D:75

MARKKU PULLI

Pankkien likviditeetti ja lyhyet korot

GARCH-mallin sovellus Suomen aineistolla vuosilta 1987 — 1989

SUOMEN PANKKI
Helsinki 1990

D:75

ISBN 951-686-268-3
ISSN 0355-6042

ESIPUHE

Olen tehnyt tämän tutkimuksen työskennellessäni Suomen Pankin tutkimusosastolla 1989-1990. Tutkimuksen laatimista on ohjannut Juha Tarkka. Hän ja monet muut työtoverini ovat edesauttaneet työn valmistumista suuresti.

Työ on hyväksytty lisensiaatintutkimukseksi Helsingin yliopistossa lokakuussa 1990. Tässä vaiheessa se julkaistaan tiedonantona käynnissä olevasta tutkimuksesta.

Helsingissä marraskuussa 1990

Markku Pulli

SISÄLLYSLUETTELO

1 JOHDANTO

Rahapolitiikan ohjausjärjestelmä uudistettiin Suomessa syksyn 1986 ja kevään 1987 aikana. Tällöin keskuspankkirahoituksen ehtoja muutettiin niin, että keskuspankin päiväluotoista tuli pankeille ainoastaan marginaalinen rahoituksen lähde. Samalla Suomeen syntyivät pankkien väliset rahamarkkinat, joille myös keskuspankki alkoi osallistua. Pääosa keskuspankkirahoituksesta siirtyi välitettäväksi rahamarkkinoiden kautta.

Uudistuksen yhteydessä pankkien päivävelka-asemaan sovellettavat päiväluotto- ja päivätalletuskorko eriytettiin toisistaan. Tämän seurauksena pankeille syntyi insentiivi tasata päivittäisiä likviditeettierojaan keskinäisillä yli yön ('over night', tai O/N) kaupoilla, koska muuten osa pankeista olisi joutunut tekemään halpakorkoisia päivätalletuksia ja osa joutunut ottamaan kallista päiväluottoa. Yli yön markkinat vastaavat esimerkiksi USA:n järjestelmän federal funds -markkinoita. Ennen korkomarginaalin olemassaoloa näille markkinoille ei ollut Suomessa tarvetta, koska keskuspankki tasoitti pankkien reservien vaihtelut kokonaan ilman kustannuksia ("first resort").

Suomen nykyisessä järjestelmässä keskuspankki ohjaa korkoa (enimmäkseen) säätelemällä likviditeetin kokonaismäärää. Lyhyen aikavälin säätelyyn käytetään rahamarkkinakauppoja, joiden vaikutukset eroavat muiden tekemistä kaupoista sen vuoksi, että ne vaikuttavat suoraan pankkijärjestelmän likviditeettiin. Rahamarkkinakauppojen ohella keskuspankki tarjoaa pankeille edelleen luotto- ja sijoitusmahdollisuuden yhden päivän maturiteetilla ennalta ilmoitetuin ehdoin (päivävelkajärjestelmä, engl. discount window). Päivävelkajärjestelmän tehtävä on välittää likviditeetin muutokset koron muutoksiksi. Periaatteessa pankkijärjestelmän likviditeettivaihteluilla on kolme purkautumistietä: yleisön rahan kysyntä, pääomanliikkeet ja pankkien vapaat reservit, joita Suomessa vastaa pankkien päivävelka-asema keskuspankissa. Ohjausmekanismin toiminta perustuu siihen, että ensi vaiheessa likviditeetin vaihtelut absorboituvat selvästi eniten reserveihin eli päivävelka-asemaan, ja tästä koituva kustannus puolestaan määräytyy päivävelkaan sovellettavista ehdoista, jotka näin määrittävät marginaalisen keskuspankkirahoituksen hinnan.

Yhteys reserveistä ja päiväluottojärjestelmästä lyhyisiin korkoihin seuraa siitä, että yksittäiselle pankille keskuspankin päivävelan vaihtoehto on osallistuminen pankkien välisille yli yön markkinoille. Jos nämä markkinat ovat kilpailulliset, määräytyy niiden korko siten, että reservien tarjonta ja reservien kysyntä tasapainottuvat annetuilla päivävelan ehdoilla. Näin ollen myös yli yön markkinoiden korko heijastaa keskuspankkirahoituksen marginaalikustannusta.

Yli yön markkinoiden korolla ei ilmeisestikään ole suoranaista reaalitaloudellista merkitystä. Yleisön luottojen ja talletusten kysyntään vaikuttanevat lähinnä heliborkorot (1-12 kk) ja niitä pitemmät korot. Yli yön korko on kuitenkin korkorakenteen kautta yhteydessä kaikkiin muihin rahamarkkinakorkoihin. Eri pituisista koroista se on välittömimmin keskuspankin kontrollissa ja sen vuoksi keskeinen rahapolitiikan instrumentti.

Tutkimuksessa tarkastellaan yli yön markkinoiden koron määräytymistä pankkien likviditeetin kysynnän mallittamisen kautta. Lähtökohtana on yksinkertainen kuvaus reservien markkinoista. Tässä kehikossa reservien kysyntäkäyrä kuvaa pankkijärjestelmän yhteenlaskettua likviditeettitarvetta, keskuspankin päiväluottojärjestelmän ehdot määräävät reservin tarjontakäyrän muodon, ja rahapolitiikan lyhyen aikavälin ohjaus tapahtuu siten, että keskuspankki muuttaa tarjontakäyrän asemaa esimerkiksi markkinaoperaatioilla tai erilaisilla talletusvelvotteilla.

Tämä yksinkertainen kuvaus sopii kuitenkin silminnähden heikosti yhteen Suomessa yli yön markkinoista saatujen havaintojen kanssa. Havaitut korot eivät yleensä ole keskuspankin tarjontakäyrällä, vaan useimmiten ne poikkeavat siitä selvästi. Tutkimuksessa näytetään, kuinka tätä kehikkoa silti voidaan soveltaa Suomen oloihin, kun lisäksi otetaan huomioon pankkien likviditeettiepävarmuus.

Likviditeettiepävarmuuden vaikutusten huomioon ottamiseksi tarkastellaan yhden pankin reservikysyntää yli yön markkinoilla niin, että voitto yli yön kaupoista on pankille satunnaismuuttuja. Muodostettavasta optimointiongelmasta kysyntä ratkeaa markkinakoron, keskuspankin diskonttoikkunan ehtojen ja pankin kohtaaman epävarmuuden funktiona.

Diskonttoikkunan ehdot ovat Suomessa vaihdelleet sekä hallinnollisten rajoitusten että päiväkorkojen suhteen; velkaantumista on ohjattu varsinaisten päiväkorkojen lisäksi kiintiöillä, sakkokorkoportailla sekä ajallisilla rajoituksilla. Tutkimuksessa johdetaan kysyntäkäyrät kolmessa eri tapauksessa. Kaikissa tapauksissa ongelma on epälineaarinen satunnaismuuttujan suhteen. Tämän vuoksi pankkien kohtaama epävarmuus vaikuttaa mallissa eksplisiittisesti siinäkin tapauksessa, että pankit oletetaan riskineutraaleiksi.

Ensimmäisen kysyntämallin yhteydessä oletetaan, että pankki saa velkaantua rajatta ja tehdä talletuksia rajatta annetuilla hallinnollisilla koroilla. Oletus johtaa yksinkertaiseen kysyntäkäyrään, jossa yli yön korko on kunkin päiväaseman todennäköisyydellä painotettu keskiarvo diskonttoikkunan koroista. Tätä mallia pidetään jatkossa perusmallina.

Toisessa mallissa päiväluoton kustannus kasvaa portaittain annetun kiintiön perusteella. Tässä tapauksessa tulokseksi saatava kysyntäkäyrä on yhdistelmä useammasta perusmallin kysyntäkäyrästä. Kolmannessa kysyntämallissa oletetaan, että velan kustannus riippuu positiivisesti aiemmasta velan määrästä. Kustannuksen riippuvuus historiasta johtaa dynaamiseen ongelmaan, koska kunakin päivänä tehdyt ratkaisut vaikuttavat tulevaisuuteen.

Pankkikohtaisista kysyntäkäyristä päästään markkinat tasapainottavaan korkoon kun kysyntäkäyrät summataan. Tutkimuksessa aggregointi tehdään perusmallin yhteydessä. Lisäksi perusmallin sovellutuksena tarkastellaan oletusta riskin karttamisesta. Riskiaversio tuodaan malliin lisäämällä voiton varianssi negatiivisena tekijänä pankin tavoitefunktioon.

(Joto tän kappale väliin)

→ jatka seuraavalta sivulta

rahapolitiikan ohjausmenetelmät ovat molemmat
heita. Erityisesti pankkien reservikysyntään
isuuden perusteisiin kuuluvat Poole (1968), Frost
ani, Rasche and Cooper (1972). Laajoja katsaus-
riin ovat Baltensberger (1980) ja Santomero (1984).
tavoitteenasettelun muutokset 1970-luvun lopulla
oliskolla synnyttivät puolestaan kirjoituksia,
enemmän rahapolitiikan ohjaukseen liittyvä: esi-

merkiksi Goodfriend (1983), Poole (1982), ja hieman varhaisempi Frost and Sargent (1970). Aivan viimeaikaisiin kuuluu Englund, Hörngren ja
u hyvin myös Suomen oloihin, sillä siinä on
järjestelmä, joka sisältää monia samankaltai-
iän kanssa. Kirjallisuudessa on esitetty myös
llutuksia, vaikkakin enimmäkseen vain USA:n
nessa päiväluottojärjestelmää ovat aiemmin
n (1977) sekä Tarkka (1980), ja yli yön mark-
essa Vihriälä (1988).

jatkuu ↓

Tutkimuksen empiirisessä osassa sovitetaan teoreettisessa osassa johdettuja reservien kysyntäyhtälöitä Suomen yli yön markkinoiden aineistoon. Empiirisessä osassa pyritään vastaamaan kysymyksiin, soveltuuko epävarmuuskäyttäytymisen kautta johdettu malli lyhyiden korkojen määräytymisen kuvaukseen, ja minkälaisia epävarmuuden vaikutukset siinä tapauksessa ovat. Tutkimuksen aineisto on pankkikohtaista päivädataa vuoden 1987 keväästä vuoden 1989 kesäkuuhun.

Mallin varianssista tehtävät oletukset ovat empiirisessä tarkastelussa keskeisessä osassa, koska likviditeetin vaihtelua kuvaava hajonta tulee epävarmuutta kuvaavaksi likviditeetin kysyntää selittäväksi muuttujaksi malliin. Ensimmäisessä vaiheessa varianssi oletetaan vakioksi tavanomaisen regressioanalyysin tapaan. Tällöin epävarmuus vaikuttaa mallissa funktiomuodon määräytymisen kautta, mutta muuta kanavaa vaikutuksille ei ole.

Menetelmällisesti raskaampi, mutta teoreettisesti perustellumpi tapa on sovittaa kysyntäyhtälöt siten, että varianssin sallitaan vaihdella. Näissä estimoinneissa mallin varianssi oletetaan ehdolliseksi jollekin eksogeeniselle informaatiojoukolle, joten siihen iteseensä liittyy päätöksentekohetkellä epävarmuutta. Varianssin täsmennyksestä riippuen tällöin on kyseessä joko ARCH-in mean tai GARCH-in mean-malli, joita ovat kirjallisuudessa esittäneet mm. Engle (1982) ja Bollerslev (1986). Tässä estimoitava malli poikkeaa hieman heidän esityksistään sikäli, että varianssitermin vaikutus oletetaan epälineaariseksi.

Luvussa 2 kuvataan lyhyesti tutkimuksen kohteena olevia markkinoita ja esitetään yleinen kehikko, jossa pankkien reservien markkinoita ja

Diskonttoikkunan ehdot ovat Suomessa vaihdelleet sekä hallinnollisten rajoitusten että päiväkorkojen suhteen; velkaantumista on ohjattu varsinaisten päiväkorkojen lisäksi kiintiöillä, sakkokorkoportailla sekä ajallisilla rajoituksilla. Tutkimuksessa johdetaan kysyntäkäyrät kolmessa eri tapauksessa. Kaikissa tapauksissa ongelma on epälineaarinen satunnaismuuttujan suhteen. Tämän vuoksi pankkien kohtaama epävarmuus vaikuttaa mallissa eksplisiittisesti siinäkin tapauksessa, että pankit oletetaan riskineutraaleiksi.

Ensimmäisen kysyntämallin yhteydessä oletetaan, että pankki saa velkaantua rajatta ja tehdä talletuksia rajatta annetuilla hallinnollisilla koroilla. Oletus johtaa yksinkertaiseen kysyntäkäyrään, jossa yli yön korko on kunkin päiväaseman todennäköisyydellä painotettu keskiarvo diskonttoikkunan koroista. Tätä mallia pidetään jatkossa perusmallina.

Toisessa mallissa päiväluoton kustannus kasvaa portaittain annetun kiintiön perusteella. Tässä tapauksessa tulokseksi saatava kysyntäkäyrä on yhdistelmä useammasta perusmallin kysyntäkäyrästä. Kolmannessa kysyntämallissa oletetaan, että velan kustannus riippuu positiivisesti aiemmasta velan määrästä. Kustannuksen riippuvuus historiasta johtaa dynaamiseen ongelmaan, koska kunakin päivänä tehdyt ratkaisut vaikuttavat tulevaisuuteen.

Pankkikohtaisista kysyntäkäyristä päästään markkinat tasapainottavaan korkoon kun kysyntäkäyrät summataan. Tutkimuksessa aggregointi tehdään perusmallin yhteydessä. Lisäksi perusmallin sovellutuksena tarkastellaan oletusta riskin karttamisesta. Riskiaversio tuodaan malliin lisäämällä voiton varianssi negatiivisena tekijänä pankin tavoitefunktioon.

Pankkien reservit ja rahapolitiikan ohjausmenetelmät ovat molemmat klassisia tutkimusaiheita. Erityisesti pankkien reservikysyntään painottuneen kirjallisuuden perusteisiin kuuluvat Poole (1968), Frost (1971), sekä Modigliani, Rasche and Cooper (1972). Laajoja katsausartikkeleita aihepiiriin ovat Baltensberger (1980) ja Santomero (1984). USA:n rahapolitiikan tavoitteenasettelun muutokset 1970-luvun lopulla ja 1980-luvun alkupuoliskolla synnyttivät puolestaan kirjoituksia, joissa näkökulma oli enemmän rahapolitiikan ohjaukseen liittyvä: esimerkiksi Goodfriend (1983), Poole (1982), ja hieman varhaisempi Frost and Sargent (1970). Aivan viimeaikaisiin kuuluu Englund, Hörngren ja Viotti (1989). Se soveltuu hyvin myös Suomen oloihin, sillä siinä on lähtökohtana on Ruotsin järjestelmä, joka sisältää monia samankaltaisuuksia Suomen järjestelmän kanssa. Kirjallisuudessa on esitetty myös lukuisia empiirisiä sovellutuksia, vaikkakin enimmäkseen vain USA:n aineistolla tehtyjä. Suomessa päiväluottojärjestelmää ovat aiemmin tarkastelleet mm. Oksanen (1977) sekä Tarkka (1980), ja yli yön markkinoita niiden alkuvaiheessa Vihriälä (1988).

Tutkimuksen empiirisessä osassa sovitetaan teoreettisessa osassa johdettuja reservien kysyntäyhtälöitä Suomen yli yön markkinoiden aineistoon. Empiirisessä osassa pyritään vastaamaan kysymyksiin, soveltuuko epävarmuuskäyttäytymisen kautta johdettu malli lyhyiden korkojen määräytymisen kuvaukseen, ja minkälaisia epävarmuuden vaikutukset siinä tapauksessa ovat. Tutkimuksen aineisto on pankkikohtaista päivädataa vuoden 1987 keväästä vuoden 1989 kesäkuuhun.

Mallin varianssista tehtävät oletukset ovat empiirisessä tarkastelussa keskeisessä osassa, koska likviditeetin vaihtelua kuvaava hajonta tulee epävarmuutta kuvaavaksi likviditeetin kysyntää selittäväksi muuttujaksi malliin. Ensimmäisessä vaiheessa varianssi oletetaan vakioksi tavanomaisen regressioanalyysin tapaan. Tällöin epävarmuus vaikuttaa mallissa funktiomuodon määräytymisen kautta, mutta muuta kanavaa vaikutuksille ei ole.

Menetelmällisesti raskaampi, mutta teoreettisesti perustellumpi tapa on sovittaa kysyntäyhtälöt siten, että varianssin sallitaan vaihdella. Näissä estimoinneissa mallin varianssi oletetaan ehdolliseksi jollekin eksogeeniselle informaatiojoukolle, joten siihen iteseensä liittyy päätöksentekohetkellä epävarmuutta. Varianssin täsmennyksestä riippuen tällöin on kyseessä joko ARCH-in mean tai GARCH-in mean-malli, joita ovat kirjallisuudessa esittäneet mm. Engle (1982) ja Bollerslev (1986). Tässä estimoitava malli poikkeaa hieman heidän esityksistään sikäli, että varianssitermin vaikutus oletetaan epälineaariseksi.

Luvussa 2 kuvataan lyhyesti tutkimuksen kohteena olevia markkinoita ja esitetään yleinen kehikko, jossa pankkien reservien markkinoita ja rahapolitiikan ohjausta voidaan tarkastella. Seuraavassa luvussa muodostetaan yritystason optimoinnista lähtien yli yön markkinoiden malli, joka tuottaa pankkien reservien kysynnät ratkaisunaan. Mallin perusasetelma on sama, jota on sovellettu USA:n federal funds -markkinoihin (ks. Ho and Saunders (1985), edellä mainitut Frost (1971) ja Poole (1968), sekä Ratti (1980)). Mallin empiiriset sovellukset esitetään luvussa 4, jossa on ensin käsitelty yksinkertaista korkomallia ja sen jälkeen muuttuvan ehdollisen varianssin reservimallia. Luvussa 5 on yhteenveto ja johtopäätökset tarkasteluista.

2 PANKKIEN RESERVIKYSYNTÄ JA SUOMEN PÄIVÄLUOTTOJÄRJESTELMÄ

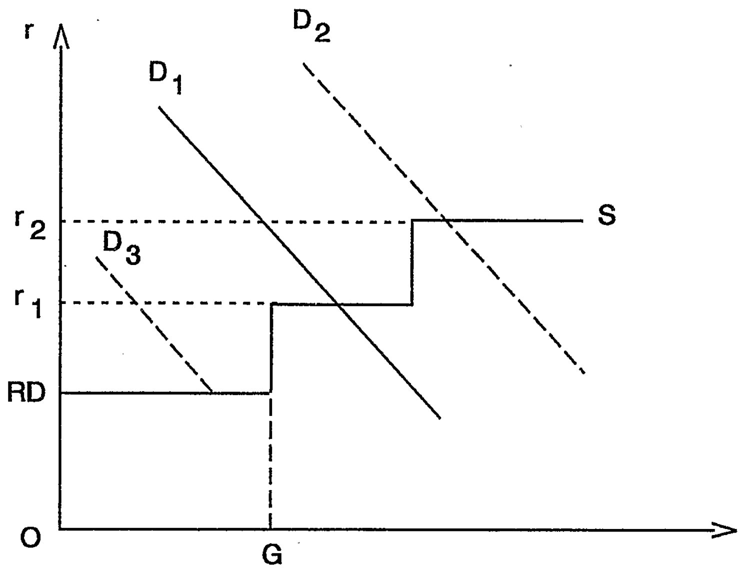
2.1 Lyhyen markkinakoron määräytyminen: tarkastelun lähtökohdat

Seuraavaan pankkipäivään saakka tehdyt luotot ja talletukset ovat likvidein osa pankkien rahoitus- ja sijoitustoimintaa. Korko näillä lyhytaikaisen likviditeetin markkinoilla määräytyy siten, että eri osapuolten kysyntä ja tarjonta tasapainottuvat. Keskuspankki vaikuttaa myös koron muodostumiseen, koska koko pankkijärjestelmän tasolla se on tärkein kanava, jonka kautta likviditeetin määrä voi lyhyellä aikavälillä muuttua. Tästä syystä keskuspankin yli yön talletuksille ja luotoille asettamat ehdot määrittävät marginaalisen pankin likviditeettiaseman tuoton tai kustannuksen. Toisaalta keskuspankki voi säädellä pankkien hallussa olevan lyhytaikaisen likviditeetin määrää esimerkiksi markkinaoperaatiolla ja myös sitä kautta vaikuttaa pankkien välisten markkinoiden korkoon. Seuraavassa kuvataan ensin koron määräytyminen kysynnän ja tarjonnan kehikossa ja sen jälkeen keskustellaan taustalla olevan pankkien käyttäytymisen mallittamisesta ns. reservinpitomallilla.

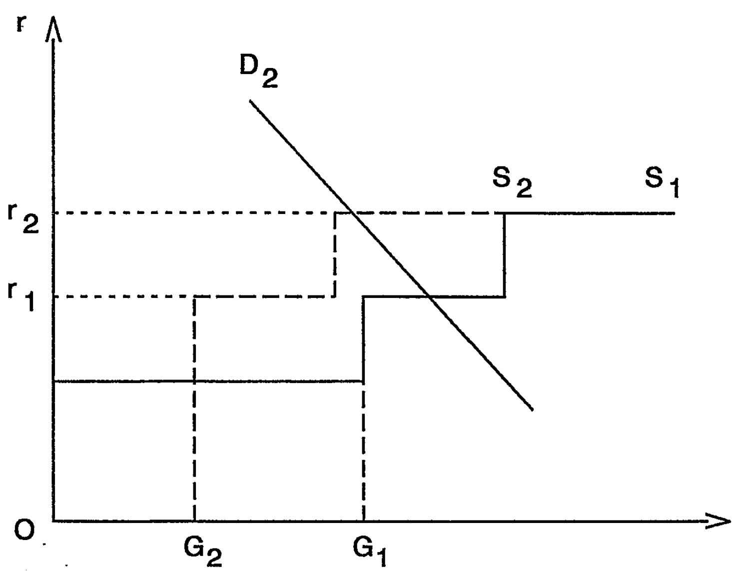
Perusasetelma lyhyen koron määräytymisestä on kuvattu kuvioisssa 2.1.a-b. (Kneeshaw and Van der Berg 1989 s. 12-14, ks. myös Englund, Hörngren and Viotti 1989). Siinä yhdistetään samaan asetelmaan keskuspankin yli yön rahoituksen tarjontamekanismi ja pankkien väliset markkinat. Taustalla on oletus, että pankkien välinen korko vastaa markkinoiden arbitraasin kautta ehdoiltaan vastaavan keskuspankkirahoituksen kustannusta. Tästä oletuksesta seuraa, että tarkastelussa on olennaista erottaa toisaalta koko pankkijärjestelmän likviditeetin kysyntä ja toisaalta keskuspankin likviditeetin tarjonta.[1]

[1]Periaatteessa eri markkinoiden koroissa heijastuvat myös eri luottoihin liittyvät riskit. Tässä oletetaan kuitenkin, että yhden yön luottoon ei liity riskiä, koska osapuolina ovat keskuspankkirahoitukseen oikeutetut pankit

KUVIO 2.1.a. PANKKIEN LIKVIDITEETIN MARKKINAT: KYSYNNÄN SIIRTYMÄN VAIKUTUS KORKOON



KUVIO 2.1.b. PANKKIEN LIKVIDITEETIN MARKKINAT: TARJONNAN SIIRTYMÄ (MARKKINAOPERAATIO)



Kuvioihin 2.1.a ja 2.1.b kuvatussa diskonttoikkunajärjestelmässä keskuspankki tarjoaa likviditeettiä pankeille korolla, joka kasvaa kiintiöittäin lainan määrästä riippuen. Käyrä S kuvaa keskuspankin tarjontaa. Kuvioita piirrettäessä on lisäksi oletettu, että keskuspankki ottaa talletuksina vastaan ylimääräistä likviditeettiä korolla rd. Lähtökohtatilanteessa pankkijärjestelmässä on likviditeettiä määrä OG. Pankkien yhteistä kysyntäkäyrää on merkitty kirjaimella D.

Ylemmässä kuviossa (2.1.a) on kuvattu kysynnän eksogeenisen siirtymän vaikutus markkinakorkoon. Kysynnän kasvu D1:stä D2:teen siirtää pankit keskuspankin tarjontakäyrällä ylöspäin, ja markkinakorko nousee (arbitraasin kautta) r1:stä r2:teen. Jos korolla r2 likviditeetin tarjonta on rajatonta, ei markkinakorko nouse yli tämän tason.

Vastaavasti kysynnän siirtymä alaspäin D3:een laskee koron tasolle r3. Se muodostaa markkinakorolle lattiatason, kun oletetaan, että keskuspankki ottaa vastaan ylimääräisen likviditeetin talletuksina. Ellei se ottaisi niitä vastaan talletuskorolla r3, markkinakorko laskisi vieläkin alemmas.

Kuviossa 2.1.b. on kuvattu keskuspankin markkinaoperaation tai vastaavan muun pankkijärjestelmän reservien määrään vaikuttavan toimen vaikutus. Kun oletetaan, että keskuspankki esimerkiksi markkinainstrumentteja myymällä kiristää likviditeettitilanteen OG1:stä OG2:teen, siirtyy keskuspankin reservien tarjontakäyrä vasemmalle, S1:stä S2:teen. Annetulla kysynnän tasolla markkinakorko nousee tämän seurauksena r1:stä r2:teen. Periaatteessa tässä mallissa keskuspankki voi rahamarkkinoille osallistumalla asettaa markkinakoron aina haluamalleen tasolle, kunhan se tuntee kysyntä- ja tarjontakäyrien sijainnin sekä järjestelmän likviditeetin.

Edellä kuvatun asetelman avulla voi tarkastella erilaisten diskonttoikkunasääntöjen vaikutusta siihen, kuinka markkinaoperaatiot välittyvät markkinakorkoihin. Yksi ääriesimerkki erilaisista tarjontasäännöistä on horisontaalinen tarjontakäyrä. Tällöin keskuspankki tarjoaa likviditeettiä annetulla korolla rajatta ja ottaa samalla korolla talletuksia. Horisontaalisen tarjontakäyrän tapauksessa keskuspankin markkinaoperaatiot eivät vaikuta lainkaan korkotasoon. Jos markkinaoperaatioilla kiristettäisiin likviditeettiä, pankit lainaisivat järjestelmästä poistuneen rahan takaisin diskonttoikkunan kautta entisellä korolla. Vaikuttaakseen markkinakorkoon keskuspankki joutuu tällaisessa järjestelmässä tekemään aina hallinnollisen päätöksen diskonttokorkotason muuttamisesta.

Vastaavasti markkinaoperaatioiden vaikutukset tulevat jyrkemmiksi kun lähestytään kokonaan suljettua diskonttoikkunaa, eli tarjontakäyrä lähestyy vertikaalista. Vaikutus korkoon riippuu aina kuitenkin myös pankkien likviditeetin kysynnän joustosta.

Rahapolitiikan tutkimuksessa hyvin vakiintunut traditio on analysoida pankkien likviditeetin kysyntää reservinpitomallista lähtien. Reservimallin perusolettamus on, että pankit pyrkivät pitämään likviditeettitilanteensa jollain tavoitetasolla turvatakveen maksuvalmiutensa. Tämän reservin pitoon liittyy kustannuksia ja tuottoja, ja näihin perustuen voidaan osoittaa, kuinka optimitulokseen pyrkivä pankki allokoi varansa toisaalta likvideihin reserveihin ja toisaalta muihin vaateisiin.

Reservimallin taustalla on useista pankkijärjestelmistä tehty havainto siitä, että pankit todellakin pitävät ylimääräisiä, näennäisesti ehkä tuottamattomia puskurivaroja. Termin reservi tavanomaisin tulkinta lieneekin, että ne ovat varastoja, joilla varaudutaan ennalta arvaamattomiin menoihin. Suomessa pankeilla ei ole taseessaan tällaisia ylijäämävaroja, mutta niiden asema keskuspankin päiväluottojen- ja talletusten suhteen on analoginen reservipuskuriin verraten. Mallin kannalta ei ole mitään syytä, jonka vuoksi pankkien reservien olisi oltava positiivisia. Tämän työn yhteydessä reservien markkinoilla tarkoitetaankin markkinoita, joilla pankit voivat ostaa ja myydä maturiteetiltaan lyhytaikaista likviditeettiä, eikä niiden position suuntaa ole tarpeen rajata. Näin määriteltynä reservien markkinat käsittävät sekä pankkien väliset lyhytaikaisen likviditeetin markkinat että keskuspankin diskonttoikkunan.

Reservinpitoon perustuvan lähestymistavan taustaoletus on epävarmuuden olemassaolo; ilman sitä ei reservinpito-ongelmaa voi syntyä. On useita eri syitä, joiden vuoksi pankin voi olettaa olevan päivän kuluessa epävarma likviditeettiasemastaan päivän lopussa. Ensiksikin pankkien asiakkaiden tilitapahtumista huomattava osa tapahtuu samalla arvopäivällä ilman, että pankilla olisi siitä ennakkoon tietoa. Pankki ei voi täsmällisesti ennakoida yleisön rahan kysyntää, vaikka se voikin yrittää ennustaa kysynnän kausivaihtelukomponenttia, tilipäivien ja viikonloppujen vaikutusta yms. Toiseksi pankki ei voi ennakoida edes kaikkia omia rahamarkkinaoperaatioitaan, joita se tulee tekemään päivän kuluessa. Aikainen position kiinnittäminen kaventaisi pankin toimintamahdollisuuksia markkinoilla. Osa rahamarkkinaoperaatioista vaikuttaa suoraan saman päivän likviditeettitilanteeseen.

On todennäköistä, että pankkien kohtaama epävarmuus vaihtelee useiden tekijöiden suhteen. Perinteisesti kirjallisuudessa on tarkasteltu likviditeettiepävarmuutta suhteessa pankin kokoon. Jo klassikot tunsivat 1800-luvun lopulla ns. reservien varautumiskysynnän neliöjuurilain (square root law of precautionary demand for reserves), joka on suurten lukujen lain sovellus. Sen mukaan pankin reservien määrä ei kasva suorassa suhteessa transaktioihin, vaan niiden neliöjuurena. Optimaalisten reservien määrän jousto suhteessa transaktioiden määrään on tällöin 1/2. Olivera (1971) on tarkastellut, kuinka robusti tulos on oletuksille taustalla olevan satunnaismuuttujan tilastollisista ominaisuuksista. Ilmeisen turvallisesti voidaan tehdä se johtopäätös, että likviditeettiepävarmuus kasvaa selvästi hitaammin kuin transaktioiden määrä.

Tätä perusteoreemaa on laajennettu myöhemmin lukuisiin suuntiin ottamalla huomioon seikkoja, joiden kautta pankki voi vaikuttaa kohtaamaansa epävarmuuteen tai jotka pitäisi ottaa eksogeenisina huomioon pankin odotettua voittoa määritettäessä. Eri laajennuksissa on mm. sisällytetty ongelmaan mukaan informaation hankintakustannukset (esimerkiksi investoinnit tilitapahtumien valvontaan), portfolion diversifiointi sekä reservien sopeuttamiskustannukset (Baltensberger 1980).

Pankkien reservinpitomallien laajennukset pankkien aktiviteettien suuntaan olisivat ilmeisen relevantteja tutkimusongelman kannalta.

Esimerkiksi jäljempänä kuviossa 2.2 esitettyä järjestelmämuutoksen yhteydessä tapahtunutta pankkien diskonttovelkapolitiikan muutosta olisi luontevaa selittää likviditeetti-informaation hankintaan tehdyillä investoinneilla. Informaatiokustannukset saataisiin mukaan muodostamalla voiton maksimointiongelma olettaen, että pankin odotettuun voittoon vaikuttavat lisäinformaation hankinnasta aiheutuvat kustannukset ja tuotot.

Lisäksi Suomessa yli yön markkinoilla toimivien pankkien välillä on todennäköisesti eroja likviditeettiinformaation suhteen. Osa näistä pankeista on pieniä, lähinnä yrityssektorilla sekä raha- ja valuuttamarkkinoilla aktiivisia pankkeja, jotka voivat ennakoida maksuliikennettään yksityiskohtaisemmin kuin laajaa vähittäistoimintaa harrastavat pankit. Ilman vähittäiskauppaa pankki voi pyrkiä tarkasti sovittamaan menot ja tulot niin, että yli- tai alijäämien suntymisen todennäköisyys on pieni. Talletuspankit sen sijaan joutuvat turvautumaan enemmänkin arvioihin likviditeetistä kuin tarkkoihin laskelmiin, mutta niillä puolestaan on etunaan suurten lukujen laki. Siltin myös näiden pankkien välillä on eroja, jotka voivat olla likviditeettiepävarmuuden kannalta merkittäviä.

Jatkossa pankit oletetaan kuitenkin täysin homogeenisiksi, ja niiden kohtaama epävarmuus oletetaan eksogeeniseksi. Sen sijaan päähuomio kiinnitetään reservinpidon kustannusten ja tuottojen täsmentämiseen niin, että diskonttoikkunan ehdot tulevat mukaan. Yksinkertaisessa klassisessa reservimallissa tuotot ja kustannukset ovat vakioita.

Esitettävässä mallissa otetaan eksplisiittisesti huomioon epävarmuus olettamalla, että pankit eivät tunne täsmällisesti asemaansa reservien kysyntäpäätöstä tehdessään. Tämän vuoksi pankkien reservien tuotot ja kustannukset määritellään mallissa todennäköisyysjakaumia käyttäen. Ensimmäisiä esityksiä, joissa diskonttovelan kysyntä johdettiin epävarmuus huomioon ottaen oli Poole (1968). Samoihin aikoihin 70-luvun vaihteessa ilmestyi tästä aihepiiristä muitakin huomattavia tutkimuksia, mm. Modigliani, Rasche and Cooper (1972), Frost (1971) sekä Frost and Sargent (1970). Työn teoreettisessa osassa sovelletaan näitä perusesityksiä Suomen institutionaalisiin olosuhteisiin.

Usein epävarmuuden sisältävissä malleissa osoittautuu oikeutetuksi korvata todennäköisyysjakaumat satunnaismuuttujien odotusarvoilla, jolloin mallin käsittely palautuu aivan samanlaiseksi kuin ilman epävarmuuttakin. Tästä syystä on luonnollista, että edellä esitettyä yksinkertaista kuvausta reservien markkinoista jatkuvasti käytetään kirjallisuudessa. Suomen tapauksessa näin ei kuitenkaan käy. Muodostettavassa reservien kysyntämallissa todennäköisyysjakaumien käyttö tuottaa ei-triviaalin tuloksen, eli pankit käyttäytyvät eri tavalla epävarmuuden vallitessa kuin ne käyttäytyisivät varmuuden olosuhteissa. Tämä ei riipu siitä, ovatko pankit riskinkarttajia vai riskineutraaleja. Tärkeintä kuitenkin on, että rakaisuksi saadaan kysyntäkäyrä, joka on paremmin sopusoinnussa havaintojen kanssa kuin edellä esitetty reservimarkkinoiden kuvaus. Ennen mallin esittämistä tarkastellaan seuraavassa lyhyesti suomalaista institutionaalista järjestelyä ja sen kehitystä.

2.2 Keskuspankin päiväluottojärjestelmä ja pankkien väliset yli yön markkinat Suomessa

Pankkien keskuspankkivelan säätely pankkikohtaisilla kiintiöillä ja lisäkorkoasteikoilla oli Suomessa tärkein rahapolitiikan väline koko toisen maailmansodan jälkeisen ajan aina 1980-luvun puoliväliin saakka.[2] Keskuspankkiluotot välitettiin pankeille pääasiassa siten, että keskuspankki diskonttasi tai rediskonttasi pankkien esittämiä vekseleitä. Kiintiöjärjestelmään liittyi 1950-luvun lopulta saakka myös laaja pankkien luottokorkojen säännöstely, jonka vuoksi keskuspankkiluoton säännöstely välittyi markkinoille pankkien harjoittamana määrällisenä luotonsäännöstelynä.

Osa pankkien keskuspankkirahoituksesta alettiin myöntää päiväluottoina 1970-luvun puolivälistä saakka. (Jo tätä ennen liikepankit saivat päiväluottoja Postipankista, joka oli jatkuvasti likviditeettiasemaltaan ylijäämäinen.) Ensivaiheessa päiväluotot olivat ainoastaan kiintiöjärjestelmän täydennys. Myöhemmin niiden merkitystä lisättiin, ja 1980-luvun alussa päiväluotoista tuli tärkein rahapolitiikan väline.

---

[2]Suomen keskuspankkirahoitusjärjestelmän kehityksestä ks. Saarinen (1986).

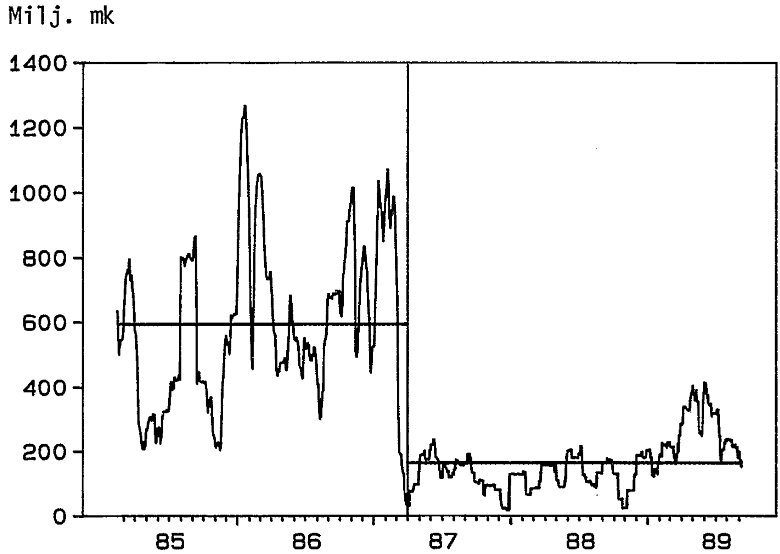
Vuodesta 1984 vuoden 1986 syksyyn asti pankkien keskuspankkirahoitus välittyi yksinomaan päiväluottojärjestelmän kautta. Pankit saivat keskuspankista hallinnollisella päiväluottokorolla vapaasti luottoa ja vastaavasti ne saattoivat tehdä vapaasti talletuksia samalla korolla. Keskuspankin reservien tarjontakäyrä oli siis horisontaalinen, eikä pankeilla sen vuoksi ollut tarvetta käydä keskenään kauppaa lyhytaikaisella likviditeetillä.

Hallinnollinen päiväkorko oli horisontaalisen tarjontakäyrän järjestelmässä keskeinen rahapoliittinen ohjausväline. Sillä säädeltiin suoraan pankkien keskuspankkirahoituksen keskimääräistä kustannusta, kun muuta keskuspankkirahoitusta ei ollut. Selvemmin marginaalikustannuksiin perustuvaan ohjaukseen siirryttiin 1986-1987, kun valtaosa keskuspankkirahoituksesta siirrettiin ensin määräaikaistalletuksin ja sen jälkeen sijoitustodistuskaupoin välitettäväksi. Tämä merkitsi siirtymistä rahamarkkinoihin perustuvaan ohjausjärjestelmään, ja siirtymisessä yksi osa oli keskuspankin päiväluottojärjestelmän sääntöjen muutos. Vuoden 1987 keväällä poistettiin rajoittamaton päiväluotto-oikeus ja alettiin eriyttää päiväluotto- ja päivätalletuskorkoja.

Tässä järjestelmämuutoksessa hallinnollisen päiväkoron tehtävä siirtyi markkinoilla määräytyvälle yli yön korolle, koska uudessa järjestelmässä se heijasti pankkien marginaalista rahoituskustannusta. Hallinnollinen koron ohjaus muuttui siis välilliseksi, ja diskonttoikkunan ehtojen lisäksi ohjausvälineeksi tuli reservien säätely markkinaoperaatiolla.

Järjestelmän ehtojen muutoksen vaikutus pankkien reservipolitiikkaan, tai päiväluottojen ja -talletusten käyttöön, on selvästi havaittavissa aineistosta. Kuviossa 2.2 on kuvattu yhden Suomen markkinoilla suurimpiin kuuluvan pankin reservien kehitystä laskemalla sen päivävelka-aseman hajonta liukuvasti ennen ja jälkeen järjestelmänmuutoksen. Hajonnan keskimääräiset tasot on kuvattu kuvioon yhtenäisillä suorilla viivoilla. Vanhan järjestelmän aikana pankin päivävelka heilahteli noin kolme kertaa enemmän kuin uusien sääntöjen aikana.

KUVIO 2.2. ERÄÄN SUOMESSA TOIMIVAN PANKIN PÄIVÄVELAN KESKIHAJONTA ENNEN PÄIVÄLUOTTO-OIKEUDEN RAJOITTAMISTA JA SEN JÄLKEEN (1.3.1985 - 31.3.1987 ja 1.4.1987 - 1.10.1989).



Päiväluottoihin ja -talletuksiin liittyvät ehdot ovat yksityiskohdiltaan muuttuneet myös vuoden 1987 kevään jälkeen. Alkuvaiheessa keskuspankki otti vastaan talletuksia 7,5 prosentin korolla ja antoi luottoja 11 prosentin korolla tiettyyn, lähinnä pankin vapaaseen omaan pääomaan suhteutettuun kiintiöön saakka. Tämän ylittävältä osalta perittiin lisämaksua, eli ns. sakkokorkoa. Sakkokoron ohella oli kuitenkin määräys, jonka mukaan kiintiön ylittäminen viiden päivän keskiarvona ei ollut sallittua. Käytännössä kiintiöiden ylitykset olivat harvinaisia.

Järjestelmää muutettiin lokakuussa 1988 siten, että päivätalletuskorko laskettiin 4 prosenttiin ja päiväluottokorko nostettiin 13 prosentiin. Tämän jälkeen seuraava merkittävä muutos oli kesäkuussa 1989, jolloin kiintiöt poistettiin kokonaan. Samassa yhteydessä asetettiin kuitenkin vaatimus, jonka mukaan pankin päivävelka-asema ei saa olla viiden päivän keskiarvona päiväluoton puolella. Päiväluottokorolla, joka oli 15 prosenttia, sai periaatteessa lainaa rajatta. Lainan kokonaiskustannusta lisäsi kuitenkin se, että keskiarvorajoituksen vuoksi pankin oli varauduttava jatkossa tallettamaan rahaa 4 prosentin päivätalletuskorolla. Lokakuussa 1989 tämä ylimääräinen kustannus muutettiin eksplisiittiseksi niin, että päiväluottojen enemmyys viiden päivän keskiarvona sallittiin pankeille, mutta päiväluottokorko tälläisilta päiviltä alettiin periä kaksinkertaisena.

Pääpiirteissään Suomen päiväluottojärjestelmä koostuu elementeistä, jotka ovat erilaisina sovelluksina käytössä useissa maissa. Yksityiskohdiltaan eri maiden keskuspankkirahoitusjärjestelmät ovat kirjavia.[3] Useimmissa maissa on jokin luottojärjestely, jonka kautta pankit voivat saada luottoa ennalta määrätyllä korolla, mutta johon tavallisesti liittyy erilaisia rajoituksia. Nämä rajoitukset voivat liittyä esimerkiksi luoton määrään (kiintiöt), luoton toistuvuuteen tai luoton maturiteettiin (vähimmäismaturiteetilla saatetaan nostaa luoton efektiivistä kustannusta). Suurin osa kirjallisuudesta käsittelee USA:n järjestelmää, ja siitä Suomen järjestelmä poikkeaa eräiltä merkittäviltä osin. USA:ssa lainaamista rajoitetaan osin harkinnanvaraisilla päätöksillä. Lisäksi USA:ssa ylijäämävaroja ei talleteta keskuspankkiin, vaan ne lasketaan osaksi pankilta vaadittavia reservejä, jonka vuoksi myös reservivelvoitteen määräävät säännökset vaikuttavat likviditeetin tuottoon.

Reservien markkinoiden toiseksi osaksi määriteltiin edellä pankkien väliset yli yön markkinat. Suomessa ne käynnistyivät kun keskuspankin myöntämien päiväluottojen rajoittaminen teki niille tilaa. Näillä markkinoilla lainat ovat tyypillisesti suuria, mutta ne erääntyvät siis jo seuraavana pankkipäivänä. Yli yön kaupoilla pankit pyrkivät tasottaamaan keskinäisiä likviditeettierojaan. Likviditeettiasemaltaan vahvan pankin kannattaa tarjota ylijäämävarojaan yli yön markkinoille ennemmin kuin sijoittaa ylijäämät keskuspankkiin, ja vastaavasti alijäämäisen pankin kannattaa yrittää löytää markkinoilta keskuspankkirahoitusta halvempaa luottoa.

Kaupankäynti yli yön markkinoilla keskittyy loppupäivään. Pankin tieto lopullisesta rahoitusasemasta pankkipäivän jälkeen, mutta ennen saldon tasausta keskuspankkiin varmentuu luonnollisesti mitä pidemmälle päivä kuluu. Käytännössä yli yön kauppoja tehdään vasta kun muu rahamarkki-

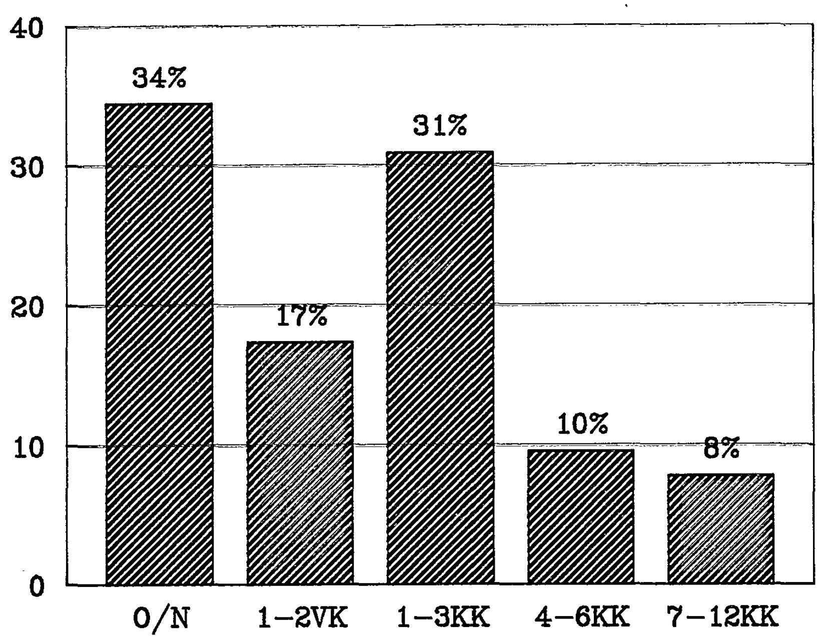
---

[3]Eri maiden järjestelmiä on käsitelty mm. BIS:n raportissa 1989 (Kneeshaw and Van den Bergh).

nakaupankäynti on loppunut. Niillä voidaan siis kattaa sellaisia rahoitusylijäämiä tai -alijäämiä, joista ei ole ollut tietoa aiemmassa vaiheessa, tai joita ei ole voitu kattaa muilla instrumenteilla päivän kuluessa.

Yli yön lainojen vaihto on koko rahamarkkinavolyymiin verrattuna markkamääräisesti merkittävää. Kuvioon 2.3 on kuvattu rahamarkkinakaupan jakauma maturiteeteittain vuoden ajalta syksystä 1988 syksyyn 1989. Tällä ajanjaksolla yli yön lainojen osuus oli yli kolmannes koko rahamarkkinavaihdon volyymistä. Kaupan vaihto oli pankkipäivää kohti laskettuna noin 3.8 mrd markkaa.

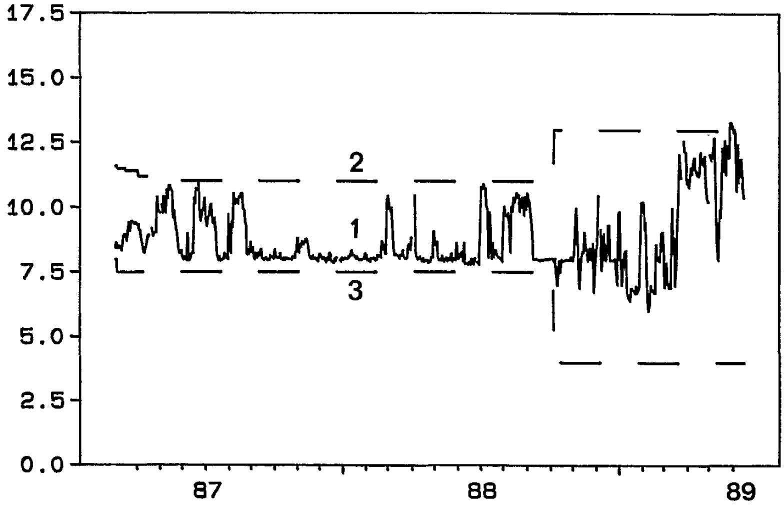
KUVIO 2.3. PANKKIEN VÄLISTEN RAHAMARKKINAKAUPPOJEN JAKAUMA MATURITEETEITTAIN SYYSKUUSTA 1988 SYYSKUUHUN 1989



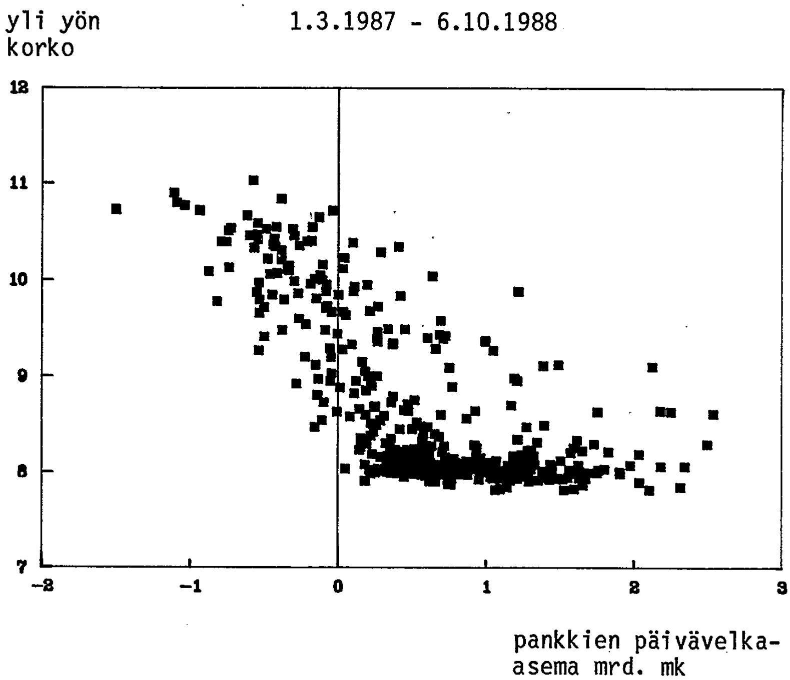
Lopuksi tarkastellaan vielä toteutuneita yli yön korkoja suhteessa pankkien päivävelka-asemaan. Edellä esitetyn pankkien reservien markkinoiden yksinkertaisen kuvauksen mukaan (kuviot 2.1.a ja 2.1.b) pankkien välisillä markkinoilla havaittavan koron pitäisi olla aina keskuspankin tarjontakäyrällä, jos markkinoiden arbitraasimekanismi toimii. Kuvioon 2.4 on piirretty yli yön markkinakoron kehitys maaliskuusta 1987 kesäkuuhun 1989 yhdessä diskonttoikkunan päiväluottokoron ja päivätalletuskoron kanssa. Markkinakorko poikkeaa aivan ilmeisesti keskuspankin koroista. Samaa asiaa osoittavat kuviot 2.5.a-b, joihin on kuvattu markkinakorko yhdessä pankkien päivävelan määrän kanssa kahdella eri ajanjaksoilla. Kuvioiden perusteella muuttujien välillä vaikuttaa olevan havaittava yhteys. Yhteys ei ole kuitenkaan niin yksinkertainen, että markkinakorko olisi päiväluottokorko reservien negatiivisilla arvoilla ja päivätalletuskorko positiivisilla arvoilla. Juuri tämä havainto yksinkertaisen mallin puutteista on päämotivaatio ottaa mallituksessa eksplisiittisesti huomioon epävarmuus.

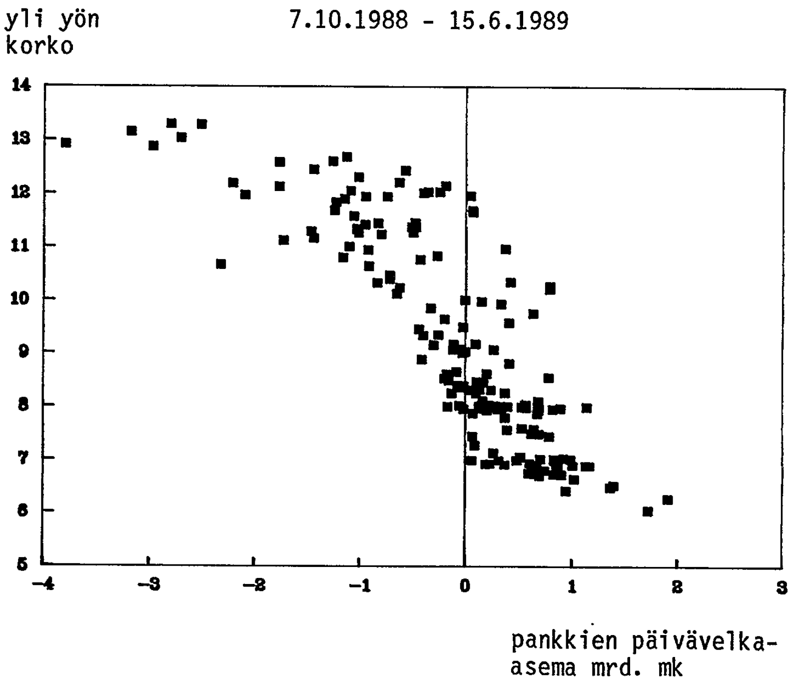
KUVIO 2.4. YLI YÖN KORKO, PÄIVÄLUOTTOKORKO JA PÄIVÄTALLETUSKORKO MAALISKUUSTA 1987 KESÄKUUHUN 1989

1 Yli yön korko
2 Päiväluottokorko
3 Päivätalletuskorko



KUVIO 2.5. YLI YÖN KOROT JA PANKKIEN PÄIVÄVELKA-ASEMA





3 MALLI PANKKIEN RESERVIEN KYSYNNÄLLE

Seuraavassa esityksessä johdetaan pankkien reservien kysyntä optimointiogelmasta, jossa pankki maksimoi odotettua voittoa kaupoista yli yön markkinoilla. Odotettuun voittoon vaikuttavat paitsi markkinakorko, myös pankin päivävelka-asema keskuspankissa sekä korko, jota siihen päiväluottojärjestelmän sääntöjen perusteella sovelletaan. Mm. Frost (1971) käytti voittolauseketta, joka erosi tässä esitettävästä vain päiväluottojärjestelmän sääntöjen osalta.

Päivävelka-aseman keskuspankissa oletetaan olevan päätöksentekohetkellä epävarma sen vuoksi, että pankki ei varmuudella tiedä kaikkia saman päivän aikana likviditeettiin vaikuttavia tilisiirtoja. Varmassa tilanteessa malli olisi edellisessä luvussa esitetyn kaltainen. Markkinakorko lähestyisi aina joko keskuspankin päivätalletus- tai päiväluottokorkoa, sillä markkinat oletetaan kilpailullisiksi. Lisäksi oletetaan, että pankki voi vapaasti ostaa ja myydä rahamarkkinavaateita, joten ilman epävarmuutta kaikilla olisi arbitraasimahdollisuus aina kun diskonttoikkunan korko ja markkinakorko poikkeavat toisistaan.

Ajoituksella on mallissa merkitystä sikäli, että pankkien oletetaan joutuvan päättämään yli yön lainoista ennen päivävelka-aseman selviämistä, ja toisaalta keskuspankin päiväluoton oletetaan olevan ainoa rahoituslähde sen jälkeen, kun yli yön kaupat on tehty. Näillä rajauksilla reservien tuotot ja kustannukset määritellään riippuviksi vain mallissa mukana olevista markkinoista. Vaikka perusmalli on menetelmällisesti staattinen, se voidaan luontevasti tulkita yhden pankkipäivän kuvaukseksi:

Päivän alussa pankin oletetaan olevan haluamassaan likviditeettiasemassa. Päivän aikana sen likviditeettitilanteeseen vaikuttavat sekä yleisön tekemät tilisiirrot ja että sen omat kaupat eri maturiteettien lainamarkkinoilla. Myös päätökset yli yön markkinoille osallistumisesta pankki tekee päivän kuluessa. Nämä päätökset se tekee epävarmana siitä, mitä likviditeettitilanteelle on täsmällisesti tapahtunut saman päivän aikana. Pankkipäivän loputtua selvitetään ensin yli yön lainojen kauppojen saldot pankkien välillä. Tämän jälkeen selvitetään pankin asema keskuspankissa ja katetaan yli- tai alijäämät keskuspankin päiväluotoilla tai -talletuksilla.

Pankin alkutilanteeksi oletetaan haluttu reserviasema, joten toteutuva päivävelka-asema poikkeaa tavoitellusta asemasta täsmälleen likviditeettiyllätysten verran. Tämä on toinen tapa sanoa, että mallissa ei ole mukana sopeuttamiskustannuksia. Jos pankin asema päivän päättyessä poikkeaa tavoitteesta, se voi korjata tilanteen ilman kustannuksia heti seuraavana päivänä. Sopeutuskustannuksia olisi vaikeaa perustella täydellisen kilpailun mallin yhteydessä. Niiden olemassaolo tarkoittaisi, että reservisopeutuksen rahoittaminen muiden maturiteettien markkinoilta voisi pankin näkökulmasta olla joissakin tilanteissa koroltaan epäedullisempi tai edullisempi ratkaisu kuin rahoitus yli yön markkinoilta. Tämä kuitenkin edellyttäisi malliin selityksen sille, kuinka markkinoiden välillä voi olla eroja odotetuissa tuotoissa arbitraasimahdollisuudesta huolimatta.

Oletetaan siis, että

- Yli yön markkinat sijoittuvat varsinaisten pankkipäivien väliin, ts. pankit eivät voi käyttää reservien sopeuttamiseen muita markkinainstrumentteja enää siinä vaiheessa, kun yli yön kaupat on tehty. Päivän aikana pankit voivat vapaasti ostaa ja myydä rahamarkkinavaateita ilman sopeuttamiskustannuksia.

- Pankit tuntevat edellisen päivän tilanteensa varmuudella. Sen sijaan saman päivän aikana tapahtuneiden tilitapahtumien vaikutus pankin asemaan on epävarma, mutta noudattaa tunnettua jakaumaa (normaalijakaumaa).

- Yli yön markkinoiden sulkeuduttua pankit kattavat alijäämänsä päiväluotoilla keskuspankista tai vastaavasti sijoittavat ylijäämänsä keskuspankkiin päivätalletuksina.

- Markkinat ovat kilpailulliset, ja kaikki osapuolet ovat yhtäläisessä asemassa.

3.1. Perusmalli

Perusmallissa oletetaan, että pankki voi rajatta velkaantua päiväluottokorolla ja rajatta tehdä talletuksia päivätalletuskorolla. Tällöin sen reserveistä saama tuotto on

$$(3.1) \qquad rd + (rl-rd)\frac{\min(0,w)}{w}, \text{jossa}$$

w = pankin päivävelka-asema
rd = keskuspankin päivätalletuskorko
rl = keskuspankin päiväluottokorko.

Yllä oleva lauseke antaa tuotoksi päivätalletuskorkon silloin kun päivävelka-asemaa kuvaava satunnaismuuttuja w on positiivinen ja päiväluottokoron silloin kuin w on negatiivinen. Pankin lopullinen päivävelka-asema riippuu lähtökohtatilanteesta päivän alussa, pankkien välisten markkinoiden yli yön lainojen kaupoista sekä pankin päivän kuluessa tekemistä muista tilisiirroista. Muita tilisiirtoja kuvataan satunnaismuuttujalla u, jonka realisaatiota pankki ei tunne päätöksentekotilanteessa. Satunnaismuuttujan odotusarvo on nolla, sillä kaikki ennalta tiedossa olevat maksut voidaan sisällyttää päivävelka-aseman deterministiseen osaan.

$$(3.2) \qquad w = W + u = R + Q + u$$

R = reservitavoite (tilanne päivän alussa)
Q = yli yön lainojen kaupat
u = satunnaiskomponentti , $u \sim N(0,\sigma^2)$

Pankin voitto saadaan vähentämällä reservien tuotoista reservien kustannus. Odotetun voiton maksimoinnin oletetaan olevan pankin tavoitteena perusmallissa (riskineutraali).

(3.3) $$\max_{Q} \quad E(\pi)$$

(3.4) $$\pi = rd \cdot w + (rl-rd)\min(0,w) - \delta Q,$$

jossa δ = pankkien välisten markkinoiden korko.

koska satunnaismuuttujan u odotusarvo on nolla, voidaan lauseke (3.4) kirjoittaa

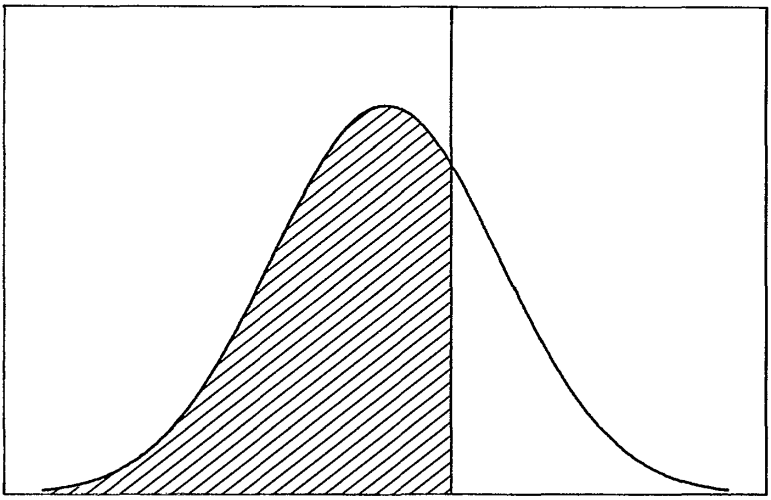
(3.5) $$E(\pi) = rd \cdot W + (rl-rd)E(\min(0,W+u)) - \delta Q.$$

Odotetun voiton lauseke sisältää odotusarvon minimifunktiosta, jonka argumenttina on satunnaismuuttuja. Minimifunktion odotusarvon laskemiseksi määritellään katkaistua[1] normaalijakaumaa (kuvio 3.1) noudattava satunnaismuuttuja Y siten, että

(3.6) $$Y = \begin{cases} y = W + u, & \text{kun } y < 0 \iff u < -W \\ y = 0 & \text{muulloin.} \end{cases}$$

[1]Termin katkaistu sijasta käytetään tilastotieteessä termiä sensuroitu, jos havaittujen arvojen oletetaan olevan peräisin koko alkuperäisen normaalijakauman alueelta (kuten tässä ongelmassa on tilanne). Taloustieteen sovellutuksissa käytetään usin katkaistua jakaumaa yleiskäsitteenä (Maddala 1983 s. 5).

KUVIO 3.1. KATKAISTU JAKAUMA $u \mid u<-W$



Katkaistun muuttujan Y odotusarvo E(Y) on:

$$(3.7) \quad E(Y) = Prob(y<0) \cdot E(y \mid y<0) + Prob(y=0) \cdot E(y \mid y=0)$$

$$= \Phi(-W/\sigma)E(y \mid y<0)$$

$$= \Phi(-W/\sigma)(W + E(u \mid u<-W))$$

$$= \Phi(-W/\sigma)(W + \int \frac{u \cdot 1/\sigma \cdot \phi(u/\sigma)}{\Phi(-W/\sigma} du)$$

$$= \Phi(-W/\sigma)(W + \frac{-\sigma \cdot \phi(-W/\sigma)}{\Phi(-W/\sigma)})$$

jossa Φ = normaalijakauman kertymäfunktio, ja
ϕ = normaalijakauman tiheysfunktio

Sijoittamalla yhtälö (3.7) yhtälöön (3.5) saadaan maksimointiongelma helposti ratkaistavaan muotoon. Derivointien jälkeen ratkeaa pankin reservien kysyntäkäyrä, joka tämän diskonttoikkunasäännön tapauksessa on yksinkertainen. Hinta, jolla pankki on valmis käymään kauppaa yli yön markkinoilla, on päivävelka-aseman todennäköisyydellä painotettu keskiarvo keskuspankin päiväluottokorosta ja päivätalletuskorosta.

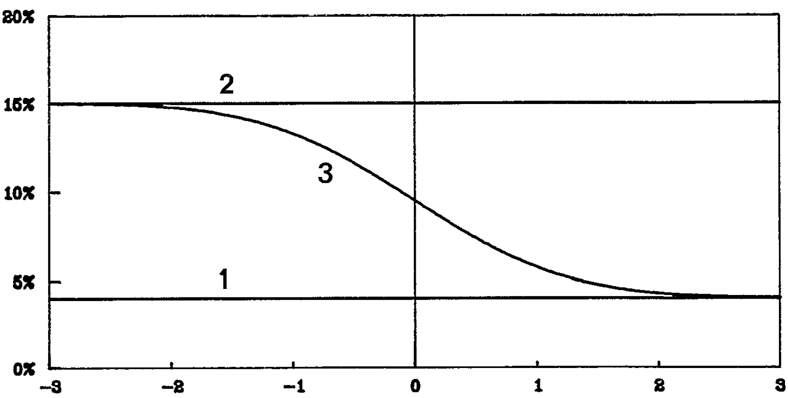
(3.8) $\delta = rd + (rl-rd)\Phi(-(Q+R)/\sigma)$

Perusmallin kysyntäkäyrä on piirretty kuvioon 3.2. Se on probit-funktio, jonka asymptootteja ovat päiväluottokorko negatiivisilla päivävelka-aseman arvoilla ja päivätalletuskorko sen positiivisilla arvoilla. Nollakohdassa funktio saa arvoksi näiden korkojen aritmeettisen keskiarvon. Reservejä mitataan tässä suhteessa niiden keskihajontaan, kuten reservinpitomallissa yleensäkin. Kun yhtälö (3.8) käännetään jatkossa niin päin, että vasemmalla puolella on pankin reservitavoite (yhtälö 3.9), tulee reservien hajonta yhdeksi tavoitetta selittäväksi tekijäksi.

KUVIO 3.2. PERUSMALLIN KYSYNTÄKÄYRÄ

1 Päivätalletuskorko = 4 %
2 Päiväluottokorko = 15 %
3 Kysyntä

O/N-%



Päiväluottoasema/keskihajonta

Lauseke (3.8) kuvaa yhden pankin reservien kysyntää. Kaikkien pankkien ($i=1,\ldots,H$) kysyntäkäyrät voidaan aggregoida summaamalla ja käyttämällä hyväksi sitä, että määritelmän mukaan pankkien välisillä markkinoilla $\Sigma\, Q^i = 0$. Aggregoidusta kysyntäkäyrästä vuorostaan ratkeaa markkinat tasapainottava korko reservitavoitteiden, päivävelka-asemien hajontojen ja diskonttoikkunan ehtojen funktiona.

Kysyntäkäyrien aggregointi perusmallissa

Normaalijakauman kertymäfunktiolla ei ole käänteisfunktiota, joten kysyntäkäytän ratkaiseminen määrien suhteen on mahdollista ainoastaan approksimaation avulla.[2] Ekonometrisissa töissä approksimointi on usein tehty logit-jakauman kertymäfunktion avulla. Soveltamalla sitä voidaan kysyntäkäyrä ratkaista määrien suhteen.

$$\delta = rd + (rl-rd)\Phi(-(Q+R)^i/\sigma^i)$$

$$\Rightarrow \quad (\delta-rd)/(rl-rd) = \Phi(-(Q+R)^i/\sigma^i)$$

$$\approx 1/(1+\exp(k(Q+R)^i/\sigma^i) \quad \text{logistinen approksimaatio, k on vakio.}$$

$$\Rightarrow \quad Qi = \sigma^i/k\cdot\log((rl-\delta)/(\delta-rd)) - R^i$$

---

[2] Logistinen jakauma on muotoa $L(x) = 1/(1+\exp(-x))$. Muunnos $L_k(x) = 1/(1+\exp(-kx))$ vastaa läheisesti normaalijakaumaa $\Phi(x)$, kun $k=1.6$. (Amemiya 1981 s. 1487). Jakauman vaihtamisen vaikutuksia on tarkasteltu erityisesti kvalitatiivisten probit ja logit -mallien estimoinnin yhteydessä. Amemiyan mukaan jakaumien erottaminen on tilastollisesti vaikeaa, eikä eroilla ole estimoinneissa merkitystä, elleivät havainnot ole keskittyneet vahvasti jakauman hännille. Logistisessa jakaumassa on paksummat hännät.

$\Sigma Q^i = 0$, joten

(3.9) $\Sigma R^i = \Sigma \sigma^i/k \cdot \log((rl-\delta)/(\delta-rd))$

=> $\delta = rd + (rl-rd)/(1+\exp(k\Sigma R^i/\Sigma\sigma^i)$

=>
(3.10) $\delta \approx rd + (rl-rd)\Phi(-\Sigma R^i/\Sigma\sigma^i)$

Perustulema aggregoinnista on, että korkoyhtälöön tulevat argumenteiksi pankkikohtaisten reservitavoitteiden summa sekä reservien hajontojen summa, ei reservien summan hajonta.

Komparatiivinen statiikka

Kysyntäkäyrän jyrkkyys riippuu mallissa reservien hajonnasta, joka tässä kuvaa epävarmuutta. Yhtälöstä (3.10) saadaan koron derivaataksi reservien hajonnan suhteen

$$\frac{d\delta}{d\Sigma\sigma} = (rl-rd)\frac{\Sigma R^i}{(\Sigma\sigma)^2}\,\phi(\Sigma R^i/\Sigma\sigma^i)$$

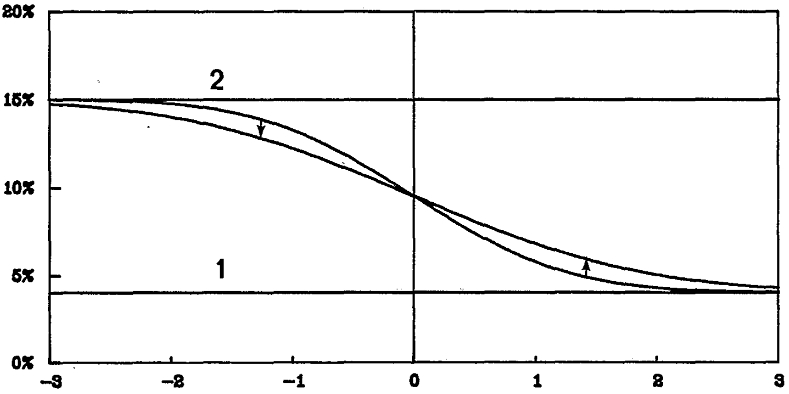
$$> 0, \text{ kun } \Sigma R^i > 0$$
$$< 0, \text{ kun } \Sigma R^i < 0.$$

Hajontojen summan kasvaminen (epävarmuuden lisääntyminen) nostaa korkoa positiivisilla reservien arvoilla ja laskee sitä negatiivisilla reserveillä, eli kysyntäkäyrä tulee loivemmaksi (kuvio 3.3). Vastaavasti hajontojen pienentyessä kysyntäkäyrä jyrkkenee. Kun hajonta lähestyy nollaa, kysyntäkäyrästä tulee porrasfunktio, joka hyppää päivätalletuskorosta päiväluottokorkoon samalla kun pankin päivävelka-aseman merkki vaihtuu talletuksista luotoiksi. Eli malli tuottaa erikoistapauksena edellisessä luvussa käsitellyn täydellisen informaation mallin.

KUVIO 3.3. RESERVIEN KESKIHAJONNAN (EPÄVARMUUDEN) KASVUN VAIKUTUS MARKKINAKORON MÄÄRÄYTYMISEEN

1 Päivätalletuskorko = 4 %
2 Päiväluottokorko = 15 %

O/N-%



Päivävelka-asema

Keskuspankin päiväluottokoron ja päivätalletuskorkon muutosten vaikutukset ovat suoraviivaisia. Molempien nousu vaikuttaa markkinakorkoa korottavasti, päiväluottokoron nousu derivaatalla $\Phi(-\Sigma R/\Sigma\sigma)$ ja päivätalletuskoron nousu derivaatalla $\Phi(\Sigma R/\Sigma\sigma)$. Derivaatat ovat symmetrisiä, joten päiväluottokoron ja päivätalletuskoron välisen erotuksen kasvattaminen levittää tasaisesti käyrää korkojen suhteen.

Vaikutukset reservikysyntään annetulla korkotasolla saadaan vastaavasti yhtälöstä (3.9). Hajonnan kasvu selvästi kasvattaa reservitavoitetta, sillä hajonta on reserviyhtälössä kertojana. Derivaatat päivätalletuskoron ja päiväluottokoron suhteen ovat tässäkin tapauksessa symmetrisiä.

$$\frac{d\ \Sigma R}{d\ rl} = \frac{\Sigma\sigma/k}{rl-\delta}$$

$$\frac{d\ \Sigma R}{d\ rd} = \frac{\Sigma\sigma/k}{\delta-rd}$$

3.2. Riskiaversio perusmallissa

Perusmallissa pankit oletetaan riskineutraaleiksi, eli niiden tavoitefunktioon oletetaan sisältyvän ainoastaan voiton odotusarvo. Seuraavassa tarkastellaan, miten oletus riskinkarttamisesta muuttaa kysyntäkäyrää. Tässä sovelletaan ns. mean-variance lähestymistapaa, jossa maksimoitava tavoitefunktio koostuu sekä voiton odotusarvosta että sen varianssista.

Mean-variance -ongelmaan päädytään, kun tavoitefunktiolle oletetaan sopiva eksplisiittinen muoto. Seuraava eksponentiaalinen funktio on usein käytetty ja täyttää ilmeiset tavoitefunktiolta tässä yhteydessä edellytettävät vaatimukset.

(3.11) $U(\pi) = -\exp(-M \cdot \pi)$,

jossa M = positiivinen vakio,
π = voitto interbank-kaupoista.

Funktio U on jatkuva ja monotoninen, ja lisäksi sen ensimmäinen derivaatta on positiivinen ja toinen derivaatta negatiivinen. Se siis implikoi kasvavaa hyötyä ja riskiaversiota. Lisäksi vakio $M = -U''/U'$, eli se ilmaisee riskiaversion määrää (absoluuttisen riskiaversion kerroin). Tämä funktiotyyppi soveltuu odotetun hyödyn maksimoinnin yhteyteen erityisesti sen vuoksi, että hyödyn odotusarvon lauseke saadaan tarkoituksenmukaiseen muotoon, kun π oletetaan normaalisti jakautuneeksi satunnaismuuttujaksi (ks. Bray 1985, s. 172).

$$E(U) = -\exp[-M[E(\pi) - 1/2M \cdot Var(\pi)]]$$

Edellistä lauseketta voidaan vielä yksinkertaistaa monotonisella transformaatiolla. Näin pankin maksimointiongelma saadaan lopulta ilmaistua pelkästään odotusarvon ja varianssitermin erotuksena.

(3.12) $\max_{Q} E(U) = E(\pi) - 1/2M \cdot Var(\pi)$

Ensimmäinen osa lausekkeessa (3.12) on sama kuin perusmallin maksimointitehtävässä, eli voiton odotusarvo. Lisäksi ratkaisuun tulee nyt mukaan voiton varianssin derivaatta kerrottuna riskiaversiolla. Kysyntäkäyrän ratkaisemiseksi on laskettava varianssi, derivoitava se, ja sijoitettava yhdessä odotusarvon derivaatan kanssa ensimmäisen kertaluvun ehtoon. Nämä laskutoimitukset on esitetty liitteessä 1. Tässä esitetään suoraan korkoyhtälö, joka on saatu tulokseksi.

(3.13) $\delta = rd + (rl-rd)\Phi + M(rl-rd)^2\{(b+1-\Phi)\sigma\phi - W(1-\Phi)\Phi\}$,

jossa b = rd/(rl-rd) ja kertymäfunktion Φ ja tiheysfunktion ϕ argumentti on aina $-W/\sigma$ (jakauman katkaisukohta).[3]

Korkoyhtälön loppuosa muodostaa riskipreemion, eli se osoittaa riskin karttamisesta johtuvan tasapainokoron muutoksen annetulla päivävelka-aseman tasolla verrattuna riskineutraaliin tapaukseen. Taloudellisen tulkinnan selventämiseksi voidaan preemion lauseketta edelleen sieventää seuraavaan muotoon.

(3.14) $$\begin{aligned} \text{Preemio} &= (rl-rd)M\Phi(1-\Phi)\{[\sigma\phi/(1-\Phi)+W]rd-[-\sigma\phi/\Phi+W]rl\} \\ &= (rl-rd)M\Phi(1-\Phi)\{rd\cdot E[w \mid w>0] - rl\cdot E[w \mid w<0]\} \end{aligned}$$

Viimeisimmästä preemion lausekkeesta näkyy, että W:n (päivävelka-aseman) lähestyessä positiivista tai negatiivista ääretöntä preemio lähestyy nollaa. Termi $\Phi(1-\Phi)$, joka kuvaa luottojen ja talletusten binomijakauman varianssia ("odds"), menee ääripäissä nollaan. Tulkinnan kannalta riskipreemion lähestyminen nollaa ääripäissä on luontevaa, sillä suurilla

[3]Merkintöjen yksinkertaistamiseksi kirjoitetaan tiheys- ja kertymäfunktiot ilman argumentteja riskiaversion käsittelyn yhteydessä. Muualla tekstissä argumentit ovat mukana.

ja pienillä W:n arvoilla epävarmuus päivävelka-asemaan sovellettavasta korosta vähenee. Ainoastaan päivävelka-aseman merkki vaikuttaa mallissa reservien tuottoon, ja merkin vaihtuminen on epätodennäköistä, kun reservit ovat selvästi positiiviset tai negatiiviset.

Samoin on ilmeistä, että preemio on aina positiivinen. Viimeisessä preemion lausekkeessa aaltosulkujen sisällä oleva korkomaksujen ja korkotulojen ehdollisten odotusarvojen erotus on aina positiivinen.

Preemion maksimi ei ole täsmälleen päivävelka-aseman nollakohdassa, vaan se tulee päiväluottojen puolelle. Preemion lausekkeessa tämä käy ilmi siitä, että siinä painotetaan päivävelka-asemien ehdollisia odotusarvoja niihin liittyvillä keskuspankin koroilla, ja päiväluottokorko on päivätalletuskorkoa korkeampi. Mahdollinen intuitiivinen tulkinta tälle on se, että pankin riski muodostuu luottopuolella suuremmaksi kuin talletuspuolella sen vuoksi, että likviditeetin vaihtelu aiheuttaa luottopuolella markkamääräisesti suuremman tulojen varianssin.

Muodollisesti riskipreemion nollakohdan merkki voidaan osoittaa derivoimalla riskipreemio W:n suhteen. Kun oletetaan, että σ=1, saadaan lausekkeesta (3.14) preemion derivaataksi lauseke (3.15). Vastaavalla tavalla voidaan myös nähdä, että varianssi $\sigma 2$ sekä päiväluottokoron ja päivätalletuskoron erotus vaikuttavat preemioon positiivisesti.

(3.15) $(rl-rd)^2 M \cdot \frac{\phi^2 - (1-\Phi)\Phi}{\phi(b+\Phi)} < 0.$[4]

Edellä esitetystä käy ilmi ainoastaan riskiaversion vaikutuksen suunta ja preemion muoto. Vaikutuksen suuruus riippuu riskinkarttamisen mitasta M, joka on tuntematon, mutta oletetaan tässä positiiviseksi tavoitefunktion ominaisuuksien kautta. Yhteenvetona näistä tarkasteluista voidaan siis todeta, että riskiaversio tuo mallissa markkinakorkoon positiivisen lisän, jonka merkitys on suurin reservien nollakohdan "lähellä".

---

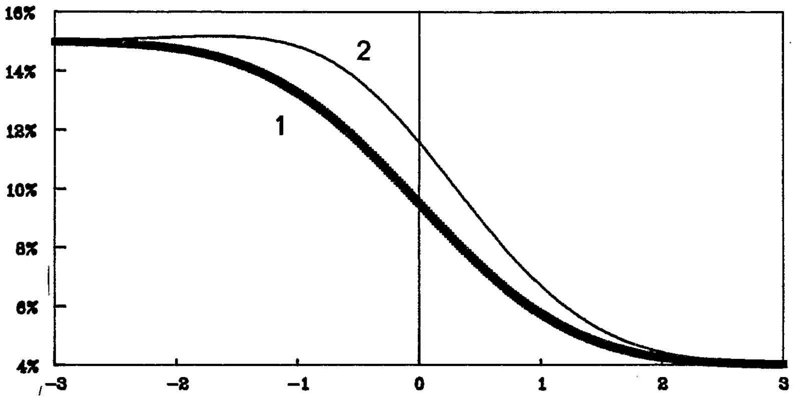
[4]Lauseke on negatiivinen, sillä $\phi(x)^2 - (1-\Phi(x))\Phi(x) < 0$. Tämä epäyhtälö pätee aina, sillä normaalijakauman kertymäfunktio $\Phi(x)$ samoin kuin myös $1-\Phi(x)$ saavat kaikissa pisteissä suuremman arvon kuin tiheysfunktio $\phi(x)$.

Kuviossa 3.4 on piirretty reservien kysyntäkäyrä riskiaversiomitan arvoilla M=0 (riskineutraali) ja M=0.1. Kysyntäkäyrien välinen erotus on riskipreemio. Se on piirretty erillisenä kuvioon 3.5.

KUVIO 3.4. RISKIÄ KARTTAVAN PANKIN KYSYNTÄKÄYRÄ VERRATTUNA PERUSMALLIIN

1 Perusmalli
2 Riskiaversioparametri = 0.1

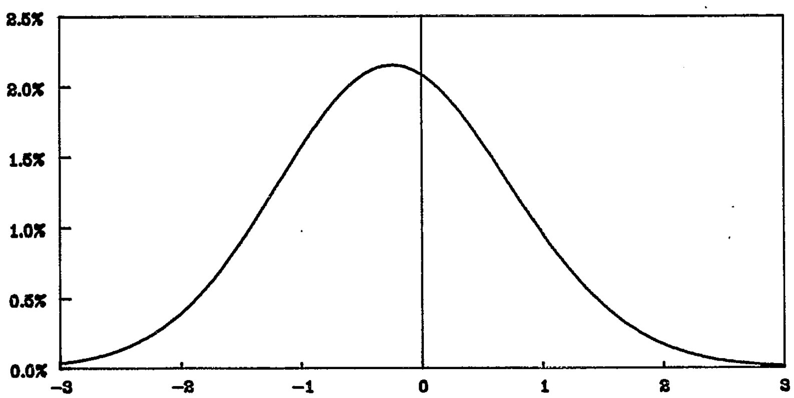
O/N-%



Päiväasema/keskihajonta

KUVIO 3.5. RISKIPREEMIO

%-yks.



Riskiaversio-
parametri = 0.1

Päiväasema/keskihajonta

3.3 Sakkokorkomalli

Erilaiset määrälliset kiintiöt ovat hyvin tavallisia eri maiden päiväluottojärjestelmissä. Seuraavassa tarkastellaan yksinkertaista kiintiöjärjestelmää, joka poikkeaa perusmallista niin, että siinä on yksi uusi korkoporras. Tässä oletetaan edelleen, että pankki saa tallettaa vapaasti varoja päivätalletuskorolla, mutta lisäksi tehdään oletus, että velkaantuminen päiväluottokorolla on rajoitettu eksogeenisen kiintiön K suuruiseksi. Kiintiön ylittävältä velan määrältä pankki joutuu maksaamaa sakkokorkoa (symboli rs). Pankin voitto yli yön markkinoiden kaupoista voidaan nyt ilmaista seuraavasti.

$$
(3.17)\quad \pi = -\delta Q + \begin{cases} rd \cdot w, & \text{kun } w > 0 \\ rl \cdot w, & \text{kun } K < w < 0 \\ rl \cdot K + rs(w-K), & \text{kun } w < K \end{cases}
$$

$$
= -\delta Q + \begin{cases} rd(W+u), & \text{kun } u > -W \\ rl(W+u), & \text{kun } K-W < u < -W \\ rl \cdot K + rs(W+u-K), & \text{kun } u < K-W \end{cases}
$$

Tämän lausekkeen odotusarvo on:

$$
\begin{aligned}
(3.18)\quad E[\pi] = {} & -\delta Q + \mathrm{Prob}(u>W) rd \cdot E[W+u \mid u>-W] \\
& + \mathrm{Prob}(K-W<u<-W) rl \cdot E[W+u \mid K-W<u<-W] \\
& + \mathrm{Prob}(u<K-W)\{(rl-rs)K + rs \cdot E[W+u \mid u<K-W]\}
\end{aligned}
$$

=>

$$
\begin{aligned}
E[\pi] = {} & -\delta Q + \{1-\Phi[-W/\sigma]\} rd \cdot E[W+u \mid u>-W] \\
& + \{\Phi[-W/\sigma] - \Phi[(K-W)/\sigma]\} rl \cdot E[W+u \mid K-W<u<-W] \\
& + \Phi[(K-W)/\sigma]\{(rl-rs)K + rs \cdot E[W+u \mid u<K-W]\}
\end{aligned}
$$

Odotusarvon lausekkeesta ilmenee, että sakkokoron tuoma lisä perusmalliin verraten on yksi uusi katkaisukohta satunnaismuuttujan u jakaumaan. Katkaisukohtia on nyt kaksi, joten on tarkasteltava erikseen alhaalta rajoitettua jakaumaa ja ylhäältä rajoitettua jakaumaa sekä näiden välissä olevaa molemmista suunnista rajoitettua jakaumaa. Ylhäältä ja alhaalta rajoitettujen jakaumien odotusarvot ovat tulleet esiin jo aiemmin. Molemmista päistä rajoitetun jakauman odotusarvo on (ks. Maddala 1983 Appendix):

$$E[W+u \mid K-W<u<-W] = \frac{\sigma\phi((K-W)/\sigma) - \sigma\phi(-W/\sigma)}{\Phi(-W/\sigma) - \Phi((K-W)/\sigma)} + W.$$

Sijoittamalla katkaistujen jakaumien odotusarvot odotetun voiton lausekkeeseen päädytään sievennysten jälkeen seuraavaan lausekkeeseen.

$$(3.19)\quad E[\pi] = -\delta Q - (rl-rd)\sigma\phi(-W/\sigma) - (rl-rs)\sigma\phi((K-W)/\sigma)$$
$$+W[rd+(rl-rd)\Phi(-W/\sigma)]$$
$$-(K-W)(rs-rl)\Phi((K-W)/\sigma).$$

Sakkokorkomallin kysyntäkäyrä voidaan ratkaista derivoimalla yllä esitetty lauseke Q:n suhteen. Se poikkeaa perusmallin kysyntäkäyrästä ainoastaan siten, että siinä on mukana uutena terminä sakkokoron ja päiväluottokoron välinen erotus painotettuna kiintiön ylityksen todennäköisyydellä. Muodoltaan se on yhdistelmä kahdesta rinnakkain olevasta perusmallin kysyntäkäyrästä. Mallin perusteella on ilmeistä, että kiintiöiden lisääminen toisi kysyntäkäyrään lisää samanlaisia palasia. Itse asiassahan perusmalli on yhden kiintiön järjestelmä (K=0), ja siinä korko on kiintiön ylityksen todennäköisyydellä painotettu keskiarvo sillä kohtaa sijaitsevasta korkoportaasta. Jos korkoportaita lisätään, ne kaikki vaikuttavat vastavalla tavalla.

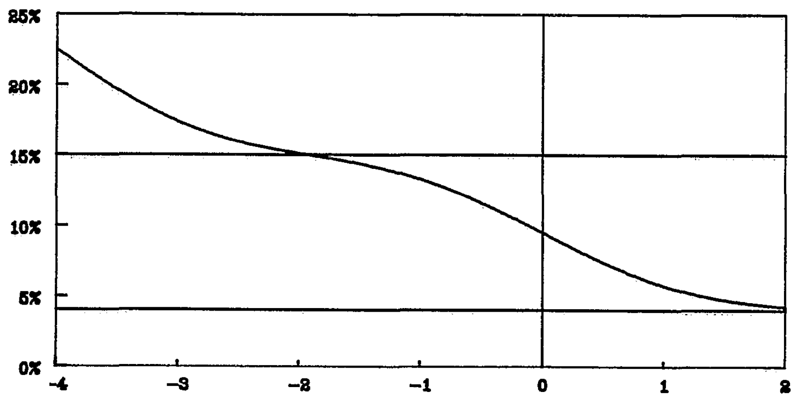
$$(3.20)\quad \delta = rd + (rl-rd)\Phi(-W/\sigma) + (rs-rl)\Phi((K-W)/\sigma)$$

Esimerkiksi Ruotsissa on diskonttoikkuna porrastettu tiheästi asettamalla lukuisa määrä kiintiöitä. Vuonna 1988 järjestelmässä oli 11 korkoporrasta (Englund, Hörngren, Viotti 1989). Tässä esitettyä sakkokorkomallia tuskin käytännössä voitaisiin johtaa näin monen portaan järjestelmälle. Edellä esitettyyn yleistykseen viitaten voidaan kuitenkin todeta, että malli tarjoaa perustelun tarjontakäyrän approksimoimiselle jatkuvalla funktiolla tiheän porrastuksen diskonttojärjestelmässä, kuten Englund, Hörngren ja Viotti (1989) ovat tehneet. He myös perustelevat (s.531 -532) tämän oletuksensa likviditeettiepävarmuudella, eli hyvin yhtäpitävästi tässä esitetyn formaalin mallin kanssa.

Sakkokorkomallin kysyntäkäyrä on piirretty kuvioon 3.6. Kuviossa vaaka-akseli kuvaa reservien määrää jälleen suhteessa niiden keskihajontaan. Kuviota muodostettaessa on oletettu, että markkamääräinen kiintiö K on neljä kertaa pankin reservien keskihajonnan suuruinen. Markkamääräisen kiintiön valinta sinänsä vaikuttaa kuviossa vain asteikkoon.

KUVIO 3.6. SAKKOKORKOMALLIN KYSYNTÄKÄYRÄ

O/N-%



kiintiö = -4* keskihajonta, sakkokorko = 30 %

Päiväasema/keskihajonta

3.4. Dynaaminen malli

Diskonttoluottojärjestelmiin kuuluu usein ehtoja, joiden vaikutuksesta pankin aiemman diskonttovelan määrä tulee otetuksi tavalla tai toisella huomioon velan kustannuksessa. Esimerkiksi USA:ssa diskonttokorko saattaa olla pitkiä ajanjaksoja markkinakorkojen alapuolella, jolloin käytännössä on oltava mekanismi, joka tekee pitkäaikaisen lainaamisen kannattamattomaksi. Siellä tämä mekanismi on ainakin osittain implisiittinen ja perustuu erillisiin hallinnollisiin päätöksiin. Goodfriend (1983) on käsitellyt optimaalisen diskonttovelan määräytymistä USA:n järjestelmässä olettaen, että velan kustannus riippuu positiivisesti sekä tämänpäiväisestä että eilisestä velan määrästä. Kustannuksen riippuvuus historiasta johtaa dynaamiseen optimointiin, sillä tämänpäiväiset päätökset vaikuttavat seuraavien päivien optimaalisiin ratkaisuihin.

Suomessa on sovellettu syksystä 1989 alkaen järjestelmää, jossa diskonttovelkaantumiseen on liittynyt ajasta riippuva kustannus. Täsmällisemmin ilmaistuna pankin päiväluoton korko peritään kaksinkertaisena siinä tapauksessa, että kyseisen pankin viiden viimeisen päivän yhteenlaskettu päiväasema on velan puolella. Seuraavassa johdetaan reservien kysyntäkäyrä tätä eksplisiittistä sääntöä käyttäen; samaa tekniikkaa voisi luonnollisesti soveltaa muunlaisiinkin variaatioihin.

Dynaamisessa ongelmassa pankin odotettu voitto yli yön kaupoista on määriteltävä erikseen kaikkina niinä päivinä, joihin päivän t kaupat vaikuttavat. Saman päivä voitto saadaan seuraavasti (olettaen, että diskonttovelasta peritään korkoa edellä mainitun viiden päivän säännön perusteella):

$$(3.21)\quad \pi_t = rd \cdot w_t + (rl-rd)\min(w_t,0) + rs\,\frac{\min(\Sigma w_{t-j},0)}{\sum\limits_j w_{t-j}}\min(w_t,0) - \delta_t Q_t, \quad \text{jossa } j=0,\dots,4.$$

Yllä olevan lausekkeen alkuosa kuvaa saman päivän päivävelka-aseman vaikutuksen voittoon ilman, että viiden päivän säännön vaikutus on mukana. Se on tässä täsmälleen sama kuin staattisessa perusmallissa. Jälkimmäinen osa voittolausekkeesta on muodostettu niin, että se tuottaa sakkokoron rs suuruisen lisämaksun siinä tapauksessa, että viiden päivän päivävelka-asemien summa on negatiivinen. Näin muotoiltuna sakkokorko tulee perittäväksi kyseisen päivän koko päivävelka-asemalta, eikä ainoastaan ylityksen osalta.

Tämän lisäksi päivän t kaupat vaikuttavat voittoon neljän seuraavan päivän ajan. Yleisyyden vuoksi otetaan käyttöön diskonttotekijä c, vaikka sen rooli on näin lyhytaikasessa ongelmassa luultavasti vähäinen. Voitto periodeilla t+i, i=1,..,4, voidaan kirjoittaa seuraavasti.

$$(3.21')\quad \pi_{t+i} = c^{i}\{rd\, w_{t+i} + (rl-rd)\min(w_{t+i},0)$$

$$+ rs\, \frac{\min(\Sigma w_{t+i-j},0)}{\sum_j w_{t+i-j}} \min(w_{t+i},0) - \delta_{t+i}Q_{t+i}\},$$

jossa $i = 1, \ldots, 4$

$j = 0, \ldots, 4$

Seuraavien päivien voittolausekkeissa on ainoastaan siirretty tarkastelupäivää eteenpäin indeksillä i, muuten lausekkeet ovat identtisiä ensimmäisen päivän yhtälön kanssa. Voittolausekkeiden odotusarvot ovat:

$$(3.22)\quad E(\pi_t) = E[-\delta_t Q_t + rd\cdot w_t + (rl-rd)\min(0,w_t)]$$

$$+ rs\, E\begin{bmatrix} \min(w_t,0), & \text{kun } \sum_j w_{t-j} < 0 \\ 0 \text{ muulloin} & \end{bmatrix}$$

$$(3.22') \quad E(\pi_{t+i}) = E[c^i(rd \cdot w_{t+i} + (rl-rd)\min(w_{t+i},0) - \delta_{t+i}Q_{t+i})]$$

$$+ c^i rs\, E\begin{bmatrix} \min(w_{t+i},0), \text{ kun } \sum_j w_{t+i-j} < 0 \\ 0 \text{ muulloin} \end{bmatrix}$$

Yllä esitetyissä yhtälöissä saman päivän (i=0) odotusarvon lauseke on edelleen kirjoitettu erillisenä muista. Jatkossa derivoitaessa Q_t:n suhteen saman päivän derivaattaan tulee mukaan päiväluoton todennäköisyys tarkasteltuna erillisenä voittoon vaikuttavana tekijänä, irrallaan viiden päivän päiväluottojen summasta (yhtälön 3.22 ylärivi). Se tuottaa lopulliseen ratkaisuun samanlaisen osan kuin perusmallin kysyntäkäyrä oli. Muina päivinä Q_t ei enää vaikuta kyseisen päivän voittoon muutoin kuin viiden päivän säännön kautta, joten yhtälön 3.22' ylimmäinen rivi tulee jäämään derivoinneissa kokonaan pois.

Viiden päivän summiin liittyvät regiimien rajat on esitetty yhtälöissä (3.22) ja (3.22') päivävelka-asemien summan suhteen. Satunnaismuuttujien tuntemattomien osien suhteen ratkaistuna saadaan rajoiksi päivänä i, i=0,...,4:

$$(3.23) \quad \sum_{j=0}^{4} w_{t+i-j} < 0 \iff \sum_{j=0}^{i} u_{t+j} < -\sum_{j=0}^{i} w_{t+j} - \sum_{j=1}^{4-i} w_{t-j}$$

Staattisessa mallissa minimifunktion odotusarvo saatiin painottamalla katkaistun satunnaismuuttujan u odotusarvoa siihen liittyvän jakauman osan todennäköisyydellä. Useamman periodin ongelmassa tarkastellaan kuhunkin päivään liittyen satunnaismuuttujien viiden päivän summan yhteisjakaumaa, josta osuus $\sum_{j=0}^{i} u_{t+j}$ on tuntematonta. Jakauman katkaisukohdaksi tulee nyt se kohta, jossa tuntemattomien satunnaismuuttujien summa muuttaa viiden päivän summan merkin päivätalletuksista päiväluotoiksi.

Perusmallin kanssa analogisesti voidaan odotusarvolausekkeet ilmaista jakauman eri osien odotusarvojen painotettuna keskiarvoina, joissa painoina ovat kunkin osan todennäköisyydet. Nämä todennäköisyydet saadaan normaalijakauman kertymäfunktion määritelmästä, mutta sitä varten tarvitaan satunnaismuuttujien summan yhteisjakauma. Tämä jakauma tunnetaan normaalijakauman ominaisuuksien perusteella (ks. esim. Mood, Graybill and Boes 1988, s.194). Kun oletetaan, että virhetermit ovat toisistaan riippumattomia, on jakauma seuraavaa muotoa.

$$(3.24) \quad \sum_{j=0}^{i} u_{t+j} \sim N(0,(1+i)\sigma^2)$$

Nyt voidaan ilmaista seuraavalla kertymäfunktiolausekkeella todennäköisyys, että lausekkeen (3.23) epäyhtälö on voimassa, eli todennäköisyys sille, että satunnaismuuttujien summa päivänä i on negatiivinen.

$$(3.25) \quad \Phi[(-\sum_{j=0}^{i} w_{t+j} - \sum_{j=1}^{4-i} w_{t-j})/((1+i)\sigma^2)^{1/2}]$$

$$=\Phi[g]$$

Tämän jälkeen odotusarvolausekkeet voidaan derivoida Qt:n suhteen. Kun jätetään pois termit, joihin Q_t ei vaikuta, ja käytetään hyväksi perusmallin yhteydessä johdettua kysyntäkäyrää, saadaan

$$(3.26) \quad \frac{d}{dQ_t}E(\pi_{t+i}) = c^i rs \cdot \frac{d}{dQ_t}\Phi[g]E[\min(w_{t+i},0]\}, \qquad \text{kun } i = 1, \ldots, 4$$

$$\frac{d}{dQ_t}E(\pi_t) = -\delta_t + rd + (rl-rd)\Phi(-W_t/\sigma)$$

$$+ c^i rs \cdot \frac{d}{dQ_t}\Phi[g]E[\min(w_{t+i},0]\}, \qquad \text{kun } i = 0$$

Suorittamalla kertymäfunktioiden ja odotusarvojen derivointi ja keräämällä kaikki periodit yhteen saadaan mallin dynaamista optimia kuvaava ensimmäisen kertaluvun ehto eli Eulerin yhtälö.

$$(3.27) \quad \sum_{i=0}^{4} \frac{d}{dQ}E(\pi_{t+i}) = -\delta_t + rd + (rl-rd)\Phi(-W_t/\sigma)$$

$$+ rs\ \Phi(-\sum_{j=0}^{4} W_{t-j})/\sigma)\Phi(-W_t/\sigma)$$

$$- rs \sum_{i=0}^{4} [c^i/((1+i)\sigma^2)^{1/2}]\phi[g]\ E[\min(w_{t+i},0]\}$$

$$= 0$$

<=>

$$(3.28) \quad \delta_t = rd + (rl-rd)\Phi(-W_t/\sigma) - rs\Phi(-\sum_{j=0}^{4} W_{t-j}/\sigma)\Phi(-W_t/\sigma)$$

$$+ rs \sum_{i=0}^{4} [c^i/(1+i)^{1/2}/\sigma]\phi[(-\sum_{j=0}^{i} W_{t+j} - \sum_{j=1}^{4-i} W_{t-j})/(i+1)^{1/2}/\sigma]$$

$$\cdot\{\phi(-W_{t+i}/\sigma) - W_{t+i}/\sigma \cdot \Phi(-W_{t+i}/\sigma)\}$$

Eulerin yhtälö on muodoltaan sellainen, että mallin dynamiikka ei ole siitä helposti nähtävissä. Vaikka yhtälö onkin säännönmukainen viiveiden suhteen, voi analyyttisen ratkaisun löytäminen reservien määrälle olla mahdotonta. Sen sijaan yhtälön pitkän aikavälin tasapaino saadaan vaivattomasti sijoittamalla W:n paikalle tasapainoarvo $\bar{W}$.

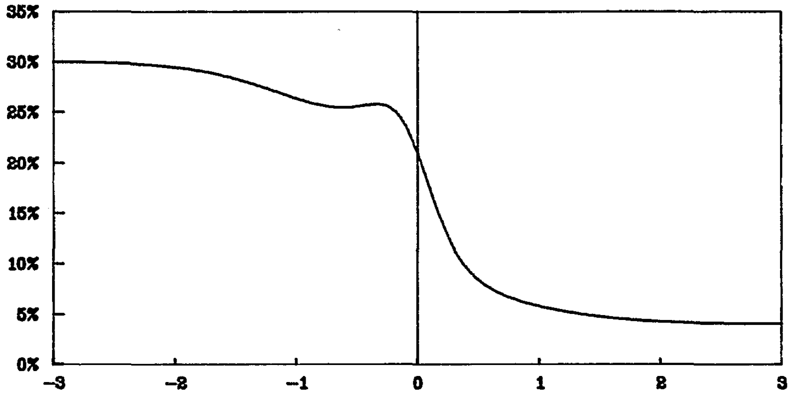
$$(3.29)\quad \delta = rd + (rl-rd+rs\Phi[-5\bar{W}/\sigma])\Phi[-\bar{W}/\sigma] + rs\{-\phi(-\bar{W}/\sigma)+\bar{W}/\sigma\cdot\Phi(-\bar{W}/\sigma)\}\sum_{i=0}^{4} -c^{i}/(i+1)^{1/2}\phi[5\bar{W}/(1+i)^{1/2}/\sigma]$$

Pitkän aikavälin tasapaino on piirretty kuvioon 3.7. Päiväluottokoroksi on oletettu 4%, päivätalletuskoroksi 15% ja sakkokoroksi 30%. Verrattaessa kuviota aiempiin on huomattava pitkän aikavälin tasapainon käsitteen merkitys. Kuvion relaatio kuvaa sitä korkotasoa, joka vaadittaisiin, että pankin optimaaliset reservit sopeutuisivat pysyvästi tietylle tasolle. Siitä ei näy koron reagointi reservishokkiin, koska aikadimensio on redusoitu pois. Staattisessa mallissa kysyntäkäyrä riittää kuvaaman molemmat aspektit. Eli tässä esitetty pitkän aikavälin tasapaino ja staattisten mallien kysyntäkäyrät kuvaavat eri käsitteitä vaikka näyttävätkin kuvioissa varsin samanlaisilta. Mallien vertailemiseksi tarvitaan simulointeja, joissa aikadimensio on mukana.

Miten diskonttoikkunan sakkokorkoon liittyvän liukuvan summan pituus vaikuttaa mallissa? Pitkän aikavälin tasapainoon laskentajakson pidentyminen vaikuttaa samalla tavalla kuin sakkokorkoon liittyvän epävarmuuden vähentyminen, eli mallin steady state jyrkkenee kun jaksoa pidennetään. Ääritapauksessa mallista häviäisi epävarmuus sakkokorosta kokonaan, jos laskentajakso olisi äärettömän pitkä. Sen sijaan sopeutuminen uuteen optimiin hidastuu jakson pidetessä. Mitä pidempi laskentajakso, sitä pidemmälle ajanjaksolle reservishokkien vaikutus jakaantuu.

KUVIO 3.7. DYNAAMISEN MALLIN STEADY STATE
(Viiden päivän sääntö)

O/N-%



Päiväasema/keskihajonta

4 MALLIN ESTIMOINTI

4.1 Tutkimusaineisto

Tutkimuksessa tarkastellaan ajanjaksoa maaliskuusta 1987 kesäkuuhun 1989. Siten aineisto kattaa koko sen jakson, jonka ajan Suomessa on ollut voimassa staattisella säännöllä rajoitettu päiväluotto-oikeus. Dynaamisen viiden päivän säännön aikakausi on jätetty empiirisestä osasta pois, koska se on ollut vielä tähän mennessä rikkonainen. Myös mallin testaamisen kannalta on tarkoituksenmukaisempaa keskittyä helpommin käsiteltävään staattisen säännön jaksoon. Dynaaminen mallin taustalla olevat oletukset ovat kuitenkin pääpiirteissään samat.

Pankkien veloista ja talletuksista on käytettävissä päivittäinen tasetieto pankkikohtaisena kaikilta keskuspankkirahoitukseen oikeutetuilta pankeilta. Tutkimusjaksolla näitä olivat Suomessa kaikki liikepankit. (Lisäksi valtion omistamalla Postipankilla oli oikeudet jo ennen kuin siitä tuli liikepankki). Liikepankkeihin kuuluuvat myös osuus- ja säästöpankkien keskusrahalaitokset, joiden kautta rahoitus välittyy paikallispankkisektorille. Keskuspankkirahoitukseen oikeutettujen pankkien lukumäärä on ollut tutkimusjakson aikana 10 - 11.

Estimoinneissa käytetty markkinakorko on Suomen Pankin laskema päivittäinen pankkien välisten markkinoiden yli yön korko. Tämä korko lasketaan painotettuna keskiarvona toteutuneista kaupoista. Yli yön korosta ei ole käytetty noteerauksiin perustuvia tietoja, sillä pankit eivät julkisesti noteeraa yli yön lainoja yhtä systemaattisesti kuin ne noteeraavat muita maturiteetteja. Estimoinneissa tarvitut hallinnolliset korot ovat Suomen Pankin tietokannasta.

Empiirisen osan keskeinen ongelma on epävarmuuden käsittely. Tästä syystä jatkossa edetään sen mukaan, mitä oletuksia on tehty mallin varianssiin liittyen. Ensin käsiteltävän vakiovarianssisen mallin yhteydessä on lisäksi tarkasteltu mahdollista riskipreemion vaikutusta.

4.2 Korkomalli, kun likviditeetin varianssi on vakio

4.2.1 Pankit riskineutraaleja

Perusmallista johdettu kysyntäkäyrä riskineutraalille pankille kuvasi markkinakoron keskuspankin päiväluottokoron ja päivätalletuskoron keskiarvona niin, että painoina olivat pankin likviditeettiaseman todennäköisyydet.

$$(4.1) \quad \delta = rd + (rl-rd)\Phi(-\Sigma Ri/\Sigma\sigma i)$$

$$= rd\cdot\Phi(\Sigma Ri/\Sigma\sigma_i) + rl\cdot\Phi(-\Sigma Ri/\Sigma\sigma_i).$$

Suoraviivaisin tapa soveltaa tätä yhtälöä empiirisesti on sovittaa yli yön koron ja pankkien päivävelka-aseman aineistoon normaalijakauman kertymäfunktion muotoinen funktio. Mallissa funktion asymptootit ovat päiväluotto- ja päivätalletuskorko, mutta tässä asymptootteihin liitettiin vapaasti määräytyvät kerroinparametrit, jotta niiden estimaatteja voitiin jatkossa testata. Teoreettisessa mallissa ei ollut mukana sopeutumista periodilta toiselle, joten empiirisessä yhtälössä käytetään kaikista muuttujista saman päivän havaintoja. Liittämällä yhtälöön aikaan viittaava indeksi t, saatiin estimoitavaksi malliksi seuraava lauseke.

$$(4.2) \quad \delta_t = a_2 rd_t\Phi(a_1w_t) + a_3 rl_t\Phi(-a_1w_t) + \varepsilon_t,$$

jossa w_t = pankkien yhteenlaskettu päivävelka-asema, ja

ε_t = virhetermi (mittausvirheestä)

Estimoidun funktion parametrisointia on vapautettu myös liittämällä kertymäfunktion sisälle vapaa kerroin. Tällä pyrittiin saamaan yhtälöön mukaan estimoinnista pois jätettyjen tekijöiden vaikutusta. Yhtälöä voi tulkita niin, että epävarmuutta kuvaava varianssi on siinä oletettu ajasta riippumattomaksi vakioksi, eli $\sigma^2_t = \sigma^2_{t+k}$. Kertymäfunktion sisällä olevan parametrin (a_1) käänteisluku vastaa tässä parametrisoinnissa kysyntäkäyrän hajontatermin estimaattia.

Yhtälön 4.2 estimoinnin tulokset ovat taulukossa 1. Tulokset on raportoitu erikseen koko tutkimusjaksolta (maaliskuusta 1987 kesäkuuhun 1989) sekä kahdelta osajaksolta, jotka on muodostettu katkaisemalla otos lokakuusta 1988. Tällöin päivätalletuskoron ja päiväluottokoron erotusta kasvatettiin huomattavasti. Ensimmäisellä jaksolla korkojen välinen erotus oli 3.5 prosenttiyksikköä ja toisella 9 prosenttiyksikköä.

Tuloksista käy ilmi, että mallin virhetermit ovat selvästi autokorreloituneita. Autokorreloituneiden virheiden tapauksessa normaali PNS-estimointi ei tuota parametrien varianssi-kovarianssimatriisista konsistenttia estimaattia. Jotta malliin voitaisiin kuitenkin soveltaa tilastollisia testejä, on kovarianssimatriisia korjattu Hansenin (1982) esittämällä virhetermien liukuvan keskiarvon muunnoksella.[1]

Raportoitujen tulosten yhteydessä käytettiin 12 periodin liukumaa. Sen vaikutuksesta alkuperäiset hajontaestimaatit yli kaksinkertaistuivat. Viipeiden lisäämisellä ei ollut enää sanottavaa vaikutusta.

Testit eri parametrirajoituksille on laskettu muunnetun kovarianssimatriisin avulla. Tässä yhteydessä mielekkäin testi kohdistuu siihen, ovatko asymptoottien kertoimet ykkösiä. Koko tutkimusjaksolla testi hylkää tätä koskevat nollahypoteesit molemmille kertoimille sekä yhdessä että erikseen yhden prosentin merkitsevyystasolla, mutta ei enää viiden prosentin merkitsevyystasolla. Päiväluottokoron eli ylemmän asymptootin kertoimeksi tulee 1.11 ja päivätalletuskoron kertoimeksi 0.83.

---

[1]Tutkimuksessa käytetyssä RATS-ohjelmistossa on valmis rutiini tähän tarkoitukseen. Siinä lasketaan kovarianssimatriisista estimaatti $(X'X)^{-1}\text{cov}(X,u)(X'X)^{-1}$ siten, että

$$(4.3) \qquad \text{cov}(X,u) = \sum_{k=-L}^{L} \sum_{t=1}^{T} u_t X_t^1 X_{t-k} u_{t-k},$$

jossa
L = viipeiden lkm, X = eksogeenisten muuttujien vektori ja u = residuaali.

TAULUKKO 1. TULOKSET KORKOMALLISTA

Selitettävä muuttuja: O/N-korko
Otos: 1.3.1987 - 16.5.1989

Otos:	Koko periodi	Jakso I	Jakso II
Kerroin			
a1	.444 (.048)	2.90 (.531)	.801 (.145)
a2	.835 (.067)	1.09 (.009)	1.36 (.170)
a3	1.11 (.051)	.937 (.013)	.976 (.015)
R2 :	.617	.617	.687
SSR:	381.22	116.18	207.55
SEE:	.8107	.5356	1.098
Durbin-Watson:	.756	.999	.912
Havaintoja:	583	408	175
Parametrirajoitusten testit:			
HO			
a2 = a3 = 1	6.28*	98.9**	4.58
a2 = 1	6.14*	91.2**	4.58*
a3 = 1	4.90*	24.1**	2.43
CHOW:	29.00**		

Jakso I = 1.3.1987 - 6.10.1988
Jakso II = 7.10.1988 - 15.6.1989

SSR = Jäännöstermien neliösumma
SSE = Estimoitu keskihajonta

$$\text{CHOW} = \frac{(\text{SSR(HO)}-\text{SSR(H1)})(n1+n2-2k)}{\text{SSR(H1) } k}$$

Noudattaa F-jakaumaa vapausasteilla (k,n1+n2-2k), jossa k = rajoitusten lkm.

a1:n ja a2:n parametrirajoitusten testisuure noudattaa Khi^2 -jakaumaa vapaus-astein k.

** = testisuure merkitsevä 1 %:n tasolla.
* = -,,- 5 %:n tasolla.

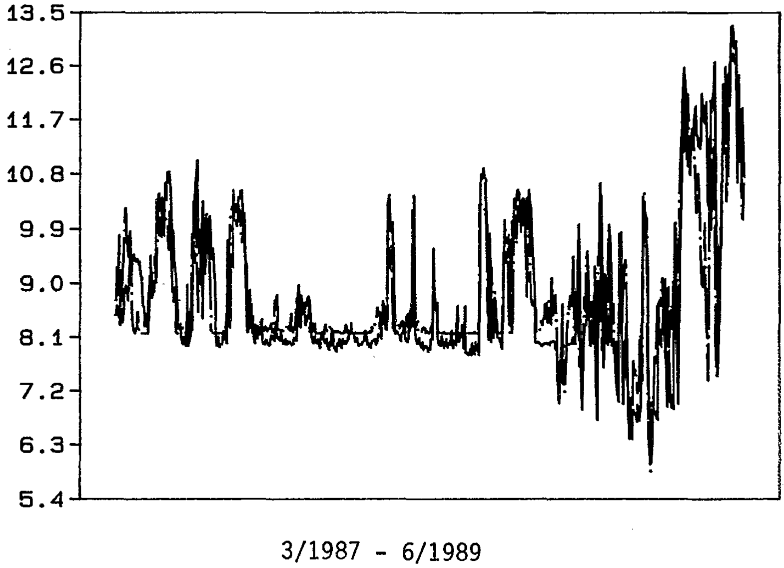
Suluissa on parametrien keskihajontaestimaatit korjatusta kovarianssimatriisista laskettuna.

Tarkasteltaessa erikseen kumpaakin päiväluottokoron ja päivätalletuskoronregiimiä havaitaan parametriestimaattien olevan sensitiivisiä estimointijaksolle. Stabiilisuutta on testattu laskemalla eri estimointijaksojen jäännösneliösummista (SSR) ns. CHOW-testisuure. Testin nollahypoteesi on, että kertoimet ovat samat molemmilla estimointijaksoilla. Tähän liittyvä rajoitettu neliösumma saadaan koko periodin estimoinnista. Vaihtoehtoiseen hypoteesiin liittyvä rajoittamaton neliösumma saadaan puolestaan laskemalla yhteen alaperiodien neliösummat. Testin perusteella stabiilisuus voidaan hylätään selvästi, eli testi tukee estimointiperiodin jakamista kahteen osajaksoon. Varauksena on todettava, että tähän testiin ei ole tehty autokorrelaatiokorjausta. Otoksen jakamisen puolesta puhuu kuitenkin myös se, että jaon seurauksena malli parantuu tilastollisesti hieman. Virheiden autokorrelaatio vähenee ja etenkin jälkimmäisellä jaksolla selitysaste kasvaa.

Asymptoottien kertoimet muuttuvat otoksen jaon seurauksena niin, että ne implikoivat nyt yli yön korolle kapeampaa vaihteluväliä kuin päiväkorkomarginaali on ollut. Tämä on uskottavampi tulos kuin koko periodilta saatu korkomarginaalia leveämpi vaihteluväli, sillä havaitut yli yön korot eivät ole etenkään jälkimmäisellä periodilla laskeneet lähelle päivätalletuskorkoa (havaintojen minimi 6 %, kun päivätalletuskorko on ollut 4 %). Ylemmän asymptootin kerroin ei jälkimmäisellä jaksolla enää poikkea merkittävästi ykkösestä. Myöskään molempia asymptootteja koskevaa yhdistettyä hypoteesia ei voida testin perusteella hylätä.

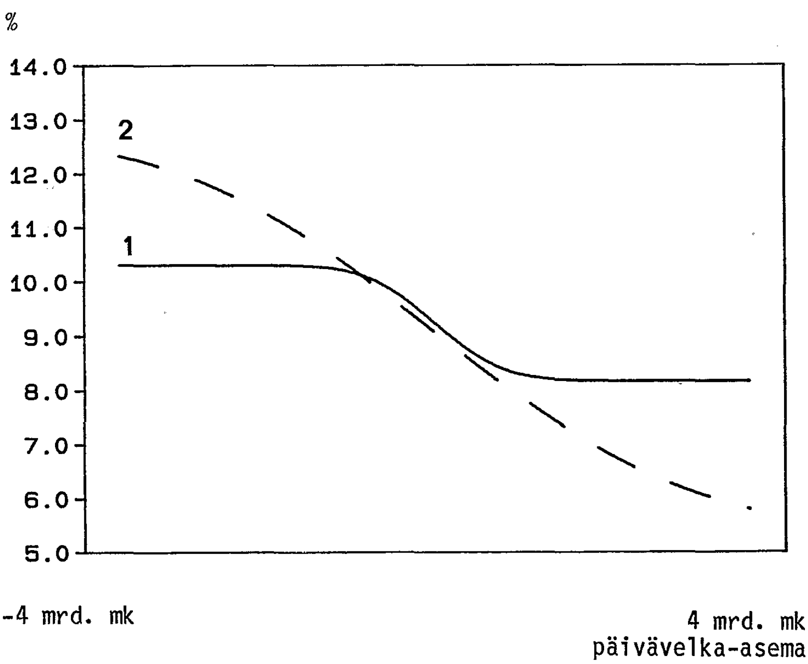
Mallin tuottama ennuste on piirretty kuvioihin 4.1 ja 4.2. Kuviossa 4.1 on tarkasteltu mallin sovitetta verrattuna toteutuneeseen yli yön korkoon. Jäännöstermien autokorreloituneisuus on kuvionkin perusteella ilmeistä. Sovitteesta erottuu selvästi jaksoja, jolloin malli systemaattisesti joko yliarvioi tai aliarvio havaittuja korkoja. Selvimmin sovite epäonnistuu noin kuukauden mittaisella, kevääseen 1988 ajoittuvalla jaksolla. Tämä liittynee siihen, että kyseisenä keväänä rahamarkkinat olivat tavallista epävakaammat. Markan valuuttaindeksin vaihteluväliä laajennettiin, ja se johti markan revalvoitumiseen muutamilla prosenteilla. Samoihin aikoihin pankkien päivävelka-asema kiristyi äkillisesti useiden viikkojen ajaksi.

KUVIO 4.1. YLI YÖN KORKO JA MALLIN SOVITE AJAN SUHTEEN



KUVIO 4.2. MALLIN SOVITE PÄIVÄVELAN SUHTEEN

1 3/1987 - 10/1988
2 10/1988 - 6/1989



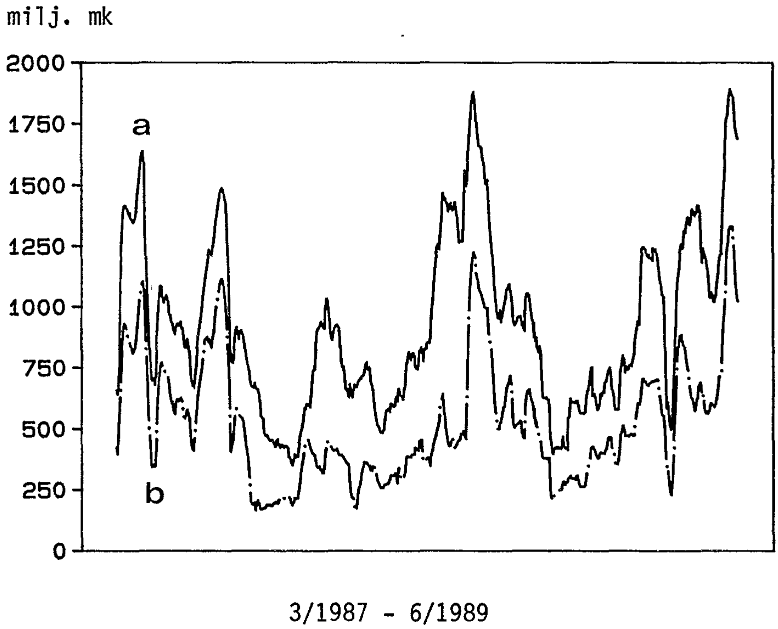
Kuvioon 4.2 on kuvattu mallin sovite eri diskonttovelan määrillä. Kuvion käyrä on piirretty erikseen kahdella diskonttoikkunan korkojen tasolla, ja se on tulkittavissa mallin tuottamaksi kysyntäkäyräksi. Korkojen suhteen kapeampi kysyntäkäyrä on laskettu ennen lokakuuta 1988 voimassa olleilla koroilla ja laajempi koroilla, jotka olivat voimassa lokakuusta 1988 kesäkuuhun 1989.

Parametriestimaateista a1 voitiin tulkita teoreettisen mallin hajontotermin käänteisluvun estimatiksi. Hajonta on mahdollista laskea myös suoraan aineistosta vertailukohdan saamiseksi. Kuviossa 4.3 on kuvattu pankkien päivävelka-aseman hajontaa ja hajonnan muutoksia ajassa laskemalla aineistosta liukuvasti reservien hajonta eri ajankohtina. Hajonta on laskettu niin, että kunkin päivän havainnoksi tulee edellisen 22 pankkipäivän ajalta (noin 1 kalenterikuukausi) laskettu hajonta. Lopullinen kuviossa esitetty sarja on saatu laskemalla pankeittaiset hajonnat yhteen.

Hajontojen summan aikasarjaa kannattaa verrata myös pankkien yhteisen päivävelka-aseman (w_t) hajonnan aikasarjaan, joka on huomattavasti yksinkertaisemmin laskettavissa, ja joka on julkista informaatiota toisin kuin pankkikohtaiset sarjat. Keskimäärin pankkikohtaisten päivävelka-asemien hajontojen summa on ollut tutkimusjaksolla vajaat 1 mrd markkaa. Yhteisen nettoposition hajonnan taso on puolestaan ollut tutkimusjaksolla noin puolta matalampi kuin hajontojen summan taso, eli runsaat 500 mmk. Aikasarjojen välinen korrelaatio on kuitenkin .90. Tämä viittaa siihen, että diskonttoaseman w_t hajonta voi regressioissa olla kohtuullinen approksimaatio pankkikohtaisten reservien hajontojen summalle $\Sigma\sigma_{it}$. Kuvioon 4.3 on piirretty molemmilla tavoilla lasketut liukuvat hajonnat. Kuvio ei tue edellisissä estimoinneissa tehtyä implisiittistä oletusta varianssin vakioisuudesta.

KUVIO 4.3. PANKKIEN PÄIVÄVELKA-ASEMAN LIUKUVA HAJONTA

a) Pankkikohtaisista positioista laskettuna
b) Yhteisestä nettopositiosta laskettuna



Parametrin a_1 estimaatti koko jaksolta on .44, joten sen käänteisluku, joka on varsinaisesti hajontatermin estimaatti, saa arvon 2.3. Hajontatermin estimaatti pienenee (eli a_1 kasvaa) molemmilla periodeilla kun jaksoja tarkastellaan erillisinä. Erityisen selvästi se pienenee ensimmäisellä, kapeamman päiväkorkomarginaalin ajanjaksolla. Historallisiin hajontoihin verrattuna nämä erikseen estimoitujen mallien hajontaestimaatit ovat lähempänä havaittuja. Kuten kuvasta 4.3 ja edellä esitetyistä koko jaksojen keskiarvoista käy ilmi, on koko periodilta saadun estimaatin implikoima hajonta (2.3 mrd. mk) selvästi havaittua hajontaa suurempi.

Jatkossa pyritään epävarmuutta käsittelemään eksplisiittisemmin. Yksi mahdollisuus olisi liittää tässä eksogeenisina lasketut hajontamuuttujat malliin erillisenä selittävinä muuttujina. Näin lasketun hajontamuuttujan heikkous olisi kuitenkin käytettävän laskentaperiodin pituuden ja painorakenteen mielivaltaisuus. Perustellumpana voitaisiinkin pitää varianssin estimointia regressiolla. Se voidaan estimoida esimerkiksi ARCH-mallilla (autoregressive conditional heteroskedasticity), jossa reservejä selitetään niiden keskiarvolla niin, että virhetermin varianssilla on oma autoregressiivinen yhtälönsä. Tällöin varianssimuuttujan liukuman pituus ja painorakenne määräytyvät aineistoista. Estimoinnin taustaoletus olisi kuitenkin se, että likviditeetin kysyntä on vakio.

Tästä päästään eroon ainoastaan estimoimalla varianssi yhdessä koko mallin kanssa. Jatkossa tarkastellaankin ehdollisen, autoregressivisen muuttuvan varianssin malleja, joissa varianssi estimoituu yhdessä kysyntäkäyrän estimoinnin kanssa. Seuraavassa kuitenkin ensin tarkastellaan riskipreemion vaikutusta vakiovarianssisen korkomallin yhteydessä.

4.2.2 Pankit riskinkarttajia

Luvussa 3.2 johdettiin riskipreemio, joka seuraa kun oletetaan pankkien karttavan riskiä. Merkkitarkasteluissa tämä preemio osoittautui positiiviseksi. Lisäksi se lähestyi nollaa suurilla ja pienillä päivävelka-asemien arvoilla. Preemion puuttuminen edellisestä korkomallista on potentiaalinen syy autokorrelaatioon, sillä mallit on täsmennetty virheellisesti, jos riskinkarttamisen vaikutukset ovat merkittäviä. Tästä syystä estimoinneissa kokeiltiin myös, saadaanko aineistosta merkittävää kerrointa riskipreemiolle.

Malli parametrisoitiin vastaavalla tavalla kuin edellinenkin korkomalli. Hajontatermi korvattiin vakiokertoimella ja asymptootteihin sekä riskipreemion lausekkeeseen liitettiin kertoimet. Näin saatiin riskiä karttavien pankkien malliksi seuraava lauseke.

Riskiaversiomalli:

$$(4.4)\quad \delta_t = a_2 rd_t \Phi(a_1 w_t) + a_3 rl_t \Phi(-a_1 w_t) + \\ + a_4 (rl_t - rd_t)^2 \{\phi(-a_1 w_t)[rl_t/(rl_t - rd_t) + \Phi(-a_1 w_t)] \\ - a_1 w_t \Phi(-a_1 w_t) \Phi(a_1 w_t)\} + \varepsilon_t$$

Tulokset riskiaversiomalleista on raportoitu taulukossa 2. Niiden perusteella ei riskipreemion vaikutukselle saada vahvistusta. Preemio ei saa nollasta poikkeavaa kerrointa millään estimointijaksolla. Tästä syystä estimointitulokset ovat muiltakin osin pääpiirteissään samat kuin taulukon 1 riskineutraalien pankkien mallissa. Autokorrelaatio ei poistu riskipreemion huomioon ottamisella.

Muodostettu riskipreemion lauseke voi olla estimoinnin kannalta tarpeettoman yksityiskohtaisesti täsmennetty. Graafisen kuvauksen perusteella näytti mahdolliselta, että yksinkertaisempikin funktio kuvaa riskipreemion vaikutuksen. Estimoinneissa kokeiltiinkin lisäksi yhtälöä, jossa riskineutraalin pankkien korkomalliin liitettiin normaalijakauman tiheysfunktio, jonka argumenttina oli päivävelka-asema. Tulokset eivät kuitenkaan muuttuneet, eikä niitä ole raportoitu.

TAULUKKO 2. TULOKSET KORKOMALLISTA, JOSSA ON MUKANA RISKIPREEMIO

Selitettävä muuttuja: O/N-korko
Otos : 1.3.1987 - 16.5.1989

Otos:	Koko periodi	Jakso I	Jakso II
a1	.533 (.039)	2.94 (.636)	1.22 (.067)
a2	.907 (.033)	1.09 (.010)	1.68 (.091)
a3	1.02 (.047)	.934 (.017)	.965 (.017)
a4	.010 (.009)	.002 (.015)	-.012 (.007)
R2 :	.626	.617	.693
SSR:	372.23	116.23	203.87
SEE:	.802	.536	1.092
Durbin-Watson:	.788	.999	.932
Havaintoja:	583	408	175

Jakso I = 1.3.1987 - 6.10.1988
Jakso II = 7.10.1988 - 15.6.1989

Suluissa on parametrien keskihajontaestimaatit korjatusta kovarianssimatriisista laskettuna.

4.3 Ajassa muuttuva endogeeninen varianssi

4.3.1 Multiplikatiivinen GARCH-in mean

Edellä estimoituja korkoyhtälöitä muodostettaessa tehtiin yksinkertaistavia oletuksia mallin virhetermistä. Teoreettisen mallin ΣR_i kuvaa pankkien likviditeettitavoitteiden summaa, jota ei voida suoraan havaita. Edellä se korvattiin havaitulla pankkien päivävelka-asemalla w_t. Havaittu asema sisältää kuitenkin tavoitteiden lisäksi pankkeja kohdanneiden yllätysten summan. Eli $w_t = \Sigma R_{it} + \Sigma u_{it}$. Tämän tulkinnan mukaan ovat edellä estimoidut yhtälöt virheellisesti spesifioituja; niiden jäännöstermi ei noudata normaalijakaumaa vaan jotain normaalijakauman monimutkaista transformaatiota. Tässä pyritään täsmentämään virhetermi edellisiä estimointeja perustellummin ja sitä kautta eroon mallin tilastollisista ongelmista.

Oikeaa täsmennystä varten on kysyntäkäyrä käännettävä niin, että virheiden summa saadaan pois kertymäfunktion sisältä. Eli malli on estimoitava niin, että reservejä selitetään markkinakorolla ja päivävelka-aseman kustannuksella. Virhetermin osalta perustellumman täsmennyksen lisäksi tästä tulee olemaan myös se etu, että oletuksia varianssista voidaan vapauttaa estimoitavassa mallissa. Näin myös epävarmuuden vaikutuksia voidaan tarkastella lähemmin.

Edellä on jo teoreettisen mallin kysyntäkäyrän aggregoinnin yhteydessä (s. 32) ratkaistu yhtälö reservien suhteen käyttämällä logitjakaumaa normaalijakauman approksimaationa. Soveltamalla tätä saadaan reservien suhteen ratkaistuksi kysyntäkäyräksi seuraava lauseke.

$$\delta_t = rd_t + (rl_t - rd_t)\Phi(-\Sigma R_{it}/\Sigma\sigma_{it})$$

=>

$$w_t = \Sigma\sigma_{it}/k[\log(rl_t - \delta_t) - \log(\delta_t - rd_t)] + \Sigma u_{it} \tag{4.6}$$

Koska u_i on jakautunut normaalisti varianssilla σ^2_i ja keskiarvolla nolla, noudattaa summattu muuttuja Σu_i jakaumaa $\Sigma u_i \sim N(0, \Sigma\sigma^2_i)$. Estimoitavassa yhtälössä päästään summamerkeistä eroon korvaamalla Σu_i satunnaismuuttujalla $u \sim N(0,\sigma^2)$, jossa $\sigma^2 = \Sigma\sigma_i^2$. On kuitenkin huomattava, että aggregoituun kysyntäkäyrään liityvä hajonta $\sigma=(\Sigma\sigma_i^2)^{1/2}$, eli se riippuu pankkikohtaisten nettovelka-asemien varianssien summasta. Aggregointiongelma ei siis poistu yhtälöstä.

Jatkossa hajontojen summa kuitenkin oletetaan proportionaaliseksi summan hajonnan kanssa. Tätä voi perustella historiallisten varianssien tarkastelulla edellä sivulla 55 (kuvio 4.3). Estimoinneissa käytetään pankkien yhteisen kokonaispäivävelka-aseman hajontaa, johon liitetään vapaasti määräytyvä kerroin. Tämä kerroin korjaa muuttujien tasoeroista johtuvan virheen.

Korkomallin yhteydessä tehdylle oletukselle varianssin vakioisuudesta ei ollut erityisiä perusteluja. Teoreettisesti varianssin vaihtelun salliminen on vähemmän rajoittavaa. Mallissa oletettiin, että pankki ei tunne saman päivän aikana tapahtuvaa likviditeettiaseman muutosta varmuudella, joten ilman lisäoletuksia on johdonmukaista, että se ei tunne myöskään likviditeetin varianssia. Ennalta tuntemattoman varianssin yhteyteen soveltuvia ekonometrisia malleja ovat juuri GARCH- tai ARCH-mallit, joissa odotettu varianssi voi muuttua. Keskeisiä artikkeleita näistä malleista ovat mm. Engle (1982), Bollerslev (1986), Engle, Lilien, and Robins (1987) sekä Bollerslev, Engle, and Wooldridge (1988).

Vaihtuvan varianssin malleissa tehdään ero ehdollistamattoman varianssin ja ehdollisen varianssin välille. Ehdollistaminen tekee estimoinnin mahdolliseksi, mutta lisäksi sille on usein luonteva epävarmuuteen liittyvä tulkinta. Satunnaismuuttujan jakauma spesifioidaan ehdollisena sille informaatiolle, joka kullakin hetkellä on päätöksentekijän käytettävissä. Periaatteessa myös varianssista muodostettaville odotuksille voisi olla oma aidosti eksogeenisista muuttujista koostuva selitysyhtälönsä. Usein varianssi on kuitenkin muuttuja, johon heijastuu hyvin laaja joukko tapahtumia.

Likviditeetin vaihteluihin vaikuttavat käytännössä kaikki rahamarkkinoiden tapahtumat, joten GARCH- ja ARCH-malleihin kuuluva autoregressiivinen ehdollisen varianssin yhtälö on perusteltavissa. Yhtälöä voi tässä mallikehikossa tulkita niin, että se kuvaa pankin näkemystä saman päivän varianssista. Jatkossa ehdollisesta varianssista käytetään symbolia h^2 erotuksena ehdollistamattomasta varianssista σ^2, ja ehdollistamisen oletetaan tapahtuvan informaatiojoukon I suhteen.

Merkitään malliin liitettävän autoregressiivisen varianssiyhtälön muuttujia matriisilla Z_t ja parametreja vektorilla τ, sekä kootaan korot sisältävä logaritmilauseke yhdeksi muuttujaksi X_t, jonka parametreja merkitään vektorilla β. Yhtälön (4.6) mukainen ehdollistetun varianssin malli voidaan tällöin kirjoittaa seuraavaan muotoon.

$$(4.7) \qquad w_t = h_t X_t \beta + u_t; \qquad u_t \big|_{I_{t-1}} \sim N(0, h^2_t)$$

$$h^2_t = Z'_t \tau,$$

missä $Z'_t = (1, h^2_{t-1}, h^2_{t-2}, \ldots, h^2_{t-q}, u^2_{t-1}, u^2_{t-2}, \ldots, u^2_{t-p})$

ja $X_t = \log((rl_t - \delta_t)/(\delta_t - rd_t))$.

Kun varianssiyhtälö täsmennetään niin, että h^2_t riippuu pelkästään aiemmista ennustevirheistä, on kyseessä ARCH(q)-malli (autoregressive conditional heteroskedasticity), jossa q on viipeiden lukumäärä. Tällaisen yhtälön voi tulkita kuvaavan oppimisprosessia, jossa ennustetta muutetaan edellisten erehdysten perusteella. ARCH(q) on erikoistapaus yleisemmästä GARCH(q,p) - spesifikaatiosta (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity), jossa varianssia selitetään ennustevirheiden lisäksi omilla viipeillään h^2_{t-i}, i=1,...,p. Rekursion avulla voidaan nähdä, että GARCH(q,p) -malli on ilmaistavissa myös ARCH-mallina, jossa virhetermien määrä lähestyy ääretöntä (Bollerslev 1986, s. 309).

Käytännön sovellutuksissa halutaan usein sallia mahdollisuus, että ehdollinen varianssi vaikuttaa myös mallin tasoon sen lisäksi, että se muuttuu ajassa. Lisäys -in mean tai -M GARCH- ja ARCH-mallien nimissä viittaa juuri tähän vaikutukseen. Mallin varsinaista selitysyhtälöä (tässä w_t:n yhtälö) nimitetään tavallisesti keskiarvoyhtälöksi. Ensimmäisessä GARCH-in mean -mallin esityksessä (Engle, Lilien, Robins 1987) hajontatermi kuvasi korkoyhtälön riskipremiota.

Myös tässä tarkasteltava mallissa hajonta ht on selittävänä muuttujana keskiarvoyhtälössä, joten kyseessä on GARCH/ARCH -in mean -malli. Muodostettu keskiarvoyhtälö poikkeaa kuitenkin alkuperäisestä Englen et. al. 1987 esityksestä siten, että virhetermin varianssin vaikutus on multiplikatiivinen kun se heillä oli additiivinen. Tiettävästi ainoa vaihtuvavarianssisten mallien estimointiin saatavissa oleva ohjelmapaketti (EZARCH) soveltuu kuitenkin ainoastaan lineaarisiin täsmennyksiin.

Käytännön syistä keskiarvoyhtälön linearisointimahdollisuus olisi siis toivottavaa. Linearisointia voisi tässä mallissa perustella sillä, että johdetun mallin täsmennys riippuu viime kädessä jakaumaoletuksesta, joten esitetty mallitäsmennys ei välttämättä ole juuri se oikea. Toisaalta linearisoinnin myötä varianssitermin tulkinta ja mallin luonne muuttuisivat. Multiplikatiivisessa mallissa varianssin kasvun vaikutuksen suunta markkinakorkoon riippuu siitä, ovatko pankit päivävelan vai päivätalletusten puolella, sillä varianssi määrää kysyntäkäyrän kulmakertoimen. Linearisoidussa mallissa varianssitermi siirtää kysyntäkäyrää, eli se laskee tai nostaa korkoa riippumatta siitä, kummalla puolella päivävelka-aseman nollakohtaa ollaan. Näin linearisoidun mallin varianssitermi toimii pelkästään riskipreemion tavoin. Edellä tehtyjen estimointien perusteella riskipreemio ei ole kuitenkaan olennainen epävarmuuden vaikutuskanava tässä mallissa. Silti linearisointia kokeiltiin, ja estimointitulokset näistä kokeiluista ovat liitteessä 2. Tässä jatketaan epälineaarisen mallin tarkastelua.

Multiplikatiivisuuden vuoksi on tarvittavaa estimointia syytä käsitellä tarkemmin. Seuraavassa tarkastellaan GARCH-spesifikaatiota, mutta ARCH ei poikkea oleellisesti tästä (ks. Bollerslev 1986). Estimointi perustuu suurimman uskottavuuden menetelmään, ja seuraa hyvin läheisesti lineaarisen GARCH-M -mallin estimointia.

Mallin logaritminen uskottavuusfunktio $L(\theta)$, jossa $\theta = (\beta', \tau')$ on kaikkien eksogeenisten parametrien vektori, saadaan virhetermin normaalijakaumaoletuksen perusteella seuraavaan muotoon.[2]

(4.8) $L(\theta) = \Sigma L_t(\theta);$

$$L_t(\theta) = - 1/2\log(2\pi) - 1/2\log(h_t^2) - 1/2u_t^2/h_t^2,$$

jossa $h_t^2 = c_0 + c_1u^2_{t-1} + \ldots + c_qu^2_{t-q}$

$$+ a_1h^2_{t-1} + \ldots + a_qh^2_{t-p}$$

$$u_t^2 = (w_t - h_tX_t'\beta)^2$$

Estimoinnissa etsitään parametriarvot, jotka maksimoivat tämän uskottavuusfunktion. Maksimit löytyvät luonnollisesti derivaattojen nollakohdista. Derivoimalla funktio parametrien suhteen saadaan

(4.9) $$\frac{dL_t}{d\theta} = -1/2h^{-4} \frac{dh_t^2}{d\theta}\{h_t^2 - u_t^2 - h_tu_tX'_t\beta\}$$

$$+ \frac{u_t}{h_t} \frac{dX'_t}{d\theta}\beta$$

Derivaatat ovat lähes samaa muotoa kuin lineaarisessa ARCH-M -mallissa (Engle, Lilien ja Robins 1987, sivu 398). Kuten yleensäkin ARCH- tai GARCH -prosessien yhteydessä, estimoinnin vaikeus on derivaattojen aikarakenne. Tämä käy ilmi, kun lauseketta kirjoitetaan auki pidemmälle. Kunkin periodin derivaatassa on mukana varianssin derivaatta parametrien

---

[2] Havainnon u_t todennäköisyys on $(2\pi h^2)^{-1/2}\exp(-1/2u^2_t/h^2_t)$, josta ottamalla logaritmi saadaan (4.8).

suhteen. Derivoimalla varianssin lauseke ensin varianssiyhtälön parametrien suhteen saadaan

$$(4.10)\quad \frac{dh^2_t}{d\tau} = Z_t + \sum_{i=1}^{p} a_i \frac{dh^2_{t-i}}{d\tau} - \sum_{i=1}^{q} c_i \frac{du^2_{t-i}}{d\tau}.$$

Vastaavasti varianssin derivaatat keskiarvoyhtälön parametrien suhteen ovat

$$(4.11)\quad \frac{dh^2_t}{d\beta} = \sum_{i=1}^{p} a_i \frac{dh^2_{t-i}}{d\beta} - 2\sum_{i=1}^{q} c_i u_{t-i} h_{t-i} X_{t-i}$$

$$- \sum_{i=1}^{q} c_i \frac{u_{t-i}}{h_{t-i}} X_{t-i} \beta \frac{dh^2_{t-i}}{d\beta}.$$

Yllä esitetyt lausekkeet (yhtälö 4.11) ovat viimeistä termiä lukuunottamatta samat kuin GARCH-mallissa, jossa ei ole mukana varianssin vaikutusta keskiarvoon (Bollerslev 1986, sivu 316). Hankala ajallinen riippuvuus näkyy niin, että varianssiyhtälön derivaatat riippuvat edellisen periodin varianssin derivaatan lisäksi edellisten periodien virhetermien derivaatoista parametrien suhteen. Nämä taas puolestaan riippuvat edeltävien periodien varianssien derivaatoista parametrien suhteen.

Engle et.al. ovat töissään soveltaneet sekä analyyttisiä että numeerisia derivaattoja, mutta suosittelevat numeerisia, koska mallin spesifikaation muuttaminen on niiden yhteydessä joustavampaa (Engle, Lilien and Robins 1987, s. 396). Estimointiin he ovat käyttäneet hyvin tunnettua pelkästään ensimmäisillä derivaatoilla operoivaa menetelmää, jonka ovat esittäneet Berndt, Hall, Hall ja Hausman (1974). Tällöin kaikki tarvittava sisältyy jo edellä esitettyihin yhtälöihin. Tässä tehdään estimointi samalla algoritmilla ja derivaatat lasketaan numeerisina.[3]

Viiverakenteen vuoksi on tehtävä jokin oletus virhetermien arvoista tutkimusajankohtaa edeltäneellä periodilla (tai niin monella periodilla taaksepäin, kuin mallissa on viiveitä). Tässä ne asetetaan odotusarvon perusteella, joten ne saavat estimoinnissa arvon nolla. Täsmällisesti ottaen tulokset ovat ehdollisia sille, että edeltävien periodien virhetermit ovat nollia.

Estimoinnin päävaiheet ovat yhteenvedettynä seuraavat (ks. myös Engle, Lilien and Robins 1987).

1. Lasketaan annetulla parametrivektorilla θ^1 uskottavuusfunktion arvo $L(\theta^1)$. Tätä varten tarvitaan arvot jäännöstermille ja varianssille. Ne saadaan rekursiivisesti varianssiyhtälöstä ja virhetermin yhtälöstä, kun otosta edeltävät virheet oletetaan nolliksi.

---

[3]Numeeristen derivaattojen käyttö perustuu siihen, että funktion ensimmäista derivaattaa voidaan approksimoida ratkaisemalla kulmakerroin annetulle välille (x,a). (Goldfeld and Quandt 1982, s. 19).

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a).$$

Derivaattojen laskentaa voidaan tarkentaa muodostamalla ne symmetrisesti annetun pisteen ympärillä. Pisteessä a

$$f'(a) = \frac{f(a+dx) - f(a-dx)}{2dx}.$$

Derivaattojen tarkasteluvälin pituuden määrittäminen numeerisissa laskelmissa on väistämättä mielivaltaista. Estimoinneissa käytetään yksinkertaista sääntöä $dx = \max(|x \cdot \varepsilon_1|, \varepsilon_2)$, jossa $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ovat pieniä positiivisia vakioita. On huomattava, että derivaatojen laskutapa saattaa vaikuttaa parametrien varianssi-kovarianssimatriisin estimaattiin, sillä tämä estimaatti lasketaan viimeisen iterointikierroksen derivaattamatriisin avulla.

2. Lasketaan uskottavuusfunktion derivaatta kullakin periodilla eri parametrien suhteen ja muodostetaan näistä derivaatoista T x m matriisi S, jossa T = havaintojen lkm ja m = parametrien lkm.

$$S = \begin{matrix} \frac{dL_1(\theta)}{d\theta_1} & \cdots & \frac{dL_1(\theta)}{d\theta_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{dL_T(\theta)}{d\theta_1} & \cdots & \frac{dL_T(\theta)}{d\theta_m} \end{matrix}$$

3. Berndt, Hall, Hall, Hausman -algoritmin iteraatiot lasketaan tällä S-matriisilla. Menetelmä perustuu siihen, että on olemassa vakio c^i siten, että iteraatio

$$\beta^{i+1} = \beta^i + c^i(S'S)^{-1}S'I,$$

jossa I = yksikkömatriisi (T x 1),

konvergoi uskottavuusfunktion stationaariseen pisteeseen (paikalliseen maksimiin). Lisäksi S'S konvergoi kohti funktion Hessin matriisia, kun T lähestyy ääretöntä. $(S'S)^{-1}$ on estimoitujen parametrien varianssi-kovarianssimatriisin konsistentti estimaatti (Berndt, Hall, Hall and Hausman 1974, s. 658).

Estimoitava malli on hyvin epälineaarinen, joten vaarana on, että iteroinnin tuloksena löytyy ainoastaan paikallinen maksimi. Virhetulkinnan mahdollisuutta kuitenkin olennaisesti vähentää se, että asymptoottien kertoimien ja varianssin järkevä vaihtelualue on kohtuullisesti pääteltävissä. Itse maksimointialgoritmin toimivuutta on pyritty kokeilemaan huolellisesti. Liitteessä 3 on esitetty vertailu, jossa verrataan sopivan mallitäsmennyksen avulla tämän algoritmin tuloksia tavanomaisen PNS-ohjelman tuloksiin.

Estimoitavaksi malliksi täsmennettiin ensin GARCH(1,1)-M, eli malli oli seuraava.

$$(4.11)\quad w_t = b_1 h_t/1.6(\log(b_3 rl_t - \delta_t) - \log(\delta_t - b_2 rd_t))$$

$$h^2_t = c_0 + c_1 u^2_{t-1} + c_2 h^2_{t-1}$$

Taulukossa 3 on GARCH(1,1)-M -mallin estimointitulokset. Malli estimoitiin jälleen sekä koko jaksolle että molemmille päiväkorkojen regiimeille. Koko jaksolle estimoituna asymptoottien estimaatit muuttuvat korkomalliin varrattuna vain vähän, mutta sen sijaan ensimmäisellä jaksolla estimoitu korkojen vaihtelualue levenee. Koko jaksolla viivästetyn varianssitermin kerroin on .52 ja viivästetyn virhetermin kerroin .33. Tutkimusjakson katkaiseminen päiväkorkomarginaalin levennyksen kohdalta muuttaa varianssiyhtälön parametriestimaatteja. GARCH-vaikutus on selvempi jälkimmäisellä jaksolla, ja estimoitu varianssiennuste on tällöin pysyvämpi ja vähemmän piikikäs kuin alkujaksolla. Viivästetyn varianssin kerroin on loppujaksolla 0.70, kun se alkujaksolla on .44. Vastaavasti viivästetyn jäännöstermin vaikutus on jälkijaksolla .22 ja alkujaksolla .42. Parametrien stabiilisuutta on tarkasteltu jälleen CHOW-testisuureen avulla. Se saa 1 %:n tasolla merkitsevän arvon, joten nollahypoteesi stabiileista kertoimista hylätään.

GARCH(1,1) -malleissa varianssiyhtälön parametreille voidaan osoittaa selkeä intuitiivinen tulkinta. Tämä on nähtävissä, kun tarkastellaan ehdollisen varianssin aikauraa. Periodilla t+s ehdollisen varianssin lauseke ja sen odotusarvo periodin t informaatiojoukon suhteen ovat

$$h^2_{t+s} = c_0 + c_1 E_t(u^2_{t+s-1}) + c_2 E_t(h^2_{t+s-1})$$

$$E_t(h^2_{t+s}) = c_0 + c_1 E_t(u^2_{t+s-1}) + c_2 E_t(h^2_{t+s-1})$$

$$= c_0 + (c_1 + c_2) E_t(h^2_{t+s-1}).$$

Toisaalta mallin ehdollistamaton varianssi on

$$E(u^2_t) = \sigma^2 = c_0/(1-(c_1+c_2)).$$

Sijoittamalla h^2 ehdollisen varianssin aikauran lausekkeeseen saadaan jälkimmäinen muotoon

$$E_t(h^2_{t+s}) = \sigma^2 + (c_1+c_2)(E_t(h^2_{t+s-1}) - \sigma^2)$$

<=>

$$E_t(h^2_{t+s}-\sigma^2) = (c_1+c_2)^s(h^2_{t+1}-\sigma^2).$$

Tästä muodosta käy suoraan ilmi, että kaikilla parametriarvoilla $c_1+c_2 <1$ (stationaarinen varianssiyhtälö) $E_t(h^2_{t+s})$ lähestyy mallin ehdollistamatonta varianssia σ^2 kun s lähestyy ääretöntä. Lisäksi shokkien vaikutus varianssiin laskee vakiovauhtia niin, että shokin kuoleentumisen vauhdin ilmaisee varianssiyhtälön parametrien c_1 ja c_2 summa (Chou 1988, sivu 282, sekä Engle and Bollerslev 1986).

Kun parametrien c_1 ja c_2 summa on yksi, ei mallin ehdollistamaton varianssi ole määritelty. Engle ja Bollerslev (1986) kutsuvat tätä erikoistapausta varianssin suhteen integroituneeksi GARCH-prosessiksi. Sille on ominaista, että kaikkien shokkien vaikutukset jäävät pysyväksi. Ehdollinen varianssi s periodia eteenpäin on sama kuin seuraavan periodin ehdollinen varianssi lisättynä varianssiyhtälön trendillä.

$$E_t(h^2_{t+s}) = sc_0 + h^2_{t+1}$$

Edellisen perusteella voidaan laskea shokkien kuoleentumisen vauhti estimoidussa mallissa. Parametrien c_1 ja c_2 summa on ensimmäisellä jaksolla .790 ja toisella jaksolla .948, joten varianssiyhtälöä voi pitää stationaarisena (tilastollista testiä GARCH-prosessin stationaarisuudelle ei ole kirjallisuudessa vielä esitetty, ks. Engle and Bollerslev 1986). Shokkien vaikutus jälkimmäisellä jaksolla on selvästi pysyvämpi; jälkimmäisellä jaksolla shokin vaikutuksesta on jäljellä viikon jälkeen noin 77 prosenttia ($.948^5$) kun ensimmäisellä jaksolla vaikutus on laskenut samassa ajassa noin 31 prosenttiin.

TAULUKKO 3. GARCH(1,1)-in mean

Otos:	Koko periodi	Jakso I	Jakso II
Reserviyhtälön parametrit			
b1	2.70 (.269)	1.95 (.642)	1.54 (.198)
b2	.821 (.039)	.933 (.084)	1.43 (.070)
b3	1.20 (.027)	1.12 (.058)	1.03 (.006)
Varianssiyhtälön parametrit			
c0	.035 (.006)	.045 (.009)	.015 (.007)
c1	.333 (.044)	.402 (.063)	.229 (.079)
c2	.520 (.040)	.388 (.071)	.724 (.061)
LogL	-319.582	-209.324	-101.528
R^2 :	.689	.565	.752
SSR:	123.158	82.371	37.522
Ljung-Box(5)			
resid.	239.3**	155.8**	43.81**
resid.neliöt	2.69	0.52	6.27
Durbin-Watson	.805	1.09	1.29

GARCH(1,1)-in mean -mallissa estimoitiin yhtälöt

$$w_t = b_1 h_t/1.6(\log(b_3 rl_t - \delta_t) - \log(\delta_t - b_2 rd_t)) + u_t$$

$$h^2_t = c_0 + c_1 u^2_{t-1} + c_2 h^2_{t-1}$$

$$u_t \sim N(0, h^2_t)$$

Suluissa on parametrien keskihajontaestimaatit.

Mallin ongelma on edelleen jäännöstermien autokorrelaatio. Taulukossa 3 on raportoitu Ljung-Box testisuure[4] laskettuna sekä standardisoiduista residuaaleista että standardisoitujen residuaalien neliöistä. Autokorrelaatiota osoittaa se, että näistä ensimmäinen saa tilastollisesti erittäin merkitseviä arvoja. Sen sijaan heteroskedastisuutta ei testin perusteella ole havaittavissa, sillä standardisoitujen jäännösten neliöistä laskettu testisuure voidaan hylätä.

Taulukossa 4 on raportoitu uskottavuusosamäärätestejä parametrirajoituksille. Mallitäsmennystä testattiin ensin niin, että testin rajoittamaton malli estimoitiin muodossa GARCH(1,2), eli siinä oli varianssiyhtälössä vakio, viivästetty ehdollinen varianssi sekä kaksi viivästettyä ehdollista jäännöstermiä. Tällöin nollahypoteesi oli, että jälkimmäisen viivästetyn jäännöstermin kerroin on nolla. Testin perusteella ei voitu hylätä nollahypoteesia, joten GARCH(1,1) -spesifikaatio on perustellumpi kuin GARCH(1,2).

Samassa yhteydessä testattiin myös mallin alemman asymptootin kertoimen rajoittamista ykköseksi. Tällöin testisuure sai erittäin merkitsevän arvon molemmilla erikseen estimoiduilla jaksoilla, mutta ei koko estimointijaksolla. Tätä rajoitusta testattiin lähinnä sen vuoksi, että lisättäessä parametrien määrää malliin jatkossa osoittautuu tarpeelliseksi sitoa jokin keskiarvoyhtälön parametreista.

---

[4]Ljung-Box testisuure (tai muunnettu Box-Pierce) on

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^{P} r^2_i/(T-i),$$ jossa r_i on residuaalien i:s autokorrelaatio.

Testisuure testaa residuaalien satunnaisuutta P:n ensimmäisen autokorrelaation perusteella. Q noudattaa khi^2 jakaumaa vapausastein P. Ks. lähemmin esim. Harvey (1981) s. 211.

TAULUKKO 4. USKOTTAVUUSOSAMÄÄRÄTESTIT PARAMETRIRAJOITUKSILLE, GARCH(1,1)-IN MEAN

	Uskottavuusfunktion logaritmin arvo		
	Koko jakso	Jakso I	Jakso II
HO: u_{t-2}:n kerroin = 0			
LogL(HO)	-319.58	-209.32	-101.53
LogL(H1):	-319.29	-209.32	101.48
LR-testis.	.576	.010	.051
HO: b2 = 1 (alempi asymptootti = 1•rd)			
LogL(HO):	-334.17	-210.73	-103.32
LogL(H1):	-319.58	-209.32	-101.53
LR-testis.	29.1**	2.81	3.58
HO: jaksojen I ja II kertoimet samat			
	LogL(HO)	LogL(H1)	LR-testisuure
	-319.6	-310.9	17.5**

LR-testisuure = -2(LogL(HO)-LogL(H1)).
Noudattaa khi^2 -jakumaa vapausasteilla k, jossa k = rajoitusten lukumäärä.

Vaihtuvan varianssin malli ei ole ennustekyvyltään yksiselitteisesti parempi kuin alussa estimoitu yksinkertainen malli, jossa selitettiin korkoja määrillä. Tämä johtunee pääasiassa siitä, että nyt estimoitava funktio ei enää ole määritelty asymptoottien ulkopuolella, koska logaritmien sisällä olevista lausekkeista tulee silloin negatiivisia. Asymptoottien estimaatit tulevat määritelmällisesti korkohavaintojen minimiarvon alapuolelle ja maksimiarvon yläpuolelle. Sen sijaan estimoitaessa yhtälö kertymäfunktiomuodossa voi osa havainnoista jäädä, ja myös jää, asymptoottien ulkopuolelle. Tämä on ristiriidassa teoreettisen mallin kanssa, mutta ymmärrettävästi pienentää jäännösneliösummaa. Niinpä reservien suhteen estimoidun vakiovarianssimallin selitysasteet ovat huomattavasti huonompia kuin taulukossa 4.1 esitetyt yksinkertaisen korkoja selittävän mallin selitysasteet. Vasta varianssin vaihtelun salliminen nostaa reservejä selittävän mallin selitysasteen koko periodille estimoituna korkomallin tasolle. Näitä malleja ei kuitenkaan ole korrektia verrata toisiinsa, vaan vaihtuvan varianssin reservimallia on verrattava vakiovarianssiseen reservimalliin. Siinä vertailussa selitysasteet selvästi kasvavat.

Edellä mainittiin, että korkomalli epäonnistui erityisen selvästi kevään 1988 aikana, jolloin rahamarkkinoilla tapahtui huomattavia muutoksia. Tämä jakso tulee jossain määrin paremmin käsitellyksi vaihtuvan varianssin mallissa, jossa varianssitermi reagoi tapahtuneisiin päivävelka-aseman tasosiirtymiin.

Tilastollisesti reservimallia ei voi vielä pitää tyydyttävänä jäännöstermien autokorrelaation vuoksi. Yleisesti ottaen autokorrelaatio on aina merkki mallin virheellisestä täsmennyksestä. Tämä voi puolestaan johtua esimerkiksi puuttuvista selittävistä tekijöistä tai virheellisestä funktiomuodosta. Syy voi siis olla operationalisointiin liittyvä tekninen yksityiskohta, mutta myös koko mallin perusoletuksiin voi liittyä ongelmia.

Jäännöstermien autokorreloituneisuus korostunee tässä osittain käytetyn aineiston tiheän frekvenssin vuoksi. Mallista voi kuitenkin myös puuttua olennaisia reservien kysynnän ja koron yhteyttä selittäviä tekijöitä. Ilmeisin ehdokas mallista puuttuvaksi tekijäksi on markkinaosapuolten heterogeenisuuden ja vähäisen lukumäärän vaikutus. Tähän viittaa juuri havinto siitä, että markkinakorko ei ole käytännössä laskenut lähelle päivätalletuskorkoa, vaikka järjestelmässä on ollut runsaasti likviditeettiä. Sama ilmiö näkyy jäännöstermien autokorrelaationa.

Autokorrelaatio-ongelman ratkaisuun on tässä kaksi mahdollisuutta. Mallin alkuperäiset oletukset voitaisiin ottaa tarkastelun kohteeksi. Koko malli olisi mahdollista yrittää kirjoittaa uudelleen esimerkiksi epätäydellinen kilpailu huomioon ottaen. Toinen mahdollisuus on tehdä tekninen autokorrelaatiokorjaus niin, että virhetermi mallitetaan ajasta riippuvana prosessina. Tässä valitaan tekninen korjaus. Sen teoreettinen perustelu jää avoimeksi, mutta empiirisen työn kannalta on tärkeää, että maksimoitava funktio on oletusten mukainen. Jatkossa jäännöstermin oletetaan noudattavan ensimmäisen asteen autokorrelaatioprosessia.

4.3.2 Jäännöstermin mallittaminen AR(1)-prosessina GARCH-mallissa

Mallin uskottavuusfunktiota muodostettaessa on edellä oletettu, että peräkkäiset jäännöstermit ovat riippumattomia. Kun tästä oletuksesta luovutaan ja tehdään sen sijaan oletus AR(1) prosessista, muodostuu jäännös u_t seuraavalla tavalla.

$$(4.12)\quad u_t = p \cdot u_{t-1} + v_t, \qquad v_t \sim N(0, \sigma^2_{v_t}).$$

Virhetermit v_t ja u_t oletetaan riippumattomiksi, joten niiden varianssien väliseksi yhteydeksi saadaan yllä olevasta lausekkeesta:[5]

$$(4.13)\quad \sigma^2_{u_t} = p^2\sigma^2_{u_{t-1}} + \sigma^2_{v_t}.$$

AR(1) -oletuksen seurauksena maksimoitava uskottavuusfunktio muuttuu, koska alkuperäinen jäännöstermi ei enää ole normaalisti jakautunut. Uskottavuusfunktiossa havaintojen w_t todennäköisyydet on ilmaistava ehdollisina edelliselle havainnolle w_{t-1}, sillä se vaikuttaa havaittavaan arvoon. Ensimmäisen havainnon todennäköisyys pysyy ennallaan (ks. Judge, Griffiths, Hill, Lutkepohl and Lee 1982, sivu 289).

$$(4.14)\quad f(w_1) = (2\pi\sigma^2_{u_1})^{-1/2}\exp(-1/2(\sigma^2_{u_1})^{-1/2}u^2_1)$$

$$f(w_t \mid w_{t-1}) = (2\pi\sigma^2_{v_t})^{-1/2}\exp(-1/2(\sigma^2_{v_t}]^{1/2}\, v^2_t),$$

kun $t = 2, \ldots, T$

[5]Vakiovarianssisessa mallissa yhtälö (4.13) yksinkertaistuisi tavanomaiseen muotoon $\sigma^2_u = \sigma^2_v/(1-p^2)$.

Kun näistä otetaan logaritmi, voidaan mallin uskottavuusfunktio kirjoittaa havaintojen todennäköisyyksien summana seuraavasti.

(4.15) $L = \Sigma L_t$,

jossa $L_1 = -1/2\log(2\pi) - 1/2\log(\sigma^2_{u_1}) - 1/2u^2_1/\sigma^2_{u_1}$, ja

$L_t = -1/2\log(2\pi) - 1/2\log(\sigma^2_{v_t}) - 1/2(u_t - p \cdot u_{t-1})^2/\sigma^2_{v_t}$

kun $t = 2, \ldots, T$

Uskottavuusfunktio poikkeaa edellä esitetystä siten, että maksimointi tehdään nyt v_t:n ja sen varianssin $\sigma^2 v_t$:n suhteen. Estimoitavaksi tulee yksi uusi parametri, joka on viivästetyn virhetermin u_{t-1} kerroin, eli AR(1)-kerroin. Käytännössä malli estimoidaan niin, että uskottavuusfunktio muutetaan yhtälön 4.15 mukaiseksi ja malliin liitetään reserviyhtälön ja varianssiyhtälön lisäksi kolmanneksi yhtälöksi AR(1) (yhtälö 4.12), sekä v_t:n ja u_t:n varianssien välinen yhteys (yhtälö 4.13).

Taulukossa 5 ovat tulokset GARCH(1,1)-M -mallista, jossa jäännökset noudattavat AR(1)-prosessia. Tulosten mukaan jäännösvirheistä tehty lisäoletus korjaa mallin diagnostiikkaan liittyneitä ongelmia. Ljung-Box -testisuure viidenteen autokorrelaatioon saakka muodostettuna ei saa tilastollisesti merkitseviä arvoja standardisoiduista residuaaleista eikä standardisoitujen residuaalien neliöistä laskettuna.[6] Heteroskedastisuutta tai autokorrelaatiota ei siis enää ole havaittavissa. AR(1)-kertoimeksi tulee 0.5 jälkimmäisellä jaksolla ja 0.8 ensimmäisellä jaksolla.

[6] Testin vapausasteista on nyt neljä, sillä niistä on vähennettävä AR-prosessin asteluku. Ks. Harvey (1981) s. 212.

TAULUKKO 5. GARCH(1,1)-IN MEAN, JÄÄNNÖS AR(1)

Otos:	Koko periodi	Jakso I	Jakso II
Reserviyhtälön parametrit			
b1	1.66 (.301)	.606 (.108)	2.19 (.362)
b2	.778 (.099)	1 (raj.)	1 (raj.)
b3	1.37 (.069)	1.48 (.185)	1.15 (.038)
Varianssiyhtälön parametrit			
c0	.058 (.013)	.057 (.017)	.025 (.015)
c1	.109 (.029)	.085 (.025)	.122 (.074)
c2	.693 (.057)	.734 (.079)	.775 (.091)
AR(1)-kerroin			
p	.737 (.034)	.799 (.038)	.513 (.091)
LogL	-223.321	-129.527	-86.632
Ljung-Box(5)			
resid.	8.76	8.03	7.41
resid.neliöt	5.57	8.42	6.26

GARCH(1,1)-M -mallissa AR(1)-jäännöksellä estimoitiin yhtälöt

$$w_t = b_1 h_{ut}/1.6(\log(b_3 rl_t - \delta_t) - \log(\delta_t - b_2 rd_t)) + u_t,$$

$$u_t \mid I_{t-1} \sim N(p \cdot u_{t-1}, h^2_t)$$

$$h_t^2 = c_0 + c_1 u^2_{t-1} + c_2 h^2_{t-1}$$

$$u_t = p \cdot u_{t-1} + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma^2_{v_t})$$

Suluissa ovat parametrien keskihajontaestimaatit.

Edellisiin malleihin verrattuna AR(1)-oletuksen sisältävässä mallissa on viivästetyn varianssin vaikutus varianssiyhtälöön voimakkaampi. Sen kerroin on nyt 0.7-0.8, kun se edellä oli 0.4-0.7 (taulukko 3). Vastaavasti viivästetyn residuaalin merkitys pienenee. Sen kerroin laskee AR(1)-oletuksen ansiosta 0.1:n tuntumaan, kun se ennen oli 0.2-0.4. Varianssiyhtälön parametrien c_1 ja c_2 summa, joka kuvaa shokkien kuoleentumisen vauhtia, on nyt 0.819 ensimmäisellä periodilla ja 0.897 jälkimmäisellä periodilla. Niiden perusteella shokista on jäljellä viikon kuluttua 36 prosenttia ensimmäisellä periodilla ja 58 prosenttia jälkimmäisellä periodilla. Tämän mukaan autokorreloitunut malli yliarvioi shokkien vaikutuksen pysyvyyttä.

Kerrointen keskihajontaestimaatit ovat nyt luotettavampia kuin autokorreloituneissa malleissa. Kaikki varianssiyhtälön parametrit ovat nollasta poikkeavia. Sen sijaan keskiarvoyhtälössä eivät kaikki kolme kerrointa määrittyneet tarkasti yhtäaikaisesti, kun tarkasteltiin eri osajaksoja. Tämä sama ongelma näkyy myös jatkon uskottavuusosamäärätesteissä. Taulukossa 5 on näiltä osajaksoilta raportoitu tulokset vain niistä malleista, joissa alemman asymptootin kerroin oli rajoitettu yhdeksi.

Taulukossa 6 on raportoitu uskottavuusosamäärätestejä eri parametrirajoituksille. Ensimmäisessä testissä on GARCH(1,1)-M -mallia verrattu vakiovarianssiseen malliin. Lasketut LR-testisuureet saavat tilastollisesti erittäin merkitseviä arvoja, joten oletus varianssin vakioisuudesta voidaan hylätä. Kun tämän mallin diagnostiikkakin on kunnossa, on tämä kenties keskeinen empiirisen tutkimuksen tuloksista.

Alemman asymptootin kerrotoimen b2 rajoittaminen ykköseksi on uskottavuusosamäärätestin perusteella mahdollista molemmilla osaperiodeilla, mutta ei koko yhtenäisellä jaksolla. Jälkimmäisellä jaksolla rajoittamattoman mallin uskottavuusfunktiosta tuli hyvin laakea, eli funktion arvo muuttui hyvin hitaasti huolimatta suuristakin parametrien arvojen muutoksista. Taulukkoon 6 on kyseiseen malliin liittyvään uskottavuusfunktion arvoon liitetty kysymysmerkki tästä syystä. Ellei toisin ole mainittu, on muut parametrirajoitukset ensimmäiselle ja toiselle osajaksolle tehty malleihin, joista jo on alempi asymptootti rajoitettu.

TAULUKKO 6. USKOTTAVUUSOSAMÄÄRÄTESTIT PARAMETRIRAJOITUKSILLE, GARCH(1,1)-M, JÄÄNNÖS AR(1)

	Uskottavuusfunktion logaritmi		
	Koko jakso	Jakso I	Jakso II
H0: c1 = c2 = 0 GARCH(1,1)-M vs. vakiovarianssi			
LogL(H0)	-244.8	-142.4	-91.9
LogL(H1):	-223.3	-129.5	-86.6
LR-testis.	43.0**	25.7**	10.6**
H0: b2 = 1 alempi asymptootti = 1 rd			
LogL(H0):	-228.0	-129.5	-86.6
LogL(H1):	-223.3	-127.9	-86.4(?)
LR-testis.	9.3**	3.3	0.4
H0: p = 0 AR(1)-kerroin nolla			
LogL(H0):	-319.6	-210.7	-103.3
LogL(H1):	-223.3	-129.5	-86.6
LR-testis.	192.6**	162.4**	33.4**
H0: jaksojen I ja II kertoimet samat			
	LogL(H0)	LogL(H1)	LR-testisuure
b2 = 1	-228.0	-216.1	23.8**
b2 vapaa	-223.3	-214.3	18.0*

LR-testisuure = -2(LogL(H0)-LogL(H1)).

Noudattaa khi^2 -jakumaa vapausasteilla k, jossa k = rajoitusten lukumäärä.

Seuraavaksi taulukossa 6 on verrattu AR(1) -mallia vastaavaan AR(0)-malliin. Kerrointen keskihajontojenkin perusteella oli odotettavissa, että AR(1)-oletusta ei voida hylätä. Uskottavuusosamäärätesti vahvistaa tämän selvästi. Viimeisenä taulukossa 6 on vielä rajoitettu parametrien kertoimet samoiksi molemmilla ajanjaksoilla. Testisuure saa erittäin merkitsevän arvon, kun toinen asymptooteista on rajoitettu yhdeksi ja merkitsevän, kun molemmat asymptootit ovat vapaat. Testin perusteella voidaan siis oletus stabiileista kertoimista jälleen hylätä.

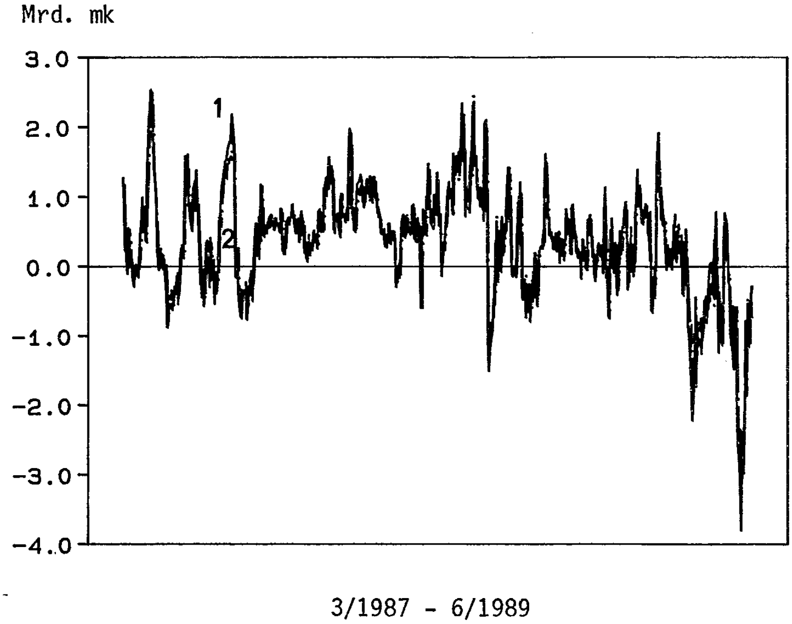
Jäännöksen AR(1)-prosessin yhteydessä ei enää estimoitu GARCH(1,2)-M -mallia, koska parametrien lukumäärä olisi kasvanut jo hankalan suureksi. Tästä syystä yhden virhetermin viipeen lisäämisen vaikutusta ei testattu.

Mallin tuottama sovite pankkien päivävelka-asemalle on piirretty kuvioon 4.4 yhdessä toteutuneiden havaintojen kanssa. Vastaavasti kuvioon 4.5 on piirretty mallin tuottama keskihajonnan estimaatti. Molemmat kuviot on piirretty käyttäen kahteen osaan jaetusta otoksesta saatuja parametreja, eli kuvioissa mallin parametrit vaihtuvat päiväkorkomarginaalin levennyksen kohdalla.

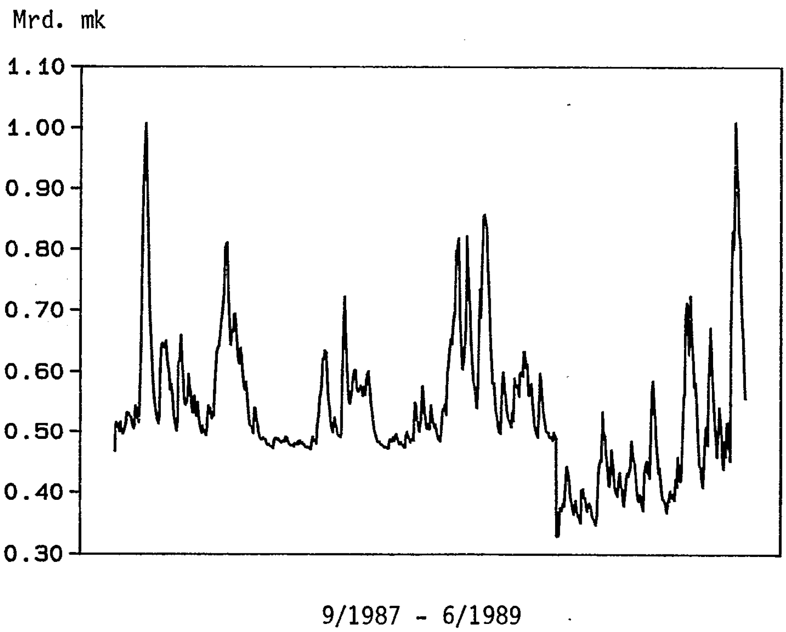
Viivästetyn varianssin suuri paino varianssiyhtälössä tasoittaa mallin tuottamaa hajonnan aikasarjaa. Hajonnassa tapahtuu selvä tasosiirtymä alaspäin päiväkorkomarginaalin levennyksen yhteydessä, koska jälkimmäisellä jaksolla varianssiyhtälön vakio saa pienemmän arvon. Teorian mukaan likviditeetin vaihtelun tulisi pienentyä ja korkojen vaihtelun kasvaa korkomarginaalin levennyksen vuoksi, joten estimoitu hajonnan tasomuutos on mallin kanssa sopusoinnussa. Jälkimmäisellä jaksolla hajonta kasvaa trendinomaisesti jakson loppua kohden. Estimoitu hajontasarja muistuttaa pääpiirteiltään edellä esitettyä liukuvasti laskettua keskihajontaa (kuvio 4.3).

KUVIO 4.4. PANKKIEN PÄIVÄVELKA-ASEMA JA MALLIN GARCH(1,1)-M, AR(1) SOVITE

1 Pankkien päivävelka-asema
2 Sovite



KUVIO 4.5. MALLIN KESKIHAJONTA



5 YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Tutkimuksessa on tarkasteltu yli yön korkojen ja pankkien reservien (Suomessa päivävelka-aseman) määräytymistä. Muodostetussa mallissa selitettiin reservien tuotoilla ja kustannuksilla pankin lyhytaikaisen likviditeetin kysyntää pankkien välisillä yli yön markkinoilla. Nämä tuotot ja kustannukset oletettiin pankille päätöksentekohetkellä epävarmoiksi likviditeettiasemaan liittyvän epävarmuuden vuoksi. Mallin yhteydessä tarkasteltiin erilaisia keskuspankin päiväluottosääntöjä, jotka vaikuttavat likviditeettiaseman kustannusten ja tuottojen määräytymiseen.

Likviditeetin kysyntää johdettaessa osoitettiin, että epävarmuus tasoittaa päiväluottojärjestelmän korkoportaiden vaikutusta. Sellaisessa yhden korkoportaan järjestelmässä, jossa on erillinen talletuskorko ja luottokorko, kysyntäkäyrä oli koron suhteen laskeva funktio, joka asymptoottisesti lähestyi päiväluotto- ja päivätalletuskorkoa. Epävarmuus vaikutti käyrän kulmakertoimeen niin, että epävarmuuden lisääntyminen loivensi käyrää. Mitä vähäisempi epävarmuus, sitä voimakkaammin korko reagoi likviditeetin muutoksiin. Mallissa tarkasteltiin myös kahden korkoportaan järjestelmää (sakkokorkojärjetelmä). Korkoportaiden lisääminen monisti perusmallin kysyntäkäyrää niin, että jokaisen portaan ympäristössä käyrä oli samaa muotoa. Tällä perusteella esitettiin, että riittävän tiheästi porrastetussa järjestelmässä kysyntäkäyrä voidaan olettaa lineaariseksi relevantilla korkojen alueella. Lisäksi mallissa tarkasteltiin erikoistapauksena Suomessa sovellettua sääntöä, jonka mukaan päivävelan sakkokorkoalue on määritelty viiden päivän päivävelka-aseman keskiarvon perusteella.

Perusmallin yhteydessä johdettiin myös riskin karttamisen vaikutus kysyntään. Malli tuotti markkinakorkoon positiivisen, likviditeettiaseman ääripäissä nollaa lähestyvän riskipreemion.

Johdettua mallia sovellettiin Suomen aineistoon maaliskuusta 1987 kesäkuuhun 1989. Tänä aikana on ollut voimassa päiväluottosääntö, jota voi kuvata staattiseksi. Empiirisen työn lähtökohta oli korkomalli, jossa pankkien välisten markkinoiden yli yön korkoa selitettiin keskuspankin päiväluotto- ja päivätalletuskoron painotetulla keskiarvolla niin, että painoina olivat pankkien yhteenlasketun päivävelka-aseman todennäköisyydet. Malli ei selvinnyt hyvin tilastollisista testeistä, vaikka se kykenikin kuvaamaan pääpiirteissään yli yön korkojen kehityksen. Mallin jäännöksissä oli systemaattisuutta, eli jäännökset olivat autokorreloituneet. Riskipreemiolla ei voitu havaita olevan merkittävää vaikutusta.

Myös teorian perusteella korkomallin täsmennyksessä oli puutteita, joten seuraavassa vaiheessa yhtälö käännettiin reservimalliksi. Selitettäväksi muuttujaksi tuli pankkien päivävelka-asema ja selittäjiksi keskuspankin päiväkorot, yli yön markkinakorko sekä likviditeetin varianssi.

Korkomallin yhteydessä epävarmuuden vaikutusta kuvaava varianssi oletettiin vakioksi, joten epävarmuus vaikutti mallissa ainoastaan kysyntäkäyrän funktiomuodon kautta. Toinen mahdollinen vaikutuskanava saatiin sisällytettyä tarkasteluun muodostamalla reserviyhtälöstä GARCH-malli. Näissä malleissa erotetaan ehdollistettu ja ehdollistamaton varianssi. Ehdollistettu varianssi määritellään niin, että se riippuu jostakin eksogeenisesta informaatiojoukosta, joka tavallisesti koostuu mallissa mukana olevien muuttujien aiemmista havainnoista. Näiden mallien olennainen piirre on, että ehdollinen varianssi voi muuttua ajassa, vaikka mallin ehdollistamaton varianssi on vakio.

Johdetussa ehdollisen varianssin mallissa ajassa muuttuva likviditeetin varianssitermi tuli kertojaksi varsinaiseen reserviyhtälöön. Multiplikatiivisuus tekee estimoinnin käytännön syistä hankalammaksi. Pohjimmiltaan kyse on kuitenkin siitä teoreettisen mallin perusominaisuudesta, että epävarmuus vaikuttaa nimenomaan kysyntäkäyrän kaltevuuteen, eli siihen, kuinka jyrkästi korko reagoi likviditeettimuutoksiin. Jos vaikutus linearisoidaan, muuttuu epävarmuutta kuvaavan muuttujan tulkinta mallissa kysyntäkäyrää siirtäväksi riskipreemioksi.

Parametrirajoituksia testamalla muuttuvavarianssinen malli täsmennettiin muotoon GARCH(1,1)-M. Siinä ehdollinen varianssi riippui edellisen periodin jäännösvirheestä ja viivästetystä ehdollisesta varianssista, ja lisäksi hajontatermi vaikutti reserviyhtälössä kertojana. Mallin ongelmana säilyi kuitenkin edelleen jäännösten autokorreloituneisuus. Siten myös mallin testit olivat harhaisia; vaikka vakiovarianssinen malli hylkääntyikin laskettujen testisuureiden perusteella selvästi, eivät testien merkitsevyystasot olleet luotettavia.

Tästä syystä malliin liitettiin oletus jäännösvirheen AR(1)-prosessista. Se on luonteeltaan tekninen korjaus jäännösvirheisiin. Usein sitä voi perustella joko adaptiivisilla odotuksilla tai sopeutumiskustannuksilla, jotka voivat johtaa AR(1)-prosessin kuvaamaan ajalliseen riippuvuuteen periodien välillä. Tässä yhteydessä on kuitenkin realistista lähteä siitä, että syynä voivat olla mallin perusoletuksiin liittyvät ongelmat, kuten epätäydellinen kilpailu ja pankkien väliset erot.

AR(1)-korjattu malli läpäisee tilastolliset testit, joten sen yhteydessä voidaan luottaa parametrirajoitustenkin testeihin paremmin. Oletus varianssin vakioisuudesta hylätään edelleen selvästi. Samoin hylätään oletus parametrien stabiilisuudesta koko tutkimusjaksolla. Mallin mukaan kesäkuu 1988, eli päiväkorkomarginaalin levennys, on aineistossa katkaisukohta. Parametrien muutokset tässä katkaisukohdassa ovat mallin ennustamia, sillä korkomarginaalin leventyessä estimoitu likviditeetin hajonta ensivaiheessa supistuu.

Tutkimuksen tavoitteena on ollut tarkastella epämuuskehikon soveltuvuutta yli yön koron ja pankkien reservien kysynnän mallittamisessa sekä epävarmuuden vaikutuksia. Työn perusteella voidaan tehdä lopuksi kolme johtopäätöstä, jotka liittyvät epävarmuuteen ja sen vaikutuksiin.

Soveltamalla reservinpitomallia Suomen instituitionaalisiin olosuhteisiin ja mallittamalla epävarmuus eksplisiittisesti voitiin osoittaa, että korko voi epävarmuuden vuoksi poiketa pankkien välisillä markkinoilla keskuspankin koroista. Suomessa empiiriset havainnot yli yön koroista ovat yleensä keskuspankin korkojen välissä, joten epävarmuus tuottaa näitä markkinoita ajatellen tarpeellisen ominaisuuden malliin.

Toisaalta epävarmuuden vaikutuksista osoitettiin, että tässä mallissa epävarmuuden vähentyminen voimistaa ja lisääntyminen heikentää likviditeettishokkien vaikutusta korkoon. Tällä voi olla merkitystä erityisesti sen rahapolitiikan ohjausjärjestelmään liittyvien implikaatioiden vuoksi. Pankkien likviditeettiepävarmuus on osittain keskuspankin päätösmuuttuja, sillä likviditeetin vaihteluun vaikuttavat sekä rahapolitiikan ohjausjärjestelmä että omaksuttu interventiopolitiikka. Tuloksen perusteella esimerkiksi pankkien saama informaatio järjestelmän likviditeettitilanteesta lisää keskuspankin interventioiden tehoa. Samoin sitä voidaan tulkita niin, että interventiopolitiikan aktiivisuuden lisäämisestä seuraavat korkovaikutukset ovat väheneviä.

Kolmanneksi, empiirisessä sovellutuksessa muuttuvavarianssinen GARCH-malli osoittautui tilastollisesti paremmaksi kuin vakiovarianssinen malli. Pankkien reservien kysyntäkäyrän jyrkkyydessä on siis tapahtunut muutoksia tutkimusjaksolla, ja likviditeetin muutosten lisäksi myös likviditeettiepävarmuuden muutokset ovat vaikuttaneet lyhyiden korkojen kehitykseen.

LIITE 1. RISKIPREEMION JOHTAMINEN

Riskiä karttavan pankin mallissa oletettiin, että pankin tavoitefunktioon kuuluu voiton odotusarvon lisäksi voiton varianssi. Kysyntäkäyrän ratkaisemiseksi on laskettava varianssi ja sijoitettava se maksimointiongelmaan. Merkitsemällä jälleen minimiehtoa min(0,w) satunnaismuuttujalla Y saadaan varianssin lauseke seuraavaan muotoon.

$$
\begin{aligned}
\text{(L1.1)}\quad \mathrm{Var}(\pi) &= E[\pi-E(\pi)]^2 \\
&= E\{w \cdot rd+(rl-rd)Y-\delta Q-W \cdot rd-(rl-rd)E(Y)+\delta Q\}^2 \\
&= E\{u \cdot rd+(rl-rd)[Y-E(Y)]\}^2 \\
&= E\{u^2 rd^2+2rd(rl-rd)u[Y-E(Y)]+(rl-rd)^2[Y-E(Y)]^2\} \\
&= \sigma^2 rd^2 +2rd(rl-rd)E(u \cdot Y) +(rl-rd)^2 \mathrm{Var}(Y)
\end{aligned}
$$

Satunnaismuuttujasta voidaan vähentää vakio ilman, että se vaikuttaa muuttujan varianssiin tai kovarianssiin, joten yllä olevassa lausekkeessa Y on mahdollista korvata muuttujalla Z = Y-W = min(u,-W). Sijoitetaan tämä, otetaan $(rl-rd)^2$ yhteiseksi tekijäksi ja merkitään rd/(rl-rd)=b. Voiton varianssiksi saadaan nyt:

$$\text{(L1.2)}\quad \mathrm{Var}(\pi) = \sigma^2 rd^2 +2(rl-rd)^2\{bE(u \cdot Z)+ 1/2\mathrm{Var}(Z)\}$$

Varianssin laskemiseksi on siis tunnettava satunnaismuuttujan u katkaistuun jakaumaan u<-W liittyvät Var(Z) = Var(min(u,-W)) ja E[u•Z] = E[u•min(u,-W)]. Niiden laskeminen on suoraviivaista, mutta edellyttää joidenkin katkaistuihin jakaumiin liittyvien laskusääntöjen käyttämistä. Satunnaismuuttujan u ehdollisten odotuarvojen lisäksi seuraavassa tarvitaan muuttujan u transformaation u^2 ehdollista odotusarvoa. Pääpiirteissään edetään kuitenkin samoin, kuin edellä perusmallin kysyntäkäyrää johdettaessa.

$$u \cdot Z = u \cdot \min(u,-W) = \begin{cases} u^2, & \text{kun } u < -W \\ -W \cdot u & \text{kun } u > -W \end{cases}$$

=>

$$E(u \cdot Z) = \text{Prob}(u<-W) \cdot E[u^2 \mid u<-W] + \text{Prob}(u \geq -W) \cdot E[-W \cdot u \mid u>-W]$$

$$= \Phi E[u^2 \mid u<-W] - (1-\Phi) W \cdot E[u \mid u \geq -W]$$

$$= \Phi E[u^2 \mid u<-W] - W\sigma\phi,$$

jossa kertymäfunktioiden Φ ja tiheysfunktioiden ϕ argumentti on aina jakauman katkaisukohta $(-W/\sigma)$. Alareunasta $-W$ katkaistun jakauman odotusarvo $E[u \mid u>-W] = \sigma\phi/(1-\Phi)$ saadaan johdettua vastaavasti kuin yläreunasta katkaistun jakauman odotusarvo $E[u \mid u<-W] = -\sigma\phi/\Phi$ on johdettu jo aiemmin.

$$Z^2 = \min(u,-W)^2 = \begin{cases} u^2, & \text{kun } u < -W \\ W^2, & \text{kun } u \geq -W \end{cases}$$

$$E[Z^2] = \text{Prob}(u<-W) \cdot E[u^2 \mid u<-W] + \text{Prob}(u \geq -W) \cdot E[W^2 \mid u \geq -W]$$

$$= \Phi E[u^2 \mid u<-W] - (1-\Phi) W^2$$

Toisaalta $E[u^2 \mid u<-W] = \sigma^2(1 + W/\sigma \cdot \phi/\Phi)$

(ks. esim. Maddala 1983 Appendix,
tai Johnson & Kotz 1970 s. 81-83).

Käyttämällä tätä hyväksi saadaan

$$E(u \cdot Z) = \sigma^2 \Phi$$

$$E(Z^2) = \sigma^2 \Phi + W\sigma\phi + (1-\Phi) W^2$$

Varianssin lauseke saadaan nyt seuraavaan muotoon (sijoittamalla ja käyttämällä hyväksi varianssin määritelmää $Var(Z) = E(Z^2)-(E[Z])^2$).

$$Var(\pi) = \delta^2 rd^2 + 2(r1-rd)^2\{b\sigma^2\Phi + 1/2[\sigma^2\Phi + W\phi + (1-\Phi)W^2] - 1/2(E[Z])^2\}$$

Tämän lausekkeen derivointi tuottaa

$$\frac{d\ Var(\pi)}{dQ} = 2(r1-rd)^2\{-b\sigma\phi + W(1-\Phi)\Phi - (1-\Phi)(\sigma\phi + (1-\Phi)W\}$$

$$(L1.3) \qquad = -2(r1-rd)^2\{(b+1-\Phi)\sigma\phi - W(1-\Phi)\Phi\},$$

joka on sama lauseke kuin tekstin yhteydessä esitetty tulos (kaava 3.12).

LIITE 2. LINEARISOITU MUUTTUVAVARIANSSINEN MALLI

Multiplikatiivisen muuttuvavarianssisen mallin estimointi on työlästä sen vuoksi, että siihen ei ole käytettävissä valmiita sovellutuksia. Sen sijaan linearisoimalla malli varianssitermin suhteen estimointi muuttuu teknisesti suoraviivaiseksi. Linearisoiduksi reserviyhtälöksi saadaan seuraava lauseke, kun varianssiyhtälön oletaan olevan GARCH(1,1)-M -tyyppiä.

$$w_t = \text{vakio} + b_1 h_t + b_2 X_t + u_t;$$

$$h^2_t = c_1 + c_2 u^2_{t-1} + c_3 h^2_{t-1}$$

$$\text{missä } X_t = \text{lb}(b_3 rl_t - \delta_t) - \text{lb}(\delta_t - b_4 rd_t).$$

Varianssitermin vaikutuksen linearisoinnin mahdollisia perusteluja ja huonoja puolia on käsitelty tekstissä. Estimointi helpottuisi edelleen, jos myös kysyntäkäyrä oletettaisiin lineaariseksi. Tällöin hankalia logaritmilausekkeita ei tarvittaisi w_t:n yhtälössä. Yli yön korkojen tapauksessa keskuspankin diskonttoikkuna kuitenkin rajaa korkohavaintojen vaihtelualuetta. Tässä lineaarinen kysyntäkäyrä yliarvioisi korkoja suurilla päivävelan arvoilla ja aliarvioisi niitä suurilla päivätalletusten arvoilla.

Jotta olisi mahdollista pitäytyä epälineaarisen kysyntäkäyrän mallissa ja toisaalta käyttää valmiita estimointisovellutuksia, molemmat asymptootit on rajoitettava estimoinnissa. Tässä meneteltiin niin, että asymptootit estimoitiin ensin epälineaarisella sovellutuksella, jossa varianssi pidettiin vakiona. Tästä saatavia kerroinparametreja käytettiin sen jälkeen selittävän muuttujan Xt laskemisekseen, jonka jälkeen vaihtuvavarianssiset yhtälöt estimoitiin lineaarisina EZARCH-ohjelmistolla. Tulokset estimoinneista ovat taulukossa L1.

TAULUKKO L1. LINEARISOIDUN MALLIN ESTIMOINTITULOKSET, GARCH(1,1)-M

Otos:	Koko periodi	Jakso I	Jakso II
Reserviyhtälön parametrit			
b1	.365 (.132)	.475 (.151)	.220 (.275)
b2	.684 (.020)	.474 (.022)	.679 (.031)
b3	1.13 (raj.)	1.12 (raj.)	1.03 (raj.)
b4	.882 (raj.)	.946 (raj.)	1.19 (raj.)
vakio	-.157 (.053)	-.203 (.061)	-.115 (.107)
Varianssiyhtälön parametrit			
c1	.067 (.010)	.049 (.009)	.039 (.016)
c2	.553 (.110)	.629 (.134)	.484 (.185)
c3	.207 (.063)	.219 (.064)	.402 (.117)
LogL	-343.5	-215.3	-105.8
Ljung-Box(12)			
resid.	323.4**	229.6**	53.4**
resid.neliöt	3.32	8.22	17.7
u_{t-2}:n lisäys var.yhtälöön: LM-testisuure	1.52	1.81	.199

Linearisoidussa GARCH(1,1)-M -mallissa estimoitiin yhtälöt

$$w_t = b_1h_t + b_2(\log(b_3rl_t-\delta_t)-\log(\delta_t-b_4rd_t)) + \text{vakio}$$

$$h_t^2 = c_1 + c_2u^2_{t-1} + c_3h^2_{t-1}.$$

Kertoimien b3 ja b4 (mallin asymptootit) arvoiksi on estimoinnissa kiinnitetty epälineaarisen vakiovarianssimallin estimaatit, jotta voitiin käyttää valmista EZARCH-ohjelmistosovellutusta.

Linearisoitujen GARCH(1,1)-M -mallien varianssiyhtälöissä on viivästetyillä variansseilla pienempi paino ja viivästetyillä jäännöstermeillä suurempi paino kuin multiplikatiivisissa mallissa. Varianssi reagoi lineaarisissa malleissa suhteellisesti voimakkaammin jäännösvirheisiin, mutta vastaavasti virheen vaikutus kuoleentuu pois nopeammin, eli varianssin muisti on lineaarisissa malleissa lyhyempi. Uskottavuusfunktion arvo on näissä malleissa kaikilla estimointijaksoilla pienempi kuin multiplikatiivisen mallin uskottavuusfunktion arvo. Autokorrelaatio-ongelma on tässä yhtä paha ellei pahempikin kuin multiplikatiivisessa mallissa.

Varianssiyhtälön parametrisointia on tarkasteltu estimoimalla mallit, joissa parametreja on rajoitettu GARCH(1,1)-M -mallista lähtien. Näistä estimoinneista saadut uskottavuusfunktioiden arvot on kerätty alla olevaan taulukkoon. Uskottavuusosamäärätestien perusteella GARCH(1,1)-M -malli on perusteltuin täsmennys toisaalta koko estimointijaksolla ja toisaalta ensimmäisellä alaperiodilla. Sen sijaan jälkimmäisellä jaksolla ei voida selvästi hylätä viivästetyn varianssin kertoimen rajoittamista nollaan, eikä varianssin kertoimen rajoittamista nollaan reserviyhtälössä voida hylätä lainkaan.

TAULUKKO L2. USKOTTAVUUSOSAMÄÄRÄTESTIT VARIANSSIYHTÄLÖN PARAMETREILLE, LINEARISOITU MALLI

	Uskottavuusfunktion logaritmi		
	Koko periodi	Jakso I	Jakso II
MALLI			
GARCH(1,1)-M	-343.5	-215.3	-105.8
GARCH(1,1)	-349.8**	-224.2**	-106.4
ARCH(1)-M	-352.6**	-221.8**	-110.2*
ARCH(1)	-357.1**	-227.1**	-110.7*
ARCH(0)	-451.1**	-302.7**	-124.0**

** = testisuure merkitsevä 5 %:n tasolla
* = testisuure merkitsevä 1 %:n tasolla

Merkitsevyystasot on laskettu vertaamalla kunkin mallin uskottavuusfunktion arvoa GARCH(1,1)-M -mallin uskottavuusfunktion arvoon. Siten testin rajoittamaton hypoteesi on, että malli noudattaa GARC(1,1)-M -prosessia. Nollahypoteesin ollessa GARCH(1,1) ja ARCH(1)-M on testissä yksi vapausaste, testattaessa ARCH(1) -mallia kaksi vapausastetta, ja testattaessa vakiovarianssista ARCH(0)-mallia vapausasteita on kolme.

LIITE 3. ML-ESTIMOINTIEN OHJELMAN VERTAILU STANDARDI PNS-ESTIMOINTIIN

ML-estimoinneissa käytetyn ohjelman toimivuuden varmentamiseksi tarkasteltiin estimointeja, joissa varianssi on oletettu vakioksi. Mallin uskottavuusfunktio muuttuu tällä oletuksella seuraavaan muotoon.

$$L_t = -1/2\log(2\pi) -1/2\log\sigma^2 - 1/2\sigma^{-2}u(\beta)^2_t$$

$$\Sigma L_t = -1/2N\log(2\pi) -1/2N\log\sigma^2 -1/2\sigma^{-2}\Sigma u(\beta)^2_t$$

Funktio maksimoituu parametrien β suhteen silloin, kun $\Sigma u(\beta)^2_t$ minimoituu, eli kerrointen ML-estimaatit ja PNS-estimaatit ovat tässä mallissa samat. Tämä yhteys tarjoaa mahdollisuuden "testata" omaa ML-sovellusta estimoimalla sama yhtälö sekä sillä että valmiilla epälineaarisella PNS-ohjelmalla (RATS/NONLIN). Tässä tarkoituksessa estimoitiin yhtälö

$$w_t = a_1/k(\log(a_2rl_t-\delta) -\log(\delta-a_3rd_t)).$$

Tulosten mukaan sekä parametriestimaattien että parametrien hajontaestimaattien erot ovat eri ohjelmilla laskettuna vähäisiä:

	PNS		ML-sovellus	
a_1	.95795	(.3419)	.96136	(.3433)
a_2	1.1218	(.0642)	1.1225	(.0626)
a_3	.94559	(.0892)	.94468	(.0886)
σ^2	.25950		.25754	
SSR	105.097		105.097	
R^2	.4444		.4444	

Estimointijakso: 1.3.87 - 6.10.88, havaintoja 408.

LÄHTEET

AMEMIYA, T. (1981): Qualitative Response Models: A Survey. Journal of Economic Literature, vol. XIX, 1483-1536.

ANDERSON, R. G. and RASCHE, R. H. (1982): What do money market models tell us about how to implement monetary policy? Journal of Money, Credit, and Banking, vol. 14, 796-828.

BALTENSBERGER, E.(1980): Alternative approaches to the theory of the banking firm. Journal of Monetary Economics 6, 1-37.

BALTENSBERGER, E. (1974): The precautionary demand for reserves. The American Economic Review, March 1974, 205-210.

BERNDT, E.K., HALL, HALL, HAUSMAN (1974): Estimation and inference in nonlinear structural models. Annals of Economic and Social Measurement, 3/4, 653-665.

BOLLERSLEV, T. (1986): Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics 31, 307-327.

BOLLERSLEV, T., ENGLE, R.F., WOOLDRIDGE, J.M. (1988): A capital asset pricing model with time-varying covariances. Journal of Political Economy vol. 96, no. 1, 116-131.

BRAY, M. (1985): Rational expectations, information, and asset markets: an introduction. Oxford Economic Papers, 37, 161-195.

CHOU, R. Y. (1988): Volatility persistence and stock valuations: some empirical evidence using garch. Journal of Applied Econometrics, vol. 3, 279-294.

DOTSEY, M. (1989): Monetary control under alternative operating procedures. Journal of Money, Credit, and Banking, vol. 21, No. 3, 273-290.

ENGLE, R. F. (1982): Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica, vol. 50, no. 4, 987-1007.

ENGLE, R. F. and BOLLERSLEV, T. (1986): Modelling the persistence of conditional variances. Econometric Review 5, 1-50.

ENGLE, R. F., LILIEN, ROBINS (1987): Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model. Econometrica, vol. 55, no. 2, 391-407.

ENGLUND, P., HÖRNGREN, L., VIOTTI S. (1989): Discount window borrowing and money market interest rates. Scandinavian Journal of Economics 91(3), 517-533.

FROST, P. (1971): Bank's demand for excess reserves. Journal of Political Economy, vol. 79, 805-825.

FROST, P. and SARGENT, T. (1970): Money-market rates, the discount rate, and borrowing from the federal reserve. Journal of Money, Credit, and Banking, 1970, vol, II, 56-82.

GOLDFELD, S. M. and QUANDT, R. E. (1972): Nonlinear methods in econometrics. North-Holland Publishing Company.

GOODFRIEND, M. (1983): Discount window borrowing, monetary policy, and the post-october 6 1979 federal reserve operatating procedures. Journal of Monetary Economics 1983.

GOODFRIEND, M. (1985): The promises and pitfalls of contemporaneous reserve requirements for the implementation of monetary policy. Federal Reserve Bank of Richmond. Economic Review, May/June, 3-12.

HANSEN, L. (1982): Large sample properties of generalized method of moments estimators. Econometrica, vol. 50, No. 4, 1029-1054.

HARVEY, A.C. (1981): The econometric analysis of time series. Phillip Allan Publishers Limited, Oxford.

JOHNSON, N. L. and KOTZ, S. (1970): Distributions in statistics: Continuous univariate distributions, vols. 1 and 2. Houghton Mifflin Company, Boston.

JUDGE G. G., HILL, GRIFFITHS, LUTKEPOHL and LEE (1982): The theory and practice of econometrics. 2nd edn. John Wiley and Sons, New York.

KNEESHAW, J.T. and VAN DEN BERGH, P. (1989): Changes in central bank money market operating procedures in the 1980s. Bank for International Settlements. BIS Economic Papers no. 23, January 1989.

LANGOHR, H. and SANTOMERO, A. M. (1985): Commercial bank refinancing and economic stability: An analysis of European features. Journal of Banking and Finance 9, 535-552.

MADDALA, G.S. (1983): Limited dependent and qualitative variables in econometrics. Econometric Society Monographs no. 3. Cambridge University Press, Cambridge.

MODIGLIANI, F., RASCHE and COOPER (1970): Central bank policy, the money supply, and the short term rate of interest. Journal of Money Credit and Banking 2, 166-218.

MOOD, A.M., GRAYBILL, BOES (1974): Introduction to theory of statistics. Third edition. McGraw-Hill, New York.

OKSANEN, H. (1977): Bank liquidity and lending in Finland 1950-1973. Commentationes Scientiarum Socialium 8, Societas Scientiarum Fennica, Helsinki.

OLIVERA, J. H. G. (1971): The square-root law of precautionary reserves. Journal of Political Economy, vol. 79, 1095-1104.

POOLE, W. (1968): Commercial bank reserve management in a stochastic model: Implications for monetary policy. The Journal of Finance 23, 769-791.

POOLE, W. (1982): Federal Reserve operating procedures. A survey and evaluation of the historical record since October 1979. Journal of Money, Credit, and Banking 4, 575-596.

RASCHE, R.H. (1985): Interest rate volatility and alternative monetary control procedures. Federal Reserve Bank of San Fransisco. Economic Review, 1985:3, 46-63.

RATTI, R. (1980): Bank attitude toward risk, implicit rates of interest, and the behavior of an index of risk aversion for commercial banks. The Quaterly Journal of Economics, Sept., 309-331.

SAARINEN, V. (1986): Liikepankkien keskuspankkirahoituksen ehdot, määrä ja kustannukset 1950-1984. Suomen Pankki, Sarja A:63.

SANTOMERO, A. M. (1984): Modeling the banking firm. A Survey. Journal of Money, Credit, and Banking, vol 16, No. 4.

SAUNDERS, A. and HO, T. (1985): A micro model of the federal funds market. The Journal of Finance 40, 977-990.

SAUNDERS, A. and URICH, T. (1988): The effects of shifts in monetary policy and reserve accounting regimes on bank reserve management behavior in the federal funds market. Journal of Banking and Finance 12, 523-535.

SPANOS, A. (1986): Statistical foundations of econometric modelling. Cambridge University Press, Cambridge.

TARKKA, J. (1980): A test of credit market rationing in Finland: An experiment with the data of 1967.1977. Helsingin yliopiston kansantaloustieteen laitoksen keskustelualoitteita, no. 130.

THORNTON, D.L. (1988): The borrowed-reserves operating procedure: theory and evidence. The Federal Reserve Bank of St.Louis Review, vol 70, no.1, 30-54.

TOBIN, J. (1982): The Commercial banking firm: A Simple Model. Scandinavian Journal of Economics 84(4), 495-530.

VAN HOOSE, D. (1987): A note on discount rate policy and the variability of discount window borrowing. Journal of Banking and Finance 11, 563-570.

WEISS, A. A. (1986): Asymptotic theory for ARCH models: estimation and testing. Econometric Theory, no. 2, 107-131.

WHALEN, E. (1966): A rationalization of the precautionary demand for cash. Quaterly Journal of Economics, vol. 80, May 1966, 314-324.

VIHRIÄLÄ, V. (1988): Päivämarkkinat, rahamarkkina-interventiot ja lyhyet korot. Teoksessa: Korkojen määräytyminen Suomessa, Suomen Pankki D:67.

ZARRUK, E. (1989): Bank spread with uncertain deposit level and risk aversion. Journal of Banking and Finance 13, 797-810.

BANK LIQUIDITY AND SHORT-TERM INTEREST RATES IN FINLAND:
An Application of the GARCH Model with Data from 1987-1989

by Markku Pulli

SUMMARY

The study deals with the determination of the overnight rate of interest in the interbank market and of banks' reserves (in Finland, the banks' net position at the call money window). Both the overnight rate and banks' reserves are proximate targets of monetary control. Special attention is paid to the effects of the rules of the central bank's call money facility and of the liquidity uncertainty encountered by banks.

The theoretical section of the study is based on a traditional analysis of the banks' demand for reserves, supplemented with features charecteristic of the Finnish call money credit system. In Finland, banks may both borrow and make deposits through the call money window operated by the central bank at predetermined terms, which in recent years have included a fairly wide spread between the call money credit rate and the call money deposit rate. The model is generalized to allow for the analysis of the penalty interest rates, which under the Finnish call money credit rules, have been applied in respect of both borrowing in excess of quotas and previous indebtedness.

The explicit treatment of liquidity uncertainty is important in the analysis of banks' demand for free reserves. The main result of the study is that an increase in uncertainty reduces the slope of the reserve demand curve, ie it weakens the effect of liquidity changes on market rates.

In the estimations in the empirical part of the study, the GARCH method (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity) is applied. This is particularly suitable for an econometric description of uncertainty situations. Since, in the model, uncertainty affects the slope of the reserve demand curve, but not necessarily its level, the "mean" equation of the GARCH-M model formed is, in contrast to previous studies, specified in multiplicative form as regards the

effects of the variance. According to the results, the model passes the statistical tests performed, but only after correction for autocorrelation. The constant variance model may be rejected, that is the results support an approach adapted to dealing with varying degrees of uncertainty.

The main sources used for this study are Goodfriend (J. of Monetary Economics, 1983) and Englund, Hörngren and Viotti (Scandinavian J. of Economics, 1989), and, as regards GARCH models, Engle, Lilien and Robins (Econometrica, 1987).

SUOMEN PANKIN JULKAISUJA

Sarja D (ISSN 0355-6042)
(N:ot 1 - 30 Suomen Pankin taloustieteellisen tutkimuslaitoksen julkaisuja, ISSN 0081-9506)

1. PERTTI KUKKONEN On the Measurement of Seasonal Variations. 1963. 11 s.

2. The Index Clause System in the Finnish Money and Capital Markets. 1964, tarkistettu laitos 1969. 15 s.

3. J.J. PAUNIO Adjustment of Prices to Wages. 1964. 15 s.

4. HEIKKI VALVANNE - JAAKKO LASSILA The Taxation of Business Enterprises and the Development of Financial Markets in Finland. 1965. 26 s.

5. MARKKU PUNTILA Likvidien varojen kysyntä ja yleisön likviditeetin kehitys Suomessa vuosina 1948-1962. 1965. 110 s.

6. J.J. PAUNIO Taloudellinen kasvu ja suhdannevaihtelut dynaamisen makrotarkastelun valossa. 1965. 117 s.

7. AHTI MOLANDER Kokonaistaloudelliseen hinta- ja palkkatasoon vaikuttavat tekijät Suomessa vuosina 1949-1962. 1965. 159 s.

8. ERKKI PIHKALA Keskinäisen taloudellisen avun neuvoston pysyvät komissiot työnjaon toteuttajina. 1965. 35 s.

9. KARI NARS Statens prispolitiska parametrar. 1965. 118 s.

10. HEIKKI VALVANNE The Framework of the Bank of Finland's Monetary Policy. 1965. 34 s.

11. JOUKO SIVANDER Ulkomaankaupan substituutiojoustojen teoriasta ja mittaamisesta. 1965. 91 s.

12. TIMO HELELÄ - PAAVO GRÖNLUND - AHTI MOLANDER Muistio palkkaneuvotteluja varten. 1965. 56 s.

13. ERKKI LAATTO Suomen ulkomaisen tavarakaupan volyymi-indeksit neljännesvuosittain vuosina 1949-1964 eräistä lyhytaikaisista vaihteluista puhdistettuina. 1965. 24 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.)

14. DOLAT PATEL The Share of the Developing Countries in Finnish Foreign Trade. 1966. 31 s.

15. PEKKA LAHIKAINEN Tuotoksen ja työpanoksen välisen suhteen vaihteluista. 1966. 25 s.

16. HEIKKI U. ELONEN Yrityksen rahoituspääomien kysynnästä ja tarjonnasta. 1966. 88 s.

17. TIMO HELELÄ - J.J. PAUNIO Memorandum on Incomes Policy. 1967. 10 s.

18. KARI NARS Undersökning av efterfrågetrycket. 1967. 119 s.

19. KARI PUUMANEN Indeksivaateet valintakohteina. 1968. 186 s.

20. RICHARD ALAND Sijoituspankkitoiminta Yhdysvalloissa - The Investment Banking Function in the United States. 1968. 31 s.

21. TIMO HELELÄ Työnseisaukset ja teolliset suhteet Suomessa vuosina 1919-1939. 1969. 341 s. (Kahtena niteenä)

22. SIRKKA HÄMÄLÄINEN Kotitalouksien säästämiseen vaikuttavista psykologisista tekijöistä ja niiden mittaamismahdollisuuksista. 1969. 177 s.

23. HEIKKI KOSKENKYLÄ An Evaluation of the Predictive Value of the Investment Survey of the Bank of Finland Institute for Economic Research. 1969. 12 s.

24. HEIKKI KOSKENKYLÄ Suomen Pankin investointikyselyn otantaan liittyvistä ongelmista. 1970. 71 s.

25. PERTTI KUKKONEN - ESKO TIKKANEN Jäänmurtajat ja talviliikenne. 1970. 136 s.

26. HEIKKI U. ELONEN - ANTERO ARIMO Tutkimus kirkon taloudesta. 1970. 73 s.

27. JUHANI HIRVONEN Kansainvälisen talouden ekonometrinen simultaanimalli. 1971. 64 s.

28. HEIKKI KOSKENKYLÄ Teoreettisen ja empiirisen investointianalyysin ongelmista. Suomen tehdasteollisuuden investointitoiminta vuosina 1948-1970. 1972. 182 + 58 s. (ISBN 951-686-001-X)

29. A Quarterly Model of the Finnish Economy by the Model Project Team of the Research Department. 1972. 105 s. (ISBN 951-686-002-8, toinen painos ISBN 951-686-007-9)

30. HANNU HALTTUNEN Tuotanto, hinnat ja tulot Suomen kansantalouden ekonometrisessa kokonaismallissa. 1972. 120 s. (Toisessa painoksessa englanninkielinen tiivistelmä; 123 s.) (ISBN 951-686-003-6, toinen painos ISBN 951-686-013-3)

31. SIMO LAHTINEN Työn kysyntä Suomen kansantalouden ekonometrisessa kokonaismallissa. 1973. 171 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-008-7)

32. MAURI JAAKONAHO Suomen sähköenergian kokonaiskulutusta ja sen ennakointia koskeva empiirinen tutkimus. 1973. 144 s. (ISBN 951-686-009-5)

33. ESKO AURIKKO Ulkomaankauppa Suomen kansantalouden ekonometrisessa kokonaismallissa. 1973. 100 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-011-7)

34. HEIKKI KOSKENKYLÄ - ILMO PYYHTIÄ Suomen allokaatio-ongelman peruspiirteistä ja taustasta. 1974. 61 s. (ISBN 951-686-014-1)

35. IMMO POHJOLA Ekonometrinen tutkimus Suomen rahamarkkinoista. 1974. 120 s. (ISBN 951-686-016-8)

36. JUHANI HIRVONEN On the Use of Two Stage Least Squares with Principal Components. 1975. 91 s. (ISBN 951-686-023-0)

37. HEIKKI KOSKENKYLÄ - ILMO PYYHTIÄ Pääomakerroin makro- ja mikrotaloudellisena investointikriteerinä. 1975. 65 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-024-9)

38. ALPO WILLMAN Ekonometrinen tutkimus finanssipolitiikan vaikutuksista. 1976. 217 s. (ISBN 951-686-028-1)

39. JORMA HILPINEN Muuttoliike, työhön osallistuminen ja suhdanteiden eteneminen työllisyydessä. 1976. 69 s. (ISBN 951-686-030-3)

40. OLAVI RANTALA Säästämiskohteiden valintaan vaikuttavat tekijät Suomessa. 1976. 115 s. (ISBN 951-686-031-1)

41. Rahoitustilinpito analyysivälineenä (AHTI HUOMO Rahoitustilinpidollinen näkökulma; TAPIO KORHONEN Maksutaseen ja valtiontalouden rahoitusmarkkinakytkennät; IMMO POHJOLA Valtiontalous rahoitustilinpidossa; OLAVI RANTALA Rahoitustilinpidon käyttö ja rajoitukset kvantitatiivisessa analyysissa). 1976. 98 s. (ISBN 951-686-033-8)

42. ILMO PYYHTIÄ Varjohinnat ja tuotannontekijöiden allokaatio Suomen tehdasteollisuudessa vuosina 1948-1975. 1976. 176 s. (ISBN 951-686-035-4)

43. PETER NYBERG Työvoiman tarjonnan vaihteluista Suomessa. 1978. 65 s. (ISBN 951-686-046-X)

44. MARJA TUOVINEN Inflaatio-odotusten muodostumisesta ja erään inflaatio-odotussarjan optimaalisuudesta. 1979. 154 s. (ISBN 951-686-056-7)

45. KALEVI TOURUNEN Teollisuuden varastoinvestoinneista Suomessa vuosina 1961-1975. 1980. 71 s. (ISBN 951-686-059-1)

46. URHO LEMPINEN Rationaaliset odotukset makroteoriassa. 1980. 83 s. (ISBN 951-686-060-5)

47. HANNU HALTTUNEN - SIXTEN KORKMAN Central Bank Policy and Domestic Stability in a Small Open Economy. 1981. 79 s. (ISBN 951-686-066-4)

48. SEPPO KOSTIAINEN Rahoitusmarkkinavaikutusten välittymismekanismit ja teollisuuden sijoittumispäätökset Suomessa. 1981. 126 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-067-2)

49. URHO LEMPINEN Teoreettinen tutkimus keskuspankkirahoituksen ja ulkomaisen rahoituksen substituutiosta. 1981. 131 s. (ISBN 951-686-069-9)

50. ILMO PYYHTIÄ Suomen Pankin investointitiedustelu teollisuuden investointien ennakointivälineenä. 1981. 93 s. (ISBN 951-686-071-0)

51. ILKKA SALONEN Teknisen kehityksen mittaamisesta tuotantofunktion avulla ja sovellutus Suomen kansantalouteen. 1981. 93 s. (ISBN 951-686-073-7)

52. ALPO WILLMAN The Effects of Monetary and Fiscal Policy in an Economy with Credit Rationing. 1981. 66 s. (ISBN 951-686-075-3)

53. JOHNNY ÅKERHOLM Finanspolitikens totalekonomiska effekter på kort sikt. 1982. 73 s. (ISBN 951-686-078-8)

54. HANNELE LUUKKAINEN Kotitaloussektorin kulutus-, investointi- ja rahoituspäätökset yhdistävä malli. 1983. 128 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-085-0)

55. Inflaatio ja talouspolitiikka (TAPIO PEURA Inflaatio Suomessa; JOHNNY ÅKERHOLM Eri inflaatioselitykset ja talouspolitiikka; JUKKA PEKKARINEN Suomen palkkainflaatiosta: reaalipalkkojen vai tulonjaon jäykkyys? ALPO WILLMAN Kotimaisen inflaation riippuvuus ulkomaisesta inflaatiosta suomalaisen inflaatiotutkimuksen valossa; PENTTI FORSMAN Inflaation pitkän aikavälin kustannuksista; P. SCHELDE ANDERSEN Inflation: Theories, Evidence and Policy Implications; GAVIN BINGHAM Inflation: an Overview). 1983. 204 s. (ISBN 951-686-088-5)

56. PETER JOHANSSON Korkopolitiikan vaikutus kokonaistuotantoon ja hintatasoon. 1984. 91 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-091-5)

57. PENTTI PIKKARAINEN Teollisuuden energian kysynnästä Suomessa 1960-1982. 1984. 86 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-096-6)

58. ILKKA LYYTIKÄINEN Suomen työvoimamarkkinoiden ekonometrinen malli: Empiirinen tutkimus vuosien 1960 - 1982 aineistolla. 1984. 157 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-098-2)

59. Suomen kansantalouden neljännesvuosimalli BOF3 (toimittaneet Juha Tarkka ja Alpo Willman). 1985. 455 s. (ISBN 951-686-107-5) (Englanninkielinen laitos ISBN 951-686-108-3)

60. JARMO PESOLA Varastoinvestointien suhdannekäyttäytyminen Suomen yrityssektorissa, Ekonometrinen tutkimus vuosien 1963 - 1981 neljännesvuosiaineistolla. 1985. 178 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-109-1)

61. JUHA TARKKA Suomalaiset pankkiluottomarkkinat ja uusklassinen rahateoria. 1986. 162 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-114-8)

62. PENTTI PIKKARAINEN Valuuttakurssi-indeksin painot ja kokonaistaloudelliset tavoitteet. 1986. 77 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-121-0)

63. MONICA AHLSTEDT Small Sample Estimation and Stochastic Simulation of an Econometric Model. 1986. 181 s. (ISBN 951-686-127-X)

64. OLLI-PEKKA LEHMUSSAARI Valuuttakurssiepävarmuus ja keskuspankin valuuttavarannon sijoittaminen. 1987. 169 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-132-6)

65. EERO LEHTO Oligopolistinen pankkikilpailu, erityisesti Suomen rahoitusmarkkinoilla. 1987. 219 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-133-4)

66. MATTI VIRÉN Korot, korkorakenne ja inflaatio: tuloksia kansainvälisellä aikasarja-aineistolla. 1988. 93 s. (Ruotsin- ja englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-155-5)

67. Korkojen määräytyminen Suomessa (MARIANNE PALVA Pankkiluottojen korkokehitys ja korkojakaumat 1975 - 1986; VESA VIHRIÄLÄ Pankkiluottojen koronmuodostus; OLAVI RANTALA Pankkikilpailu ja pankkiluottojen koronmuodostus; OLAVI RANTALA - PERTTI PYLKKÖNEN Markkinakorkojen määräytyminen; JUHANI RAATIKAINEN Markkinakorkoja koskevat odotukset ja markan tuottokäyrä; VESA VIHRIÄLÄ Päivämarkkinat, rahamarkkinainterventiot ja lyhyet korot). 1988. 182 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-157-1)

68. TIMO TYRVÄINEN Palkat ja työllisyys järjestäytyneillä työmarkkinoilla. 1988. 243 s. (Englanninkielinen tiivistelmä.) (ISBN 951-686-162-8)

69. Vektoriautoregressiiviset mallit (CHRISTIAN STARCK Vektoriautoregressiivinen malli tutkimusmenetelmänä; VESA VIHRIÄLÄ - MATTI VIRÉN Mitä vektoriautoregressiiviset mallit kertovat Suomen kansantalouden toimintamekanismeista?; REIJO HEISKANEN Rahapolitiikan vaikutusten tarkastelua vektoriautoregressiivisillä malleilla; ARI LAHTI Vektoriautoregressiivisen mallin käyttö kansantalouden ennustamisessa rakennemalliin verrattuna). 1989. 102 s. (ISBN 951-686-194-6)

70. URHO LEMPINEN - REIJA LILJA Payment Systems and the Central Bank. 1989. 210 s. (ISBN 951-686-206-3)

71. PIRKKO MIIKKULAINEN Suomen palvelujen ulkomaankauppa. 1989. 120 s. (Englanninkielinen tiivistelmä) (ISBN 951-686-211-X)

72. ARI LAHTI Rational Expectations in a Macromodel: an Empirical Study. 1989. 108 s. (ISBN 951-686-212-8)

73. The BOF4 Quarterly Model of the Finnish Economy (JUHA TARKKA - HANNA-LEENA MÄNNISTÖ - ALPO WILLMAN Macroeconomic foundations and simulation properties of the BOF4 model; JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN Exports and imports; JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN - CHRIS-MARIE RASI Production and employment; JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN - CHRIS-MARIE RASI Labour supply, wages and prices; JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN - HANNA-LEENA MÄNNISTÖ Private consumption and investment; JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN Income distribution and government finances; JUHA TARKKA - ALPO WILLMAN Financial markets and the balance of payments). 1990. 327 s. (ISBN 951-686-248-9)

74. ESKO AURIKKO Valuuttakurssipolitiikka, rationaaliset odotukset ja pääomanliikkeiden herkkyys. 1990. 102 s. (Englanninkielinen tiivistelmä) (ISBN 951-686-267-5)

75. MARKKU PULLI Pankkien likviditeetti ja lyhyet korot: Garch-mallin sovellus Suomen aineistolla vuosilta 1987 - 1989. 1990. 94 s. (Englanninkielinen tiivistelmä) (ISBN 951-686-268-3)

OY TRIO-OFFSET AB
Helsinki 1990

ISBN 951-686-268-3
ISSN 0355-6042